

**Секция 30.**  
**Современные технологии в электро-**  
**технике, электромеханике, электро-**  
**энергетике**

## Содержание

<b>Секция 30. Современные технологии в электротехнике, электромеханике, электроэнергетике.....</b>	<b>3</b>
Бобанский В.Л. Рационализация методики расчетов тяговой характеристики электромобиля.....	3
Бравичев С.Н., Быковская Л.В. Расчёт напряженности электрического поля высоковольтных линий электропередач.....	6
Булатов В.Н. Спектрально—импульсный метод широкодиапазонного воспроизведения угла фазового сдвига.....	12
Булатов В.Н., Тимонов Е.С., Даминов Д.А. Цифровой спектральный анализ сигналов с неравномерной дискретизацией.....	22
Горячев С.В., Яковлев А.И., Фартушный Д.А. Вопросы эффективности использования детандер-генераторных технологий .....	33
Марадудин Е.А. Однофазный асинхронный двигатель при наличии эксцентриситета ротора.....	37
Митрофанов С.В. Разработка программного обеспечения по расчету характеристик асинхронных двигателей с несимметричной обмоткой статора .....	41
Омон А.Б. Стенд для испытания асинхронных двигателей с несимметричной обмоткой статора.....	49
Полынев В.Т. Оценка влияния переменных в К-значной логике.....	52
Саликов М.П. Патентные исследования в учебно-исследовательской работе студентов.....	53
Сильвашко С.А., Булатов В.Н, Шевеленко В.Д. Способ обнаружения короткозамкнутых витков в обмотках статора малогабаритного асинхронного электродвигателя.....	55
Тимонов Е.С., Булатов В.Н., Худорожков О.В. Программный модуль для высокоточных вычислений в среде Delphi.....	60
Тимонов Е.С., Булатов В.Н, Хлуденев А.В. Спектральный метод измерения параметров зашумленного доплеровского сигнала.....	66
Усенков Н.И. Применение прикладных программ в общепрофессиональных и специальных дисциплинах.....	71
Хорохорин М.П., Бравичев С.Н. Решение системы конечно-разностных уравнений магнитного поля.....	76

## **Секция 30. Современные технологии в электротехнике, электромеханике, электроэнергетике**

### **Бобанский В.Л. Рационализация методики расчетов тяговой характеристики электромобиля**

**Оренбургский государственный университет, г.Оренбург**

При расчетах характеристик электромобилей (ЭМ) и в частности для определения мощности тягового электродвигателя (ТЭД), необходимо установить взаимосвязь и закономерности между характеристикой сил сопротивления движению ЭМ (ХСД) и тяговой характеристикой ЭМ (ТХ). Необходимо решить основную задачу науки «Электропривод транспортных средств» для частного случая. Рациональные и точные методики этих расчетов дают возможность осуществления выбора, согласования работы и выявления путей оптимизации агрегатов для получения заданных (или желательных) энергетических и технико-эксплуатационных показателей, как тяговой системы, так и транспортного средства в целом.

Сложность таких расчетов, объясняется большим множеством закономерностей влияющих на динамику вращательного движения отдельных частей и поступательного движения транспортного средства в целом.

Электротранспортные средства можно разделить на несколько классов:

- легковые электромобили повышенной мощности и динамичности как альтернатива современному легковому автомобилю;
- малые легковые электромобили и комьютеры для пожилых людей и домохозяек, тетраэлектроциклы для молодежи, рассчитанные на небольшие скорости;
- заводской грузовой и пассажирский электротранспорт;
- электробусы и грузовые электромобили;
- троллейбусы;
- рельсовый магистральный электротранспорт;
- рельсовый городской электротранспорт.

Известно, что максимальная мощность тягового двигателя на любом транспорте необходима в момент разгона и на крутых подъемах. Автомобильные дороги и железнодорожные пути строятся с нормируемыми максимальными уклонами.

Основным показателем восприимчивости современного автомобиля является ускорение разгона. По этой характеристике выбирается

величина мощности тягового двигателя. Стремление увеличить восприимчивость автомобилей приводит к завышению мощности двигателей в несколько раз от необходимой для движения его с постоянной максимальной скоростью. Поэтому для электротранспортных средств повышенной динамичности (пункты 1,4,5,7 из приведенной классификации) рационально мощность тягового двигателя рассчитывать из условия задаваемого ускорения разгона, а для остальных видов этим критерием можно считать только величину силы основного сопротивления движению.

В режиме тяги на транспортное средство (ТС) действует ускоряющая сила тяги

$$F_y = F - W \quad (1)$$

где  $F$  – сила тяги обеспечиваемая ТЭД,

$W$  – сумма сил сопротивления движению, Н;

Тогда в режиме тяги уравнение движения ТС записывается в виде:

$$G \frac{dV}{dt} = \zeta (F - W) \quad (2)$$

или в удельной форме:

$$\frac{dV}{dt} = \zeta (f - \omega) \quad (3)$$

где  $G$  – вес ТС, кН;

$V$  – скорость ТС;  $t$  – время движения;

$\zeta$  – коэффициент, зависящий от размерности  $V$  и  $t$ ;

$f = \frac{F}{G}$ , н/кН;  $\omega = \frac{W}{G}$ , н/кН.

Уравнения (2) и (3) можно интегрировать и исследовать, если известны зависимости  $F = f(V)$  и  $W = w(V)$ , которые называются соответственно тяговой характеристикой ТС и характеристикой сил сопротивления ТС. Для однодвигательных ТС тяговая характеристика его совпадает с тяговой характеристикой ТЭД:

$$F_g = f(V), \quad (4)$$

где  $F_g$  – сила тяги одного электродвигателя.

Поэтому обычная методика расчета и построения тяговой характеристик ТС представляет следующую последовательность:

- определение силы тяги ТС  $F_1$  через сумму сил сопротивления  $F \geq W$ , т.е. из условия равномерного и ускоренного движения ТС по горизонтали;

- по величине мощности  $P_g$  выбирается тяговый электродвигатель;

- по рабочим и механическим характеристикам выбранного ТЭД рассчитывается и строится тяговая характеристика ТС.

По такой методике можно рассчитывать ТХ транспортных средств по п.п. 2,3,6 приведенной классификации, так как сила тяги  $F$  оказывается заниженной для высоковосприимчивых ТС, для которых

силу  $F$  необходимо рассчитывать из условия задаваемого ускорения разгона.

В настоящее время одной из основных паспортных характеристик легкового ТС является величина времени разгона его до скорости 100 км/ч от начала движения. Эта величина дает возможность определить ускорение разгона  $\frac{dV}{dt}$ , а по формуле (2) и величину силы тяги  $F$ . Тяговые характеристики рассчитанные и построенные по условию ускорения разгона совпадают с ТХ высоковосприимчивых современных автомобилей и электромобилей.

# **Бравичев С.Н., Быковская Л.В. Расчёт напряженности электрического поля высоковольтных линий электропередач**

**Оренбургский государственный университет, г.Оренбург**

Провода работающей линии электропередачи создают в прилегающем пространстве электрическое и магнитное поля промышленной частоты. Дальность распространения электрического поля от проводов зависит от класса напряжения ЛЭП (цифра, обозначающая класс напряжения стоит в названии ЛЭП - например ЛЭП 220 кВ), чем выше напряжение - тем больше зона повышенного уровня электрического поля, при этом размеры зоны не изменяются в течении времени работы ЛЭП.

Электрические и магнитные поля являются очень сильными факторами влияния на состояние всех биологических объектов, попадающих в зону их воздействия.

Например, в районе действия электрического поля ЛЭП у насекомых проявляются изменения в поведении: так у пчел фиксируется повышенная агрессивность, беспокойство, снижение работоспособности и продуктивности, склонность к потере маток; у жуков, комаров, бабочек и других летающих насекомых наблюдается изменение поведенческих реакций, в том числе изменение направления движения в сторону с меньшим уровнем поля. У растений распространены аномалии развития - часто меняются формы и размеры цветков, листьев, стеблей, появляются лишние лепестки.

Многолетние наблюдения сотен тысяч людей, проживающих в зонах воздействия электромагнитного излучения сетей промышленной частоты, проведенные в США, Швеции, Финляндии выявили статистически значимую "избыточность" числа опухолей мозга, увеличение риска развития рака молочной железы и лейкоза.

Причем эти данные зафиксированы в 800 - метровых коридорах вдоль трасс ЛЭП 200кв и 400кв (Швеция). В Финляндии аналогичные результаты были получены на расстоянии 500 метров от воздушных ЛЭП 110 - 400 кВ [1].

В России в целях защиты населения от воздействия электромагнитного поля ЛЭП установлены санитарно - защитные (охранные) зоны. В пределах этих зон запрещается размещение жилых зданий, стоянок и остановок всех видов транспорта, устраивать места отдыха, спортивные и игровые площадки [2]. Границы охранных зон приведены в таблице 1.

**Таблица 1 - Границы санитарно-защитных зон для ЛЭП согласно СН №2971-84**

Напряжение ЛЭП	330 кВ	500 кВ	750 кВ	1150 кВ
Размер санитарно-защитной (охранной) зоны	20 м	30 м	40 м	55 м

Однако даже в случае соблюдения приведенных нормативов вполне возможна напряженность электрического поля выше предельно допустимых значений (таблица 2) 0,5 кВ/м внутри здания и 1 кВ/м в местах возможного пребывания людей.

**Таблица 2 - Допустимые уровни воздействия электрического поля ЛЭП на население**

ПДУ, кВ/м	Условия облучения
0,5	внутри жилых зданий
1,0	на территории зоны жилой застройки
5,0	в населенной местности вне зоны жилой застройки; (земли городов в пределах городской черты в границах их перспективного развития на 10 лет, пригородные и зеленые зоны, курорты, земли поселков городского типа в пределах поселковой черты и сельских населенных пунктов в пределах черты этих пунктов) а также на территории огородов и садов;
10,0	на участках пересечения воздушных линий электропередачи с автомобильными дорогами 1 – IV категорий;
15,0	в ненаселенной местности (незастроенные местности, хотя бы и часто посещаемые людьми, доступные для транспорта, и сельскохозяйственные угодья);
20,0	в труднодоступной местности (недоступной для транспорта и сельскохозяйственных машин) и на участках, специально выгороженных для исключения доступа населения.

Имеющаяся в распоряжении специализированных подразделений санэпиднадзора измерительная аппаратура обладает существенным недостатком - ее применении в случае многочастотного воздействия весьма проблематично. Проведение достоверных измерений становится возможным лишь при отключении всех источников электромагнитного излучения за исключением контролируемого, что в пределах крупного урбанизированного центра практически невозможно [3]. Селективная,

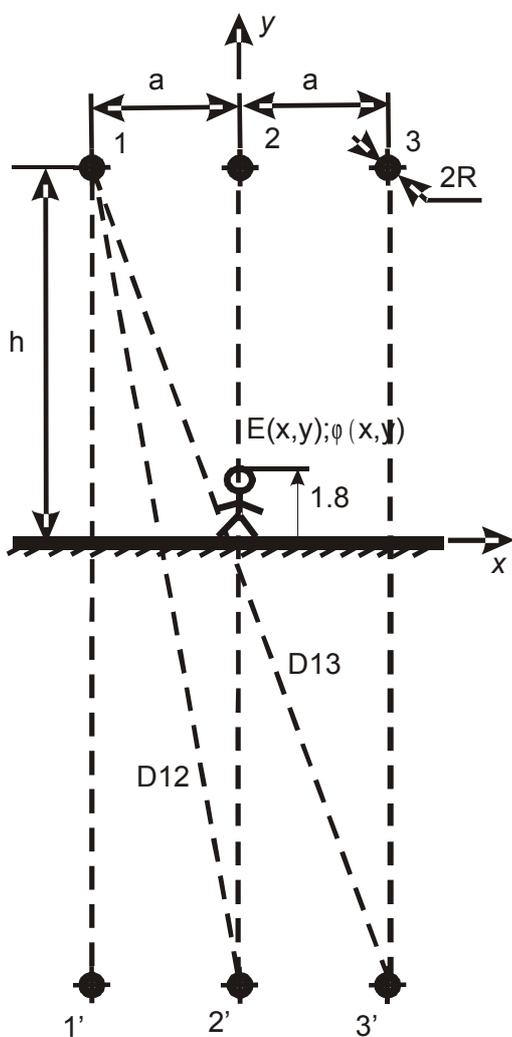


Рисунок 1

зеркальных отображений (рисунок 1). Заряды проводов и их потенциалы определим с помощью первой группы уравнений Максвелла [4], рисунок 2. По известным значениям потенциалов проводов и зарядов определяем проекции вектора напряженности электрического поля на оси и затем результирующее значение этой величины и потенциала. Расчет в системе Mathcad показан на рисунках 2, 3.

метрологически обеспеченная аппаратура для измерения гигиенических параметров электромагнитного излучения серийно не выпускается ни в нашей стране, ни и за рубежом. Использование для этих целей селективных вольтметров и приборов радиоразведки ограничивается отсутствием требуемого метрологического обеспечения (прежде всего широкополосных калиброванных антенн). В этих условиях все большее значение приобретают расчетные методы анализа загрязнения окружающей среды электромагнитным излучением.

Определим напряженность электрического поля, создаваемого системой трёх параллельных проводов (ЛЭП), расположенных параллельно проводящей поверхности (земле) на высоте 1.8 метра, в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_r$ . Будем считать известными – диаметр проводов  $d$ , расстояние между осями  $a$ , высоту подвеса проводов  $h$ . Для расчётов воспользуемся методом



На рисунке 4 показано распределение напряженности электрического поля и потенциала на высоте 1.8 метра на расстоянии 40 м (20 м влево и вправо от центрального провода) в момент времени  $t=0$ .

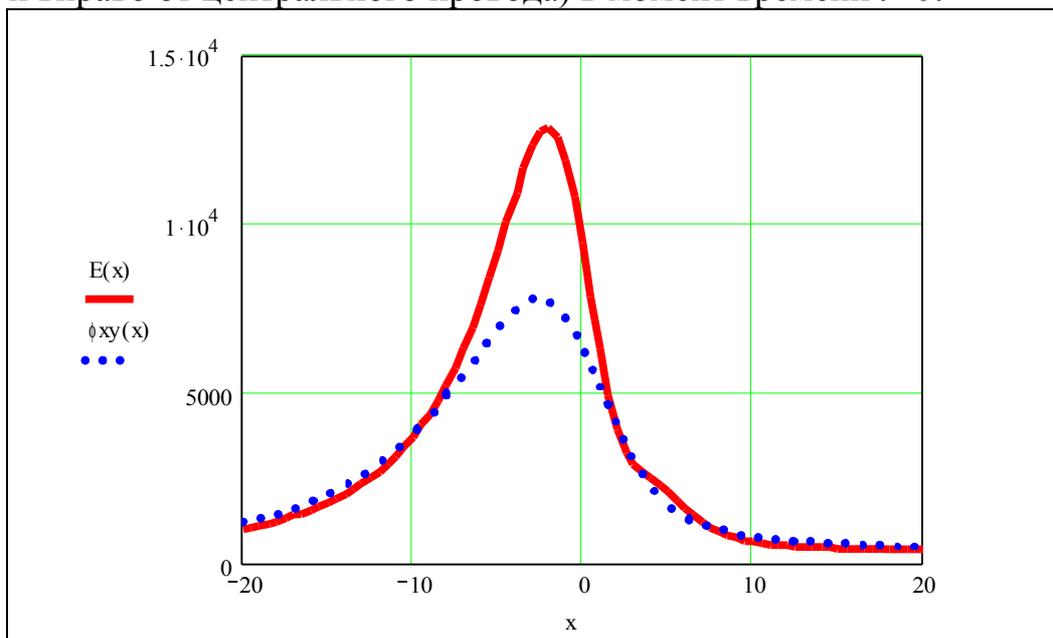


Рисунок 4 - Распределение напряженности электрического поля и потенциала в момент времени  $t=0$ .

На рисунке 5 показано распределение напряженности электрического поля и потенциала на высоте 1.8 метра на расстоянии 40 м (20 м влево и вправо от центрального провода) через половину периода, в момент времени  $t=0.01c$ .

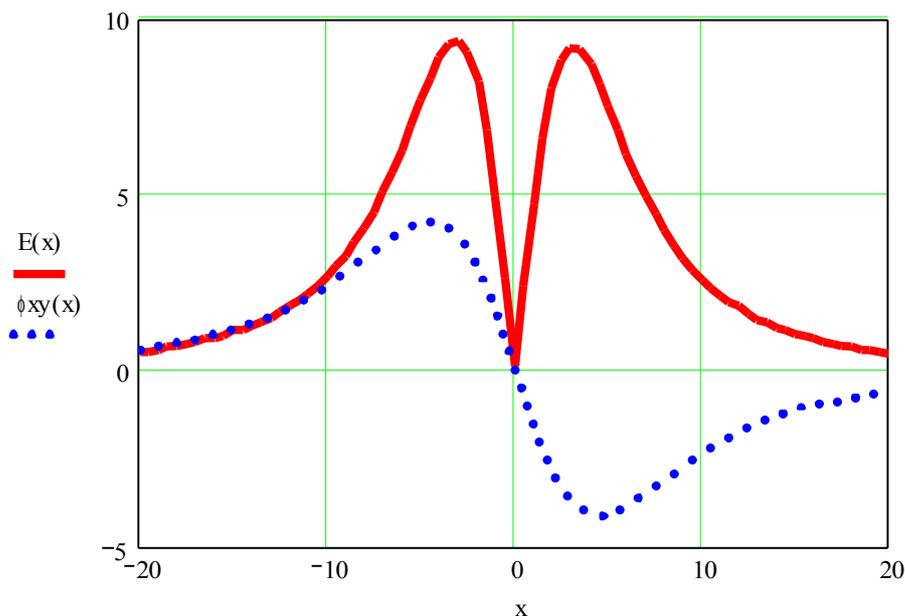


Рисунок 5 - Распределение напряженности электрического поля и потенциала на высоте 1.8 метра в момент времени  $t=0.01 c$

Из проведенных расчётов и полученных графических зависимостей можно сделать вывод, что значение напряженности электрического поля, создаваемого ЛЭП 220 кВ в пределах 10 метров от центрального провода, не позволяет находиться человеку в электрическом поле длительное время.

### **Список литературы:**

1. **Применение геоинформационных технологий для анализа и регулирования электромагнитного загрязнения окружающей среды** [Электронный ресурс] / А. Ю. Сомов [и др.] ; Саратов. гос. ун-т, Отдел геоинформационных систем Поволж. регион. центра новых информ. технологий. - Саратов : ПРЦ НИТ, 1999-2007. - Режим доступа: [http://www.sgu.ru/ogis/gis\\_otd/publ17.htm](http://www.sgu.ru/ogis/gis_otd/publ17.htm).
2. **Славников, В. Е. Человек в электромагнитных полях** [Электронный ресурс] / В. Е. Славников. - М. : © Colan, 2001. - Режим доступа: <http://www.colan.ru/technics/artview.php?idx=37>. - 25.12.2007.
3. **Коробченко А. Поле, электромагнитное поле...**//Телеком - пресс № 15, февраль 1997 г., с.16.
4. **Зима Т.Е., Зима Е.А.** Теоретические основы электротехники. Основы теории электромагнитного поля: Учеб. пособие. – Новосибирск:Изд-во НГТУ, 2005. – 198 с.

# Булатов В.Н. Спектрально—импульсный метод широкодиапазонного воспроизведения угла фазового сдвига

Оренбургский государственный университет, г.Оренбург

При решении практических задач по воспроизведению угла фазового сдвига возникает проблема воспроизведения угла фазового сдвига с однозначным его определением за пределами 360 градусов. Разработка технических решений в этом направлении неизбежно наталкивается на отсутствие теории в этой области. При ближайшем рассмотрении этой проблемы очевидным является недостаток, совершенно несвязанный с природой существования фазовых зависимостей, а обусловленный формой описания этих зависимостей.

Действительно, если сигнал  $e(t)$  имеет спектральную характеристику  $S(\omega)$ , то фазовый спектр определяется как  $\varphi(\omega) = \arctg[Im S(\omega)/Re S(\omega)]$ , где  $Im S(\omega)$  и  $Re S(\omega)$  соответственно мнимая и вещественная часть спектральной характеристики. При таком определении фазы любой спектральной составляющей имеет смысл говорить только в пределах  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Очевидно, что выход фазы при соответствующем изменении аргумента модуляции за указанный предел вносит неоднозначность определения фазовой характеристики сигнала.

Эти же ограничения перенесены во все известные технические решения, поскольку они, хотя и разработаны на основе результатов решений различных научных задач, базируются на одних и тех же элементах научно-методического аппарата.

Автором данной работы было получено несколько частных зависимостей, позволяющих разработать на их основе технические средства, реализующие однозначную зависимость фазы от аргумента модуляции на всей числовой оси. Эффективность внедрения полученных результатов стимулировала попытку разработать единый метод разрешения указанной выше проблемы, версия которого излагается ниже.

Очевидно, что при изменении во времени параметров какого либо ансамбля импульсов будут происходить и изменения в его образе, представленном в частотной области (подобный ансамбль далее именуется: импульсный динамический объект — ИДО). Преобразование Фурье, используемое для получения подобных образов, позволяет получать спектральную характеристику, которая не является функцией времени, и отражает поведение амплитудного  $|S(\omega)|$  и фазового  $\varphi(\omega)$  спектров в частотной области только для конкретного конечного отрезка импульсной функции на выбранном интервале времени  $[t_c - T, t_c]$  (или сечении  $t_c$ ). Поэтому, в строгом соответствии с преобразованием Фурье, модуляционную функцию для фазы частотных компонент  $\omega_i$ , как

функцию времени, можно представить только множеством фазо-частотных функций  $\varphi(\omega_i, t_c)$ , определенных на интервале  $[t_c - T, t_c + (k-1)T]$  в  $k$  сечениях. Дальнейшее восстановление функции фазы как функции времени по полученному множеству (по существу — временных выборок) для отдельных частотных компонент является стандартной процедурой (фильтрация, аппроксимация) и не представляет особых проблем. Основной задачей настоящей работы является установление однозначно определяемых зависимостей  $\varphi(\omega) = f(p, \omega)$ , где  $p$  — параметр ИДО, в потенциально неограниченном диапазоне изменения фазы установленных гармонических составляющих ИДО.

В [1] показано, что методически, для исследований свойств фазовых спектров сигналов типа ИДО, следует из фазового спектра  $\varphi(\omega)$  выделять фазовый спектр  $\varphi_\Phi(\omega)$ , формируемый формой ИДО, и фазовый спектр  $\varphi_c(\omega)$ , определяемый смещением  $t_{см}$  ИДО относительно выравненного ИДО (выравненный ИДО существует при  $|t| \leq T/2$ , где  $T$  — интервал полного определения ИДО). В соответствии с этим и определяются задачи установления модуляционных зависимостей фазы гармонических составляющих для обоих видов фазовых слагаемых.

Фазовый спектр, зависящий от смещения  $t_{см}$ , определяется как  $\varphi_c(\omega, t_{см}) = -j\omega t_{см}$  и однозначно определяется при любых значениях  $t_{см}$ .

Для поиска уравнений фазовой модуляции с аргументом, представляющим динамику формы ИДО, необходимо определиться с условиями существования этих уравнений при однозначной связи с аргументом на всей числовой оси.

Пусть функция  $e(t)$  является сечением некоторой временной функции с динамическими параметрами, отражающими медленный закон модуляции, и полностью определена на интервале  $[t_c - T, t_c]$ , причем  $t_c - T = -t/2$ ,  $t_c = t/2$ . Такое расположение функции  $e(t)$  на оси  $t$  соответствует выравненной. И пусть сигнал  $e(t)$  удовлетворяет следующим условиям:

- 1) содержит четную и нечетную составляющие:  $e_c(t)$ ,  $e_{нч}(t)$ ;
- 2) раскладывается в ряд Маклорена.

В таком случае для исследования можно взять решение спектральной характеристики для обобщенного сигнала из [1]. Учитывая, что вещественная часть функции спектра, приведенного в [1], отображает четные параболические составляющие функции сигнала, а мнимая часть — нечетные, произведем в нем следующие замены:

- а) для вещественной составляющей спектра:  $e(t) = e_c(t)$ ;
- б) для мнимой составляющей спектра:  $e(t) = e_{нч}(t)$ .

Тогда спектральная плотность сечения  $t_c$  на основании материалов в [1]:

$$S(\omega, t_c) = \frac{2}{\omega} \left\{ \left[ A(\omega, t_c) \sin \frac{\omega \tau}{2} + B(\omega, t_c) \cos \frac{\omega \tau}{2} \right] + j \left[ C(\omega, t_c) \sin \frac{\omega \tau}{2} + D(\omega, t_c) \cos \frac{\omega \tau}{2} \right] \right\}$$

(1)

где

$$\begin{aligned}
A(\omega, t_c) &= \sum_{i=0}^{\infty} e_{\text{ч}}^{(2i)}(0) \sum_{k=0}^i \frac{(\tau/2)^{2(i-k)}}{[2(i-k)]! \omega^{2k}} \\
B(\omega, t_c) &= \sum_{i=0}^{\infty} e_{\text{нч}}^{(2i+2)}(0) \sum_{k=0}^i \frac{(\tau/2)^{2(i-k)+1}}{[2(i-k)+1]! \omega^{2k+1}} , \\
C(\omega, t_c) &= - \sum_{i=0}^{\infty} e_{\text{нч}}^{(2i+1)}(0) \sum_{k=0}^i \frac{(\tau/2)^{2(i-k)}}{[2(i-k)]! \omega^{2k+1}} , \\
D(\omega, t_c) &= \sum_{i=0}^{\infty} e_{\text{нч}}^{(2i+1)}(0) \sum_{k=0}^i \frac{(\tau/2)^{2(i-k)+1}}{[2(i-k)+1]! \omega^{2k}} .
\end{aligned}$$

Здесь  $e_{\text{ч}}^{(p)}$  и  $e_{\text{нч}}^{(q)}$  производные соответственно четной и нечетной составляющих временной функции  $e(t)$  .

Если принять

$$\begin{aligned}
A_1(t_c) &= \frac{2}{\omega} \left[ A(\omega, t_c) \sin \frac{\omega \tau}{2} + B(\omega, t_c) \cos \frac{\omega \tau}{2} \right] , \\
A_2(t_c) &= \frac{2}{\omega} \left[ C(\omega, t_c) \sin \frac{\omega \tau}{2} + D(\omega, t_c) \cos \frac{\omega \tau}{2} \right] ,
\end{aligned}$$

то выражение (1) для некоторой фиксированного значения  $\omega = \omega_l$  можно записать так:

$$\mathbf{S}(\omega_l, t_c) = A_1(t_c) + jA_2(t_c) .$$

Отсюда получаем выражение фазовой характеристики для частотной компоненты  $\omega_l$  в традиционном ее представлении для рассматриваемого сечения  $t_c$ :

$$\begin{aligned}
\varphi(\omega_l, t_c) &= \text{arc tg} [A_2(t_c)/A_1(t_c)] , \\
(2)
\end{aligned}$$

которая может быть определена в смысле главного значения аргумента на интервале  $[-\pi/2, \pi/2]$  .

В общем случае функция фазы  $\varphi = \text{arctg}(y)$  является ограниченной функцией. Первая ее производная — непрерывна и также ограничена:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{1+y^2} . \quad (3)$$

Но если видоизменить форму представления фазового спектра и представить его функцию в виде длины некой кривой (дуги) с производной, представленной выражением (3), то можно реализовать возможность получения однозначной зависимости фазы от образующих ее переменных на всей числовой оси.

С этой целью определим частные производные (для упрощения записей формул опустим обозначение переменной  $t_c$ ):



$$A_1 = R \cos x, \quad (7)$$

$$A_2 = R \sin x. \quad (8)$$

Тогда, подставляя (7), (8) в (4) и (5), получим:

$$\frac{\partial \square}{\partial A_2} = \frac{\cos x}{R}, \quad \frac{\partial \square}{\partial A_1} = \frac{\sin x}{R}.$$

Далее, на основании (7), (8) определяем:

$$dA_1 = -R \sin x \cdot dx; \quad dA_2 = R \cos x \cdot dx.$$

Теперь находим зависимость  $\varphi(x)$  :

$$\begin{aligned} \square(x) &= \int_L P(A_1, A_2) \cdot dA_1 + Q(A_1, A_2) \cdot dA_2 = \\ &= \int_{x_1}^{x_2} \left[ \left( \frac{-\sin x}{R} \right) (-R \sin x \, dx) + \left( \frac{\cos x}{R} \right) (R \cos x \, dx) \right] = x_2 - x_1. \end{aligned}$$

Поскольку все шкалы в измерительных преобразованиях конечны, то достаточно взять  $x_1=0$ ,  $x_2=x$ . Тогда, учитывая, что рассматривается фазовая спектральная составляющая для частного сечения  $t_c$ , окончательно можно записать:

$$\varphi(\omega_i, t_c) = x.$$

Таким образом, получена зависимость фазовой характеристики  $\varphi(t_c)$  от параметра  $x(t_c)$ , связывающего зависимость между  $A_1(t_c)$  и  $A_2(t_c)$ , позволяющая однозначно определять фазу спектральной составляющей на всей числовой оси.

Для поиска приемлемых уравнений фазовой модуляции с аргументом, представляющим динамику формы ИДО, необходимо определиться с некоторыми условиями, вытекающими из вышеизложенного анализа, которые обязательно или рекомендательно надо учитывать при разработке необходимых и достаточных ИДО.

#### 1 Обязательные условия

1.1 Необходимо, чтобы выражение спектральной плотности  $S(\omega, t_c)$  содержало вещественную  $A_1(\omega, t_c)$  и мнимую  $jA_2(\omega, t_c)$  части; иначе все комплексные амплитуды будут лежать или только в вещественной, или только в мнимой плоскостях. Это, в свою очередь, требует наличия в ИДО четной и нечетной динамической составляющих функции времени для любого сечения  $t_c$ .

1.2 В связи с тем, что функции  $P(A_1, A_2)$  и  $Q(A_1, A_2)$  имеют разрывы при  $A_1=A_2=0$ , и эта точка должна лежать внутри контура интегрирования, чтобы

$$\oint P(A_1, A_2) \cdot dA_1 + Q(A_1, A_2) \cdot dA_2 \neq 0,$$

то диапазоны изменения  $Re S(\omega_i, t_c)$ ,  $Im S(\omega_i, t_c)$  от переменной  $t_c$  должны формироваться таким образом, чтобы эта точка была расположена внутри каждого из этих диапазонов.

1.3 Из частотного диапазона должны быть исключены участки, где спектральная плотность ИДО обращается в ноль, иначе пункт 1.2 не выполним.

## 2 Рекомендательные условия

Эти условия диктуются практической целесообразностью.

2.1 Ориентируясь на возможность высокоточной реализации управления функциями  $A_1=f(t_c, t)$  и  $A_2=f(t_c, t)$  техническими средствами, составляющие ИДО аппликаты должны быть на интервале  $\tau$  их определения элементарными, не имеющими производных.

2.2 Ансамбль импульсов, составляющих ИДО, должен иметь минимально возможное число аппликат; очевидно, что меньше двух аппликат (например, четная и нечетная) быть не может.

Исходя из составленных выше условий, было установлено [3], что аппликацией для построения ИДО должен быть импульс прямоугольной формы длительностью  $\tau$ , а общий вид спектральной функции  $S(\omega, t_c)$  на основании должен выглядеть следующим образом:

$$S(\omega, t_c) = \frac{2}{\omega} \sin \frac{\omega \tau}{2} [A_1(\omega, t_c) + jA_2(\omega, t_c)],$$

(9)

где сомножители перед скобкой отражают характер спектра одиночного прямоугольного импульса с единичной амплитудой, а выражение в скобках представляет динамику соотношения четной и нечетной составляющих ИДО, представляющего собой ансамбль импульсов прямоугольной формы с вариацией их амплитуд, посредством которой осуществляется фазовая модуляция отдельных частотных компонент.

Очевидно, что выражение (9) поставленной цели не удовлетворяет при  $\omega = \omega_0 = \pm 2k\pi/\tau$  (условие пункта 1.3).

Для обеспечения линейной зависимости фаз гармонических составляющих ИДО с частотами  $\omega_i$  от некоторой модулирующего сигнала  $x(t_c - T)$  (выборка  $x$  по моменту начала сечения) в соответствии с (7), (8) должно выполняться :

$$A_1(\omega_i, t_c) = R(\omega_i) \cos[k_m \cdot x(t_c - T)],$$

(10)

$$A_2(\omega_i, t_c) = R(\omega_i) \sin[k_m \cdot x(t_c - T)],$$

(11)

$$R(\omega_i) = \sqrt{A_1^2(\omega_i, t_c) + A_2^2(\omega_i, t_c)} = const \quad \text{для } \omega_i, \quad (12)$$

где  $k_m$  — коэффициент масштаба. Тогда выражение (9) преобразуется в следующий вид:

$$S(\omega_i, t_c) = \frac{2R(\omega_i)}{\omega_i} \sin \frac{\omega_i \tau}{2} \exp [j\varphi_\Phi(\omega_i, t_c)], \quad (13)$$

где

$$\varphi_\Phi(\omega_i, t_c) = k_m \cdot x(t_c - T) \pm \left\{ \pi/2 - (\pi/2) \operatorname{sgn}[\sin(\omega_i \tau/2)] / \omega_i \right\}. \quad (14)$$

Примечание — Если в пределах сечения  $[t_c - T, t_c]$  с допустимой погрешностью можно считать, что функция  $x$  не зависит от  $t$ , а значения  $A_1$  и  $A_2$  при управлении меняются только от сечения к сечению:  $A_{1i} = f_1(t_c + iT)$  и  $A_{2i} = f_2(t_c + iT)$  — такой процесс модуляции классифицируется как процесс с медленным законом модуляции (МЗМ).

Уравнение (14) является главным уравнением фазовой модуляции. Но для того, чтобы реализовать это уравнение, нужно найти решения системы уравнений для функций амплитуд  $E_i(t_c)$  импульсов прямоугольной формы, входящих в выражения  $A_1(\omega_i)$ ,  $A_2(\omega_i)$  конкретных ИДО, с использованием (10)-(12). В результате анализа свойств ИДО, подходящих под условия пунктов 1.1 и 1.2, были выявлены четыре базисных варианта построения ИДО, на основе изменения формы которых можно сформировать фазовые модуляционные уравнения в области определения фазового спектра  $[-\infty, +\infty]$ . Эти варианты схематично представлены таблицей 1, а их временные диаграммы для частного сечения  $t_c$  — на рисунках 1-4.

Таблица 1

Синтез ИДО	с постоянной составляющей	без постоянной составляющей
методом наложения	Вариант А	Вариант В
методом аппликации	Вариант Б	Вариант Г

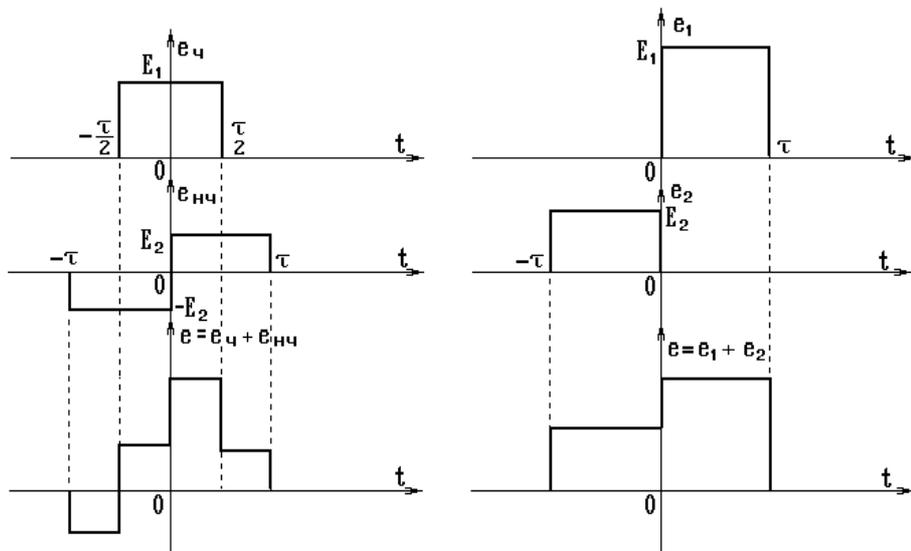


Рисунок 1 – Вариант А

Рисунок 2 – Вариант Б

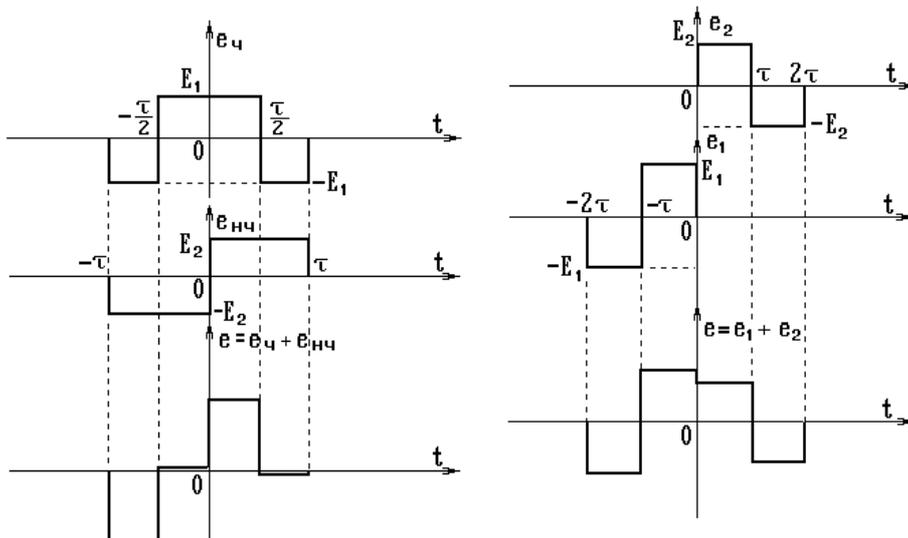


Рисунок 3 – Вариант В

Рисунок 4 – Вариант Г

Для установленного некоторого множества  $\{ \omega_k \}$  были выявлены оптимальные уравнения модуляции фазы гармонических составляющих ИДО, которые в конечном виде сведены в таблицу 2.

Таблица 2

Вариант	Частоты воспроизведения $\omega_k$	Главное ( $\varphi_\Phi$ ) и промежуточные ( $E_1, E_2$ ) уравнения фазовой модуляции с аргументом модуляции $x$
А	$(\pi \pm 2k\pi)/\tau$	$\varphi_\Phi = -k_m x (-1)^k \pm \{\pi/2 - (\pi/2)(-1)^k\};$ $E_1 = R \cos[k_m x];$ $E_2 = R(-1)^k \sin[k_m x]/2;$ $R(\omega_k) = \sqrt{E_1^2 + 4 \cdot E_2^2} = const$
Б	$(\pi/2 \pm k\pi)/\tau$	$\varphi_\Phi = k_m x (-1)^k \pm \{\pi/2 - (\pi/2)(-1)^k\};$ $E_1 = 0,5^{0,5} R \{(-1)^k \cos[k_m x] - \sin[k_m x]\};$ $E_2 = 0,5^{0,5} R \{(-1)^k \cos[k_m x] + \sin[k_m x]\};$ $R(\omega_k) = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = const$
В	$(\pi \pm 2k\pi)/\tau$	$\varphi_\Phi = -k_m x (-1)^k \pm \{\pi/2 - (\pi/2)(-1)^k\};$ $E_1 = R \cos[k_m x];$ $E_2 = R(-1)^k \sin[k_m x];$ $R(\omega_k) = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = const$
Г	$(\pi/4 \pm k\pi/2)/\tau$	$\varphi_\Phi = k_m x (-1)^k \pm \{\pi/2 - (\pi/2) \operatorname{sgn}(g)\},$ $E_1 = 0,5^{0,5} R \{\operatorname{sgn}(\alpha) \cos[k_m x] - \operatorname{sgn}(\beta) \sin[k_m x]\},$ $E_2 = 0,5^{0,5} R \{\operatorname{sgn}(\alpha) \cos[k_m x] + \operatorname{sgn}(\beta) \sin[k_m x]\},$ <p style="text-align: center;"><i>где <math>\alpha = \sin(\pi/4 \pm k\pi/2)</math>, <math>\beta = \cos(\pi/4 \pm k\pi/2)</math>;</i></p> $R(\omega_k) = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = const$

На основе анализа таблицы 2 можно сформулировать следующие основные рекомендации для синтеза технического решения унифицированного узла широкодиапазонного воспроизведения угла фазового сдвига, исходя из априорной минимальной инструментальной погрешности реально существующих функциональных преобразователей:

а) реализацию нелинейного периодического преобразования типа  $E = R \cos(k_m x)$  необходимо осуществлять посредством программируемых матриц и аналого-цифровых преобразователей; следовательно, величина  $x$  должна задаваться дискретным способом (например, числом в двоичном коде);

б) коэффициент  $k$  выбора частотной компоненты для модуляции по заданной модуляционной зависимости при некотором своем

множестве вносит отрицательную зависимость в главное уравнение модуляции и смещение (в виде методической систематической ошибки); оба явления просто могут быть устранены перекоммутациями в зависимости от вариантов:  $E_1 \rightarrow E_2$ ,  $E_2 \rightarrow E_1$ ;  $E_1 \rightarrow -E_1$ ,  $E_2 \rightarrow -E_2$ ; в итоге всегда можно реализовать главное уравнение фазовой модуляции в виде:

$$\varphi_{\Phi}(\omega_k, t_c) = k_m \cdot x(t_c - T) \quad ;$$

(15)

в) реализацию моментов  $t_i$  начала и конца прямоугольных импульсов, входящих в ИДО, осуществлять в соответствии с отношением эквивалентности этих событий стробированным событиям периодического повторения меры времени, равной  $\tau$ .

Таким образом, получены в аналитическом виде основные нелинейные функции управления амплитудой аппликат в виде импульсов прямоугольной формы, составляющих в целом импульсный динамический объект (ИДО), для четырех базисных вариантов. При этом результирующая функция фазовой модуляции (15) может однозначно и линейно в зависимости от  $x$  определяться (или воспроизводиться) на всей числовой оси.

### Использованные источники

- 1 Булатов В.Н. Спектральная характеристика для обобщенного сигнала с динамическими параметрами // Анализ структур электронной и вычислительной техники: Межвуз. сб. научн. тр.- Оренбург, ОГТУ.- 1995.- С. 25-30.
- 2 Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. - М.: Наука, Гл. ред. ф.-мат. лит.-ры, 1971 – С. 483 - 487.
- 3 Булатов В.Н. Формирование фазовых модуляционных уравнений на основе импульсных динамических объектов // Методы и средства управления технологическими процессами: Сб. тр. III Междунар. научн. конф. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 1999. – С. 56 – 60.

# Булатов В.Н., Тимонов Е.С., Даминов Д.А. Цифровой спектральный анализ сигналов с неравномерной дискретизацией

Оренбургский государственный университет, г.Оренбург

Цифровая обработка сигналов является основополагающей технологией преобразования сигналов в современных информационно-измерительных и управляющих системах (ИИУС). Существенная часть информационного преобразования, как правило, производится над образом сигнала в частотной области. Преимущество такого подхода особенно сказывается при выделении информативного колебания с конечной шириной спектра, представленного в смеси с широкополосным шумом.

Для получения значений дискретизированных сигналов используются, главным образом, аналогово-цифровые преобразования (АЦП) с *равномерной дискретизацией*. Подобное представление сигнала ориентировано для достаточно простых и эффективных алгоритмов цифровой обработки в частотной области. Именно для обработки подобных массивов значений разработаны дискретное и быстрое преобразования Фурье.

Однако при решении ряда задач по цифровой обработке сигналов приходится сталкиваться с *неравномерной дискретизацией* сигналов, обусловленной, например, использованием АЦП с генерацией выходных кодов по моментам сравнения входного сигнала с уровнями квантования или нелинейными преобразованиями во времени цифрового сигнала с равномерной дискретизацией. Для решения ряда подобных задач авторами были разработаны частные методики спектральных преобразований с использованием ранее полученных теоретических результатов [1]. Но возрастающие требования к разрешающей способности обозначенного выше класса ИИУС требуют создания универсального аппарата преобразования сигнала в частотной области, разработки спектрально-временного метода преобразования цифровых сигналов с неравномерной дискретизацией с обусловленной методической погрешностью. Решению этой научной задачи посвящена настоящая работа.

Очевидно, чтобы избавиться от погрешности, присущей дискретному преобразованию Фурье и обусловленной тем, что вычисление интеграла Фурье по существу заменяется вычислением суммы площадей прямоугольников, что неизбежно приводит к существенному искажению спектра широкополосных колебаний, необходимо получить аналитическое выражение спектрального преобразования сигнала с неравномерной дискретизацией. А это, в свою очередь, возможно только в случае аналитического представления сигнала с неравномерной дискретизацией. Таким образом, сформулированная задача должна решаться в два этапа:

1-й этап – аппроксимация сигнала с неравномерной дискретизацией аналитическим выражением (интерполяция по множеству значений сигнала) с установленной погрешностью;

2-й этап – получение решения спектрального преобразования аппроксимированного сигнала в аналитическом виде.

### 1 Выбор аппроксимации сигнала с неравномерной дискретизацией

Пусть на отрезке  $[t_0, t_n]$  заданы  $n+1$  точек  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ , которые называются узлами интерполяции, и имеются значения некоторого сигнала  $e(t)$  в этих точках (рисунок 1):

$$e(t_0)=e_0, e(t_1)=e_1, e(t_2)=e_2, \dots, e(t_n)=e_n .$$

(1)

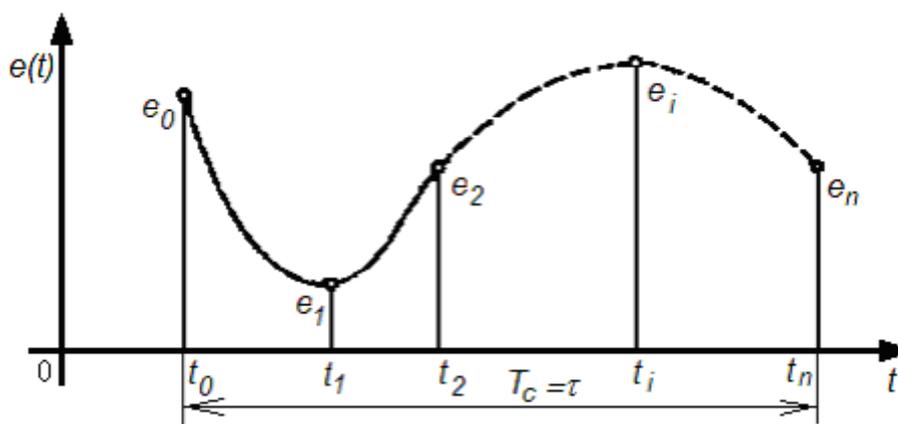


Рисунок 1

При этом в общем случае допускается, что

$$t_1 - t_0 \neq t_2 - t_1 \neq t_3 - t_2 \neq \dots \neq t_n - t_{n-1} .$$

Требуется построить функцию  $f(t)$  (интерполирующую функцию), принадлежащую известному классу и принимающую в узлах интерполяции те же значения, что и  $e(t)$ , то есть такую, чтобы

$$f(t_0)=e_0, f(t_1)=e_1, f(t_2)=e_2, \dots, f(t_n)=e_n .$$

(2)

В такой общей постановке задача может иметь бесчисленное множество решений. Однако эта задача становится однозначной, если вместо произвольной функции  $f(t)$  искать полином  $P_n(t)$  степени не выше  $n$ , удовлетворяющий условиям (2), то есть такой, чтобы:

$$P_n(t_0)=e_0, P_n(t_1)=e_1, P_n(t_2)=e_2, \dots, P_n(t_n)=e_n .$$

(3)

Полученную интерполяционную формулу обычно используют для приближенного вычисления значений данной функции для значений аргумента  $t$ , отличных от узлов интерполирования.

Из известных интерполяционных формул (Бесселя, Стирлинга, Стеффенсена, Эверетта, Гаусса, Чебышева и других) для решения по-

ставленной задачи подходят только интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона, так как остальные известные авторам интерполяционные формулы рассчитаны на равномерную или специальную дискретизацию [2].

Анализ алгоритма формирования интерполяционных формул Лагранжа и Ньютона показывает, что из названных полиномиальных формул наилучшим образом для цифровой обработки подходит полином Ньютона. Это связано с тем, что при необходимости изменения значения  $n$  полином Лагранжа надо строить заново [3].

Полином Ньютона строится на основе разделенных разностей, что при изменении значения  $n$  приводит к вычислению или исключению высшего порядка разделенных разностей [3].

Обозначим разделенные разности следующим образом.

Разделенная разность первого порядка функции  $e(t)$ :

$$e(t_0; t_1) = \Delta_{11} = \frac{e(t_1) - e(t_0)}{t_1 - t_0};$$

$$e(t_1; t_2) = \Delta_{12} = \frac{e(t_2) - e(t_1)}{t_2 - t_1};$$

.....

$$e(t_{n-1}; t_n) = \Delta_{1n} = \frac{e(t_n) - e(t_{n-1})}{t_n - t_{n-1}}.$$

(4)

Разделенная разность второго порядка функции  $e(t)$ :

$$e(t_0; t_1; t_2) = \Delta_{21} = \frac{\Delta_{12} - \Delta_{11}}{t_2 - t_0};$$

$$e(t_1; t_2; t_3) = \Delta_{22} = \frac{\Delta_{13} - \Delta_{11}}{t_3 - t_1};$$

.....

$$e(t_{n-2}; t_{n-1}; t_n) = \Delta_{2(n-1)} = \frac{\Delta_{1n} - \Delta_{1(n-1)}}{t_n - t_{n-2}}.$$

(5)

Разделенная разность третьего порядка функции  $e(t)$ :

$$e(t_0; t_1; t_2; t_3) = \Delta_{31} = \frac{\Delta_{22} - \Delta_{21}}{t_3 - t_0};$$

$$e(t_1; t_2; t_3; t_4) = \Delta_{32} = \frac{\Delta_{23} - \Delta_{22}}{t_4 - t_1};$$

.....

$$e(t_{n-3}; t_{n-2}; t_{n-1}; t_n) = \Delta_{3(n-2)} = \frac{\Delta_{2(n-1)} - \Delta_{2(n-2)}}{t_n - t_{n-3}}.$$

(6)

И, учитывая очевидную закономерность формирования разделенных разностей, можно записать разделенную разность высшего порядка, которая оказывается единственной, завершающей пирамиду вычисляемых значений разделенных разностей:

$$e(t_0; t_1; \dots; t_n) = \Delta_{n1} = \frac{\Delta_{(n-1)2} - \Delta_{(n-1)1}}{t_n - t_0}.$$

(7)

Интерполяционный многочлен Ньютона для неравных промежутков с учетом (4)-(7) будет определяться алгебраическим многочленом  $n$ -й степени:

$$P_n(t) = e(t_0) + (t - t_0)\Delta_{11} + (t - t_0)(t - t_1)\Delta_{21} + \dots + (t - t_0)\dots(t - t_{n-1})\Delta_{n1}.$$

(8)

Это есть ни что иное, как степенной полином вида

$$P_n(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + a_{n-2} t^{n-2} + \dots + a_0.$$

(9)

Из выражения (8) очевидно определение только двух коэффициентов:

$$a_n = \Delta_{n1};$$

$$a_0 = e(t_0) + \sum_{i=1}^n [(-1)^i \Delta_{i1} \prod_{j=0}^{i-1} t_j].$$

(10)

Формула для вычисления остальных коэффициентов  $a_i$  для (9) при  $n > 3$  была получена в результате достаточно сложной систематизации сумм произведений из выражения (8) для весовых множителей перед степенным аргументом  $t^i$ , которая выглядит следующим образом:

$$a_i = \sum_{m=1}^n [(-1)^{m+i} K_{i(m-i)} \Delta_{i1}],$$

(11)

где коэффициенты  $K_{ij}$  принадлежат неполной двумерной матрице значений, определяемые как:

$$K_{ij} = \begin{cases} K_{i0} = 1 \text{ при } i \in [1, n]; \\ K_{i1} = \prod_{m=1}^i t_m \text{ при } i \in [1, (n-1)]; \\ K_{1j} = K_{1(j-1)} t_j + \prod_{k=0}^{j-1} t_k \text{ при } j \in [2, (n-1)]; \\ K_{ij} = K_{i(j-1)} t_{i+(j-1)} + K_{(i-1)j} \text{ при } j \in [2, (n-2)], i \in [2, (n-j)]. \end{cases}$$

(12)

Из анализа выражений (4)-(7) и (10)-(12) следует, что процесс вычисления коэффициентов  $a_i$  для степенного полинома вида (9) хорошо алгоритмируется и, с точки зрения цифровой обработки сигнала  $e(t)$  по его выборкам  $e_i$ , является эффективной основой для получения аналити-

ческого выражения аппроксимированного сигнала  $e(t)$  на интервале  $[t_0, t_n]$ .

Существенной проблемой при этом остается определение погрешности аппроксимации (9) функции сигнала  $e(t)$ , представленного выборками с неравномерной дискретизацией. Методику оценки этой погрешности лучше разрабатывать для частотной области, учитывая, что как распознавание, так и определение информативных параметров в современных ИИУС производится в основном в частотной области – в достаточно узкой области информативной части спектра сигнала  $e(t)$ . Для этого необходимо получить корректное решение спектрального преобразования для выражения вида (9).

## 2 Решение спектрального преобразования аппроксимированного сигнала в аналитическом виде

По условиям интегрируемости степенных рядов [2] спектральную характеристику сигнала, представленного (9), можно записать как

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{S}_0(\omega) + \mathbf{S}_1(\omega) + \mathbf{S}_2(\omega) + \mathbf{S}_4(\omega) + \dots + \mathbf{S}_n(\omega) = \sum_{i=0}^n \mathbf{S}_i(\omega), \quad (13)$$

где каждое слагаемое в общем случае можно представить интегральным преобразованием в виде первообразной (без учета пределов интегрирования):

$$\mathbf{S}_0(\omega) = \int a_0 \exp(-j\omega t) dt = \frac{\exp(-j\omega t)}{-j\omega} a_0;$$

$$\mathbf{S}_1(\omega) = \int a_1 t \exp(-j\omega t) dt = \frac{\exp(-j\omega t)}{-j\omega} a_1 \left( t - \frac{1}{-j\omega} \right);$$

$$\mathbf{S}_2(\omega) = \int a_2 t^2 \exp(-j\omega t) dt = \frac{\exp(-j\omega t)}{-j\omega} a_2 \left( t^2 - \frac{2t}{-j\omega} + \frac{2 \cdot 1}{(-j\omega)^2} \right);$$

$$\mathbf{S}_3(\omega) = \int a_3 t^3 \exp(-j\omega t) dt = \frac{\exp(-j\omega t)}{-j\omega} a_3 \left( t^3 - \frac{3t^2}{-j\omega} + \frac{3 \cdot 2t}{(-j\omega)^2} - \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{(-j\omega)^3} \right);$$

$$\mathbf{S}_4(\omega) = \int a_4 t^4 \exp(-j\omega t) dt = \frac{\exp(-j\omega t)}{-j\omega} a_4 \left( t^4 - \frac{4t^3}{-j\omega} + \frac{4 \cdot 3t^2}{(-j\omega)^2} - \frac{4 \cdot 3 \cdot 2t}{(-j\omega)^3} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(-j\omega)^4} \right);$$

И так далее. Учитывая очевидную закономерность формирования  $\mathbf{S}_i(\omega)$ , можно составить выражение спектральной плотности для последнего слагаемого  $a_n t^n$ :

$$\mathbf{S}_n(\omega) = \int a_n t^n \exp(-j\omega t) dt = \frac{\exp(-j\omega t)}{-j\omega} a_n \left( t^n - \frac{n t^{n-1}}{-j\omega} + \frac{n(n-1)t^{n-2}}{(-j\omega)^2} - \frac{n(n-1)(n-2)t^{n-3}}{(-j\omega)^3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)t^{n-4}}{(-j\omega)^4} - \dots + (-1)^n \frac{n!}{(-j\omega)^n} \right).$$

Подставив в выражение (13) полученные выше выражения для  $S_i(\omega)$  и произведя систематизацию по  $a_i$ , можно получить следующее интегральное решение в виде первообразной для спектральной характеристики временной функции вида (9):

$$S(\omega) = \sum_{i=0}^n S_i(\omega) = \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \sum_{i=0}^n a_i i! \sum_{k=0}^i (-1)^k \frac{t^{i-k}}{(-j\omega)^k (i-k)!}. \quad (14)$$

Полученное выражение (14) замечательно тем, что оно для функций вида (9):

- получено в виде первообразной функции для неопределенного интеграла;
- не содержит погрешности спектрального преобразования;
- хорошо алгоритмируется, то есть является удобным для программирования вычисления значений  $S(\omega)$  для различных частот  $\omega$ .

При вычислении спектральной плотности произвольного отрезка функции  $e(t)$  с целью исключения накопления ошибок вычислений, связанных с возведением в степень больших значений  $t$ , кроме нормирования  $t$ , необходимо привязывать отрезок к началу координат, используя теорему о смещении. Применяя понятие *сечения* спектрального преобразования [1] длительностью

$$\tau = t_n - t_0, \quad (15)$$

на основе первообразной (14) получим выражение спектральной плотности для любого отрезка  $[0, \tau]$  функции  $e(t)$ , представленного  $n+1$  выборками и отстоящего от начала координат на величину  $t_0$  (рисунок 1):

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \sum_{i=0}^n S_i(\omega) = \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \sum_{i=0}^n a_i i! \sum_{k=0}^i (-1)^k \frac{t^{i-k}}{(-j\omega)^k (i-k)!} \Bigg|_{t_0}^{t_0 + \tau} = \\ &= \left\{ \left[ e^{-j\omega \tau} \sum_{i=0}^n a_i i! \sum_{k=0}^i (-1)^k \frac{\tau^{i-k}}{(-j\omega)^k (i-k)!} \right] - \left[ \sum_{i=0}^n a_i i! \frac{1}{(j\omega)^i} \right] \right\} \cdot \frac{\exp(-j\omega t_0)}{-j\omega}. \end{aligned} \quad (16)$$

Программирование процесса вычисления по (16) вплоть до  $n = 31$  показало эффективность вычислений в виде высокой производительности и точности для функций, представленных степенным многочленом со степенью меньшей, чем  $n$  (при таких соотношениях погрешность аппроксимации отсутствует).

Однако главный практический интерес для цифровой обработки представляют сигналы, представленные сложными колебаниями с *гармонической несущей*. Функции подобных сигналов раскладываются в степенные ряды, в связи с чем, изъятие только нужного полинома, состоящего из первых членов степенного ряда, в качестве аппроксимирующей

функции неизбежно приведет к погрешности аппроксимации. Следовательно, чтобы пользоваться рассмотренной выше технологией для гармонических колебаний, нужно разработать методику оценки указанной погрешности.

### 3 Оценка погрешности аппроксимации гармонического колебания полиномом Ньютона

При исследовании характера погрешности аппроксимации была взята норма в виде отношения числа узлов интерполяции (моментов отсчетов), приходящейся на период синусоидального колебания, при этом крайние узлы совпадали соответственно с началом и окончанием периода колебаний. В результате исследования было получено семейство функций ошибки  $\delta_n(t) = e(t) - P_n(t)$ , общий вид которой соответствует частному случаю на рисунке 2.

Значения амплитуд функции ошибки в зависимости от числа узлов интерполяции на периоде колебаний представлены в таблице 1.

Таблица 1

$n$	7	9	11	13	15	17	19
$ \delta(n) _{\max}$	$1,7 \times 10^{-3}$	$7,2 \times 10^{-5}$	$2,2 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-8}$	$9 \cdot 10^{-10}$	$1,3 \cdot 10^{-11}$	$2,1 \cdot 10^{-13}$

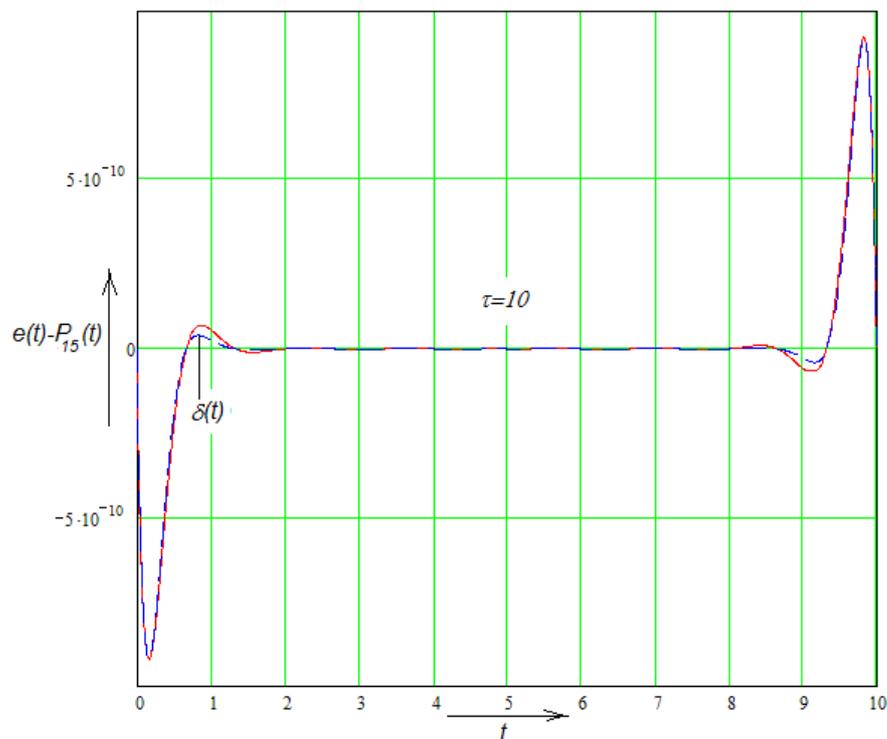


Рисунок 2

Анализ полученных характеристик  $\delta_n(t)$  показал, что, во-первых, функция ошибки по амплитуде резко убывает с увеличением числа  $n$  узлов интерполяции на одном и том же интервале интерполяции. Во-вторых, функция ошибки по амплитуде растет по мере приближения дискретизации к равномерной и достигает максимума при равномерной дискретизации, при этом функция ошибки становится нечетной функцией с быстро затухающими (примерно  $-40$  дБ/ $(2\tau/n)$ ) от краев сечения колебаниями с периодом  $2\tau/n$ .

Наибольший интерес для анализа влияния ошибки аппроксимации на процесс цифровой обработки сигнала  $e(t)$  представляет аналитическое выражение этой ошибки. Для нечетных значений  $n=7,9,11,\dots,17,19$ , которые являются наиболее востребованными для обеспечения параметров обработки «скорость ... качество», было получено с приведенной погрешностью не более 10% выражение, аппроксимирующее указанную погрешность на интервале  $\tau$ :

$$\delta(t) = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{0,0165n^3 - 0,113n^2 - 0,242n + 1,93}{10^{n-5}} \sin\left(\frac{n\pi t}{\tau}\right) \left[ \exp\left(\frac{-n\pi(\tau-t)}{\tau}\right) - \exp\left(\frac{-n\pi t}{\tau}\right) \right]. \quad (17)$$

На рисунке 2 для  $n=15$  пунктирной линией показан график зависимости (17).

Первый множитель в выражении (17) является весовым и зависит от числа узлов интерполяции (то есть, от числа отсчетов), который можно обозначить как

$$g_n = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{0,0165n^3 - 0,113n^2 - 0,242n + 1,93}{10^{n-5}}. \quad (18)$$

С учетом (18), а также учитывая быстрое затухание экспонент в выражении (17) в пределах интервала аппроксимации  $\tau$ , можно вывести выражение для спектральной плотности функции ошибки:

$$\begin{aligned} S_{er}(\omega) &= \int_0^{\tau} g_n \sin\left(\frac{n\pi t}{\tau}\right) \left[ \exp\left(\frac{-n\pi(\tau-t)}{\tau}\right) - \exp\left(\frac{-n\pi t}{\tau}\right) \right] e^{-j\omega t} dt \approx \dot{\iota} \\ & \dot{\iota} g_n \int_{-\infty}^{\tau} \sin\left(\frac{n\pi t}{\tau}\right) \left[ \exp\left(\frac{-n\pi(\tau-t)}{\tau}\right) \right] e^{-j\omega t} dt - g_n \int_0^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi t}{\tau}\right) \left[ \exp\left(\frac{-n\pi t}{\tau}\right) \right] e^{-j\omega t} dt = \\ & = g_n \frac{n\pi}{\tau} \frac{2\omega^2 \cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) + j4 \left[ \omega \frac{n\pi}{\tau} \cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) - \left(\frac{n\pi}{\tau}\right)^2 \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \right]}{4\left(\frac{n\pi}{\tau}\right)^4 + \omega^4} e^{-j\omega\tau}. \end{aligned} \quad (19)$$

Выражение (19) было проверено на функции  $\sin(0,2\pi t)$  при различных значениях  $n$  на основе сравнения с выражением

$$S_{er}(\omega) = \int_0^t (e(t) - P_n(t)) e^{-j\omega t} dt \quad (20)$$

с использованием численных методов интегрирования комплексных функций. При этом было установлено, что при равномерной дискретизации в области несущей спектры (19) и (20) полностью совпадают. На рисунке 3 представлен амплитудный спектр  $|S_{er1}(\omega)|$  при равномерной дискретизации.

При случайном распределении интервалов дискретизации с равномерным законом распределения амплитудный спектр ошибки достигает минимума. На рисунке 3 он представлен как  $|S_{er2}(\omega)|$ . Это объясняется тем, что спектр функции ошибки при неравномерной дискретизации приближается к спектру «белого» шума, то есть становится более равномерным, а не сосредотачивается в области частот, кратных частоте несущей.

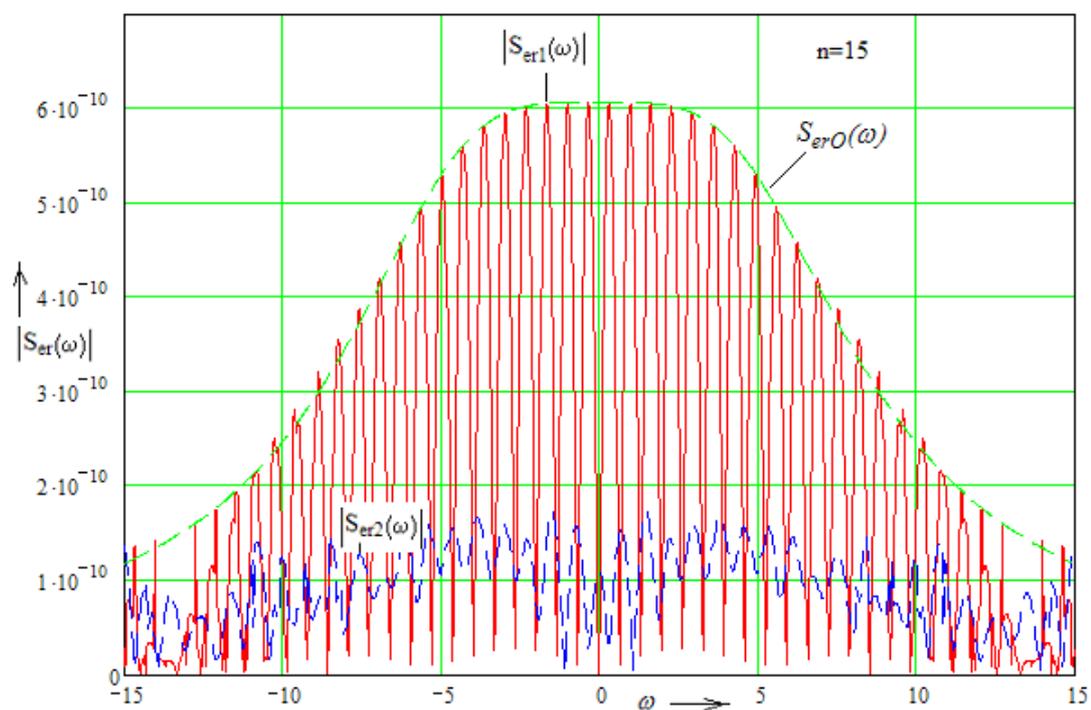


Рисунок 3

Проведенное исследование по сравнению этих двух видов амплитудных спектров функции ошибки интерполяции полиномом Ньютона гармонической функции на интервале, равном ее периоду повторения, при различных значениях  $n$  показало, что существует устойчивое соот-

ношение между их максимальными значениями в пределах 20-и процентной погрешности:

$$\frac{|S_{er2}(\omega)|_{\max}}{|S_{er1}(\omega)|_{\max}} \approx \frac{1}{\pi}. \quad (21)$$

С учетом (21) на основе (19) можно составить выражение *асимптотического амплитудного спектра функции ошибки* интерполяции гармонического колебания, значений которого амплитудный спектр реальной ошибки аппроксимации не превысит ни при каких условиях:

$$S_{erA}(\omega) = \frac{g_n \tau}{n\pi^2} + g_n \left| \frac{n\pi}{\tau} \frac{2\omega^2 \cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) + j4 \left[ \omega \frac{n\pi}{\tau} \cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) - \left(\frac{n\pi}{\tau}\right)^2 \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \right]}{4\left(\frac{n\pi}{\tau}\right)^4 + \omega^4} \right|. \quad (22)$$

Полученное выражение (22), по сути, представляет собою предельную функцию амплитудного спектра *шума интерполяции* и может быть использовано для количественной оценки вклада этого вида шума в информационную составляющую спектра измерительного сигнала при его цифровой обработке.

Из выражения (19) можно получить *огнивающую спектра функцию ошибки интерполяции*, которая бывает незаменимой при эскизной оценке наличия шумов интерполяции во всем диапазоне частот, которая выглядит следующим образом:

$$S_{erO} = g_n \frac{\tau}{n\pi} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{2n\pi}{\tau}\right)^4 + 4\omega^4}}{\left(\frac{2n\pi}{\tau}\right)^2 + \omega^4 \left(\frac{\tau}{n\pi}\right)^2}. \quad (23)$$

Данная зависимость представлена на рисунке 3. Отличительное свойство этой функции – ее независимость от четности  $n$ .

Таким образом, получен математический инструмент с установленными погрешностями для спектрального анализа аппроксимированного колебания с неравномерной дискретизацией, который представляет собою спектрально-временной метод обработки подобных сигналов на конечном интервале (сечении) времени.

### Список использованной литературы

- 1. Булатов В.Н., Дегтярев С.В. Метод выделения информативной части спектра зашумленных доплеровских сигналов с использованием нелинейной системы времени // Вестник ОГУ, 2004. - №2. С. 163 – 167.
- 2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике: Пер. с англ. / Под ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. – 832 с.: ил.
- 3. Волков Е.А. Численные методы: Учебн. пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – М.:Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1987. – 248 с.

**Горячев С.В., Яковлев А.И., Фартушный Д.А.**  
**Вопросы эффективности использования детандер-  
генераторных технологий**

**Оренбургский государственный университет, г.Оренбург**

В настоящее время доля газа в топливно-энергетическом балансе нашей страны составляет более 30%. По добыче природного газа Россия занимает ведущее место в мире и составляет примерно 600 млрд. м<sup>3</sup> в год. Всего в мире добывается более двух триллионов м<sup>3</sup> газа в год, и рост потребления продолжает расти (примерно на 7% в год).

По самым пессимистическим прогнозам при таких темпах добычи разведанных запасов хватит на 20-30 лет, хотя полагают, что действительных запасов хватит раз в 10 больше известных.

Важно отметить, что в любом случае запасы топлива, в том числе и газа, ограничены и невозполнимы.

Именно поэтому текущей задачей экономики всех стран является покрытие дополнительных потребностей в топливе и сырье за счет экономики и ресурсосбережения.

В газовых магистралях природный газ транспортируется под давлением 35-55 атмосфер в зависимости от удаления от компрессорной станции. Столь высокое давление газа в магистралях принимается из чисто экономических соображений в целях достижения оптимального соотношения между пропускной способностью газопровода и расходом энергии на перекачку газа.

Для потребителей такое давление газа совершенно не нужно. Поэтому местные городские системы газоснабжения имеют стандартные давления газа 12, 6 и 3 атмосферы, а в потребительские аппараты природный газ подается с давлением 1-2 атмосферы. Снижение давления газа от магистрали до потребителя в настоящее время на всех ступенях осуществляется путем дросселирования с полной потерей избыточной механической энергии, ранее затраченной на сжатие газа в компрессорах. Как показывают расчеты, величина этой потери в среднем составляет около 77 Вт/Нм<sup>3</sup>.

Эти перепады давления можно успешно использовать для выработки электроэнергии. А газотурбинные генераторы, работающие на перепаде давления газа называются детандерами. Причем газ в них не сжигается, а только используется в качестве рабочего тела, поступая далее потребителю с необходимыми ему параметрами, соответственно, окружающая среда не загрязняется продуктами сгорания топлива.

В России, где масштабы газификации промышленного и энергетического производств выше европейских, детандер-генераторная технология начала использоваться лишь в последнем десятилетии XX века, несмотря на то, что идею использования давления магистрального газа для выработки дополнительной энергии предложил еще в 1947 году академик М. Д. Миллионщиков.

Многие европейские страны (Италия, Германия и др.) уже несколько десятков лет успешно используют эту технологию, устанавливая параллельно газоредуцирующим пунктам (ГРП, ГРС) магистральных газопроводов специальные газорасширительные турбины – детандеры. Эти агрегаты понижают давление газа до требуемого потребителю, выполняя функцию газораспределительных пунктов и станций (ГРП и ГРС), и одновременно вырабатывают электроэнергию.

Поскольку детандерные установки являются источниками чистой энергии, расчет экологического результата от их внедрения, выраженный в Единицах Сокращения Выброса (ЕСВ) Парниковых Газов (ПГ) и измеряемый в условных тоннах  $\text{CO}_2$  эквивалента, подсчитывается по простой формуле: 1 Мегаватт/час чистой энергии = 0,68 условной тонны  $\text{CO}_2$ . Таким образом, при эксплуатации детандера мощностью 11,5 мегаватт, в год образуется ЕСВ в размере около 65 тысяч условных тонн  $\text{CO}_2$ .

Принцип работы детандера можем рассмотреть на примере наиболее возможного применения в виде врезки детандеров параллельно газораспределительным станциям, понижающим давление природного газа на пути из магистрального трубопровода к потребителям.

Давление в магистральном газопроводе составляет 50 – 70 атмосфер, а в сетях потребителя должно составлять 1 – 3 атмосферы. В настоящее время избыточное давление просто сбрасывается с большой потерей энергии. Сброс давления осуществляется в два этапа: сначала до 12 – 15 атмосфер для распределительных сетей и далее до давления, необходимого конечному потребителю.

При пропуске газа через турбину детандера сброс давления осуществляется за счет передачи энергии турбине, которая вращает генератор электрического тока. Очень незначительное количество газа при этом используется для подогрева рабочего тела на выходе из турбины.

На рисунке 1 представлена общая схема электростанции на базе детандер-генераторных агрегатов. Различия по давлению будут только в мощности подогревателя газа. То есть при давлении свыше 8 атмосфер будет необходимо устанавливать котёл-подогреватель. Затраты топлива на подогрев газа будут крайне незначительны.

Различные ступени перепада давления и объемы конечного потребления позволяют использовать детандеры различной мощности – от

1 до 36 мегаватт. В пересчете на киловатт мощности детандеры требуют гораздо меньших (в 3-5 раз) капитальных затрат - от 320 до 650 долларов. Детандеры могут достаточно быстро, всего за несколько месяцев, размещены на территориях уже действующих тепловых станций. Сроки окупаемости составляют 2,5-3 года. Самое главное отличие - они экологически чисты.

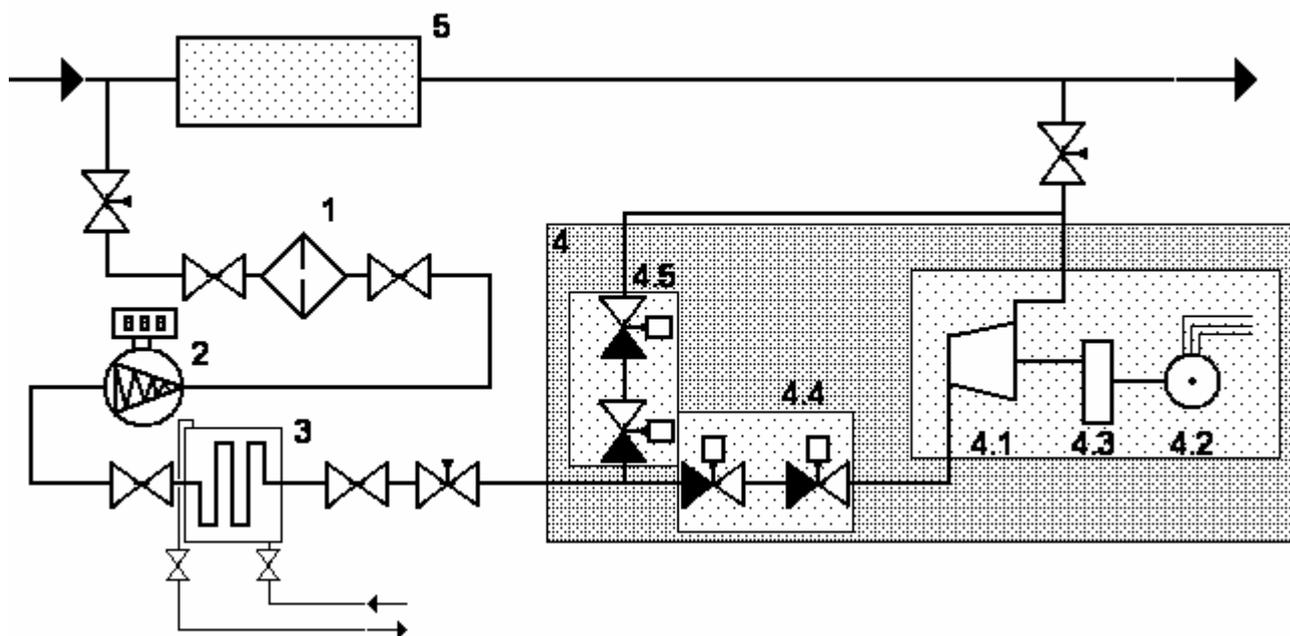


Рис. 1. Схема электростанции ДГА.

1 - фильтр; 2 - счётчик расхода газа; 3 - подогреватель газа; 4 - детандер-генераторный агрегат: 4.1 – детандер, 4.2 – генератор, 4.3 – редуктор, 4.4 - блок дозирующего клапана, 4.5 - блок регулятора давления на линии байпасной линии; 5 - газоредуцирующий пункт

Себестоимость энергии, производимой детандерным агрегатом, около 10 коп. за 1 кВт/ч. Сравним эти данные с региональными энергетическими тарифами: детандерная энергия в среднем в пять раз дешевле. Сравним капитальные затраты на строительство ГРЭС мощностью 5000 МВт и на установку множества детандеров с такой же суммарной мощностью: для строительства ГРЭС потребуется 2,5-4 млрд. долларов, а для установки детандеров - 1,5 млрд. Более того, за счет очень небольшой потребности в топливе применение детандеров позволит, по данным специалистов "Мосэнерго", экономить в год еще и 6 млрд. кубометров природного газа, которые на ГРЭС были бы сожжены, а продукты сгорания выброшены в атмосферу.

По разным оценкам ресурс внедрения ДГ-технологии России и СНГ оценивается в 5000-8000 МВт. А это - нагрузка энергомашино-

строительных предприятий на многие годы, новые рабочие места. Срок окупаемости проектов - от 3 до 5 лет. Для потребителей же это - производство, прежде всего, на собственные нужды относительно дешёвой экологически чистой электроэнергии. А для ОАО «Газпром» - экономия газа, который можно отправлять на экспорт.

Кроме того, детандер-генераторы относятся к оборудованию, относящемуся к «бестопливным» технологиям, поддерживаемым Киотским протоколом к конвенции ООН по изменению климата. Поэтому реализация этих проектов может проводиться с использованием механизма привлечения средств за счёт продажи квот на эмиссию парниковых газов.

# Марадудин Е.А. Однофазный асинхронный двигатель при наличии эксцентриситета ротора

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

Для повышения эксплуатационной надежности и срока службы асинхронных двигателей необходимо своевременное выявление (диагностика) неисправностей до возникновения аварийной ситуации. При этом значительно снижается время и стоимость ремонта. Одна из возможных неисправностей асинхронной машины, влияющей на характеристики - неравномерность воздушного зазора (ВЗ).

Основной причиной неравномерности ВЗ является неточность размеров деталей при изготовлении. Даже в том случае, если все размеры лежат в пределах допусков, величина ВЗ может колебаться в значительных пределах вследствие наличия большого числа участков, входящих в размерную цепь.

В этом отношении асинхронные машины находятся в худших условиях по сравнению с машинами других типов, так как величина ВЗ в асинхронных машинах весьма мала, и даже небольшие абсолютные отклонения размеров приводят к большим процентным отклонениям в величине зазора.

Неточность вызывается следующими факторами:

- несоблюдение принципа обработки всех базовых поверхностей в одну установку;

- смещение осей статора и замков подшипниковых щитов на станине, обусловленное деформацией сердечника статора при запрессовки, коробление и деформация станин (особенно алюминиевых), неконцентричность штамповки;

- наличие других деформаций системы “станок – приспособление – инструмент – деталь”, обусловленных недостаточной жесткостью данной системы и др.

Основным видом неравномерности ВЗ является эксцентриситет ротора относительно расточки статора. Различают два вида эксцентриситета:

- а) статический, обусловленный смещением осей ротора и расточки статора;

- б) динамический, обусловленный смещением оси цилиндрической поверхности ротора относительно оси его вращения.

В машине обычно имеют место оба вида эксцентриситета одновременно.

При статическом эксцентриситете минимальный ВЗ сохраняет свое положение в пространстве неизменным. При динамическом – вращается вместе с ротором.

При возникновении эксцентриситета ротора ВЗ становится неравномерным по окружности статора, что приводит к возникновению до-

полнительных гармоник магнитного поля, ухудшающих эксплуатационные характеристики двигателя. Наличие эксцентриситета приводит к появлению силы одностороннего магнитного притяжения, которая, в свою очередь, приводит к прогибу вала (дополнительное увеличение эксцентриситета) и повышенному износу подшипников. При максимальном эксцентриситете ротор двигателя начинает задевать за статор, что может привести к заклиниванию ротора. Кроме того, при задевании ротора о статор происходит сильный местный нагрев последнего в точках касания, что приводит к выходу из строя изоляции и последующим коротким замыканиям в обмотке статора.

Относительный эксцентриситет определяется по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{\delta_{\max} + \delta_{\min}},$$

где  $\delta_{\max}, \delta_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значения воздушного зазора в двигателе (см. рисунок 1).

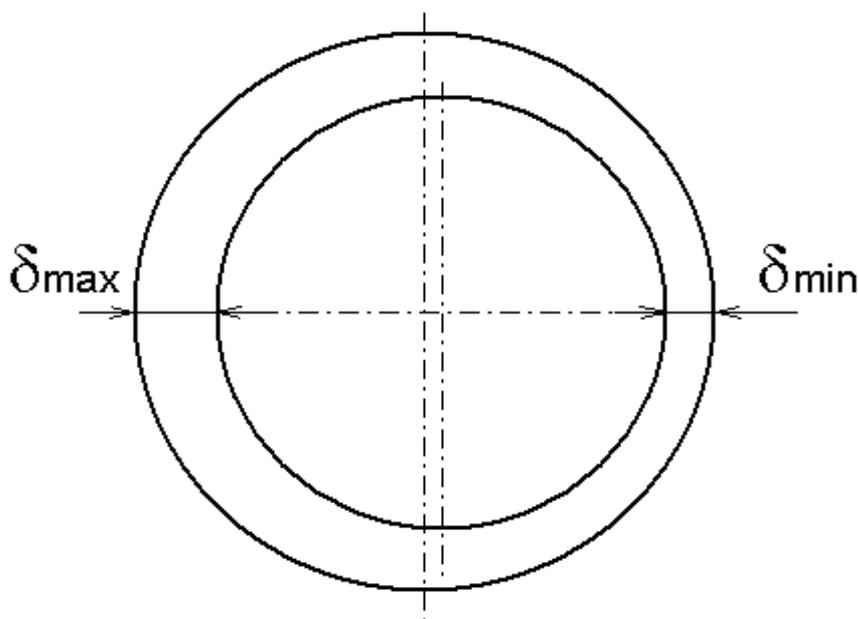


Рисунок 1 – Схематическое изображение неравномерного воздушного зазора.

Известны различные методы диагностики эксцентриситета ротора: измерение емкости между ротором и измерительным зондом, создание полюсов остаточной намагниченности, измерение амплитуды вибрации и вибрационных ускорений деталей двигателя и др.

Из анализа указанных методов можно выделить три различных подхода к определению эксцентриситета ротора:

- механическая диагностика (непосредственное измерение величины ВЗ в разных точках);
- вибрационная диагностика;
- электромагнитная диагностика.

Непосредственное измерение ВЗ практически возможно осуществлять на крупных двигателях при условии доступа к торцевой зоне магнитопровода. При этом для проведения измерений необходима остановка двигателя. Непосредственное измерение ВЗ в двигателях малой и средней мощности затрудняется малыми величинами ВЗ.

При наличии эксцентриситета ротора возникают вибрации корпуса двигателя, вызванные появлением дополнительных гармоник магнитного поля. Анализируя спектр, амплитуду и места проявления этих вибраций можно определить величину относительного эксцентриситета (вибрационная диагностика). Основными недостатками этого метода диагностики являются косвенная зависимость вибрации от эксцентриситета и наличие большого числа неопределенных факторов, влияющих на спектр вибрации: конструкция, масса, жесткость станины, физические свойства фундамента, вибрации сопряженного с двигателем механизма и др.

Электромагнитные методы диагностики эксцентриситета основаны на измерении электрических и магнитных величин, зависящих от эксцентриситета. Эти методы позволяют обеспечить более точную диагностику, так как измеряемые величины непосредственно зависят от эксцентриситета.

Различают две группы электромагнитных методов диагностики эксцентриситета:

- методы, связанные с установкой различных датчиков внутри испытываемых машин до их сборки;
- методы, позволяющие измерять эксцентриситет без предварительной установки внутри испытываемых машин дополнительных элементов.

Методы второй группы являются наиболее перспективными, так как позволяют измерять величину эксцентриситет без демонтажа двигателя и без отключения рабочего механизма, что особенно важно для двигателей большой мощности и для установок с непрерывным технологическим процессом. Следует заметить, что методы с установкой внутри машин датчиков позволяют более точно определить величину эксцентриситета.

Влияние неравномерности воздушного зазора на характеристики асинхронных машин достаточно изучено для трехфазных асинхронных двигателей, а для однофазных исследования в данной области недостаточны.

Существующие стандарты на электродвигатели малой мощности не лимитируют величину неравномерности воздушного зазора. Отсутствует методика для оценки ее влияния на характеристики.

Поэтому решение данного вопроса применительно к однофазным асинхронным машинам представляется актуальным.

# Митрофанов С.В. Разработка программного обеспечения по расчету характеристик асинхронных двигателей с несимметричной обмоткой статора

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

По методике /1/ было создано программное обеспечение “АД проект” на языке программирования Delphi 7.0. Для установки программного обеспечения требуется воспользоваться стандартными приемами установки программ Windows. Системные требования для работы с программой:

1. операционная система: Windows 95/98/ME/2000/NT/XP;
2. процессор: P-III 300МГц;
3. оперативная память: 128 МВ;
4. объем свободного места на жестком диске: 1МВ.

Наличие офисного приложения Microsoft Office (Microsoft Word, Microsoft Excel) обязательно.

На установочном диске необходимо запустить на исполнение файл **setupAD.exe**. После стандартной установки программы в программном меню будут доступны две программы (расчет с несимметричной обмоткой ротора и расчет с несимметричной обмоткой статора). Вид заставки приложения показан на рисунке 1.

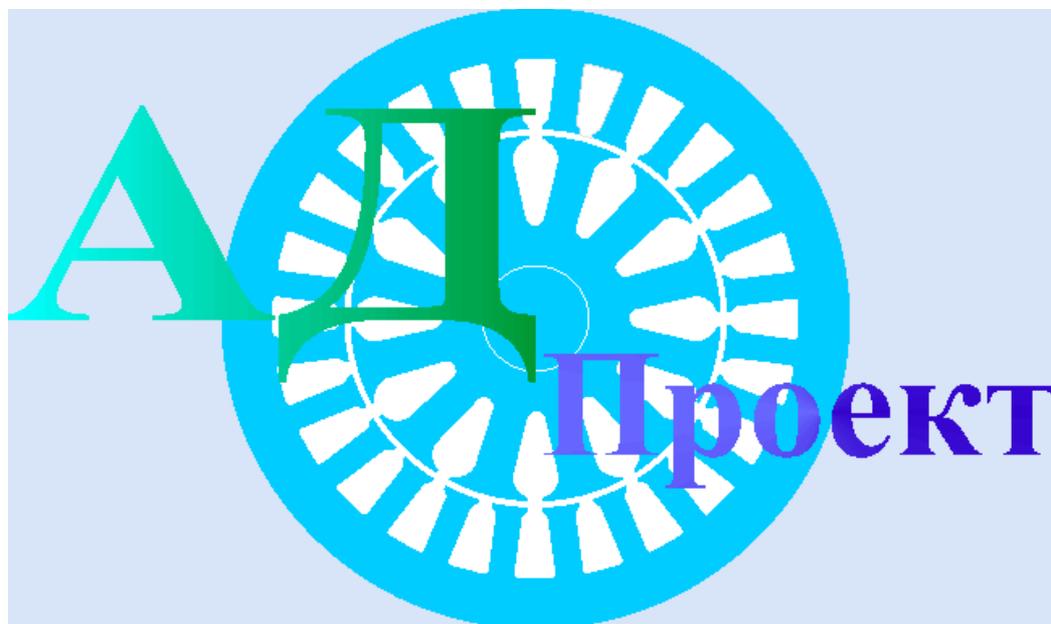


Рисунок 1 – Заставка приложения

После появления заставки необходимо немного подождать или нажать любую клавишу или кнопку мыши. После исчезновения заставки появится основное окно программы, показанное на рисунке 2. После

чего необходимо заполнить все поля в первой закладке “Ввод данных” (см. рисунок 3).

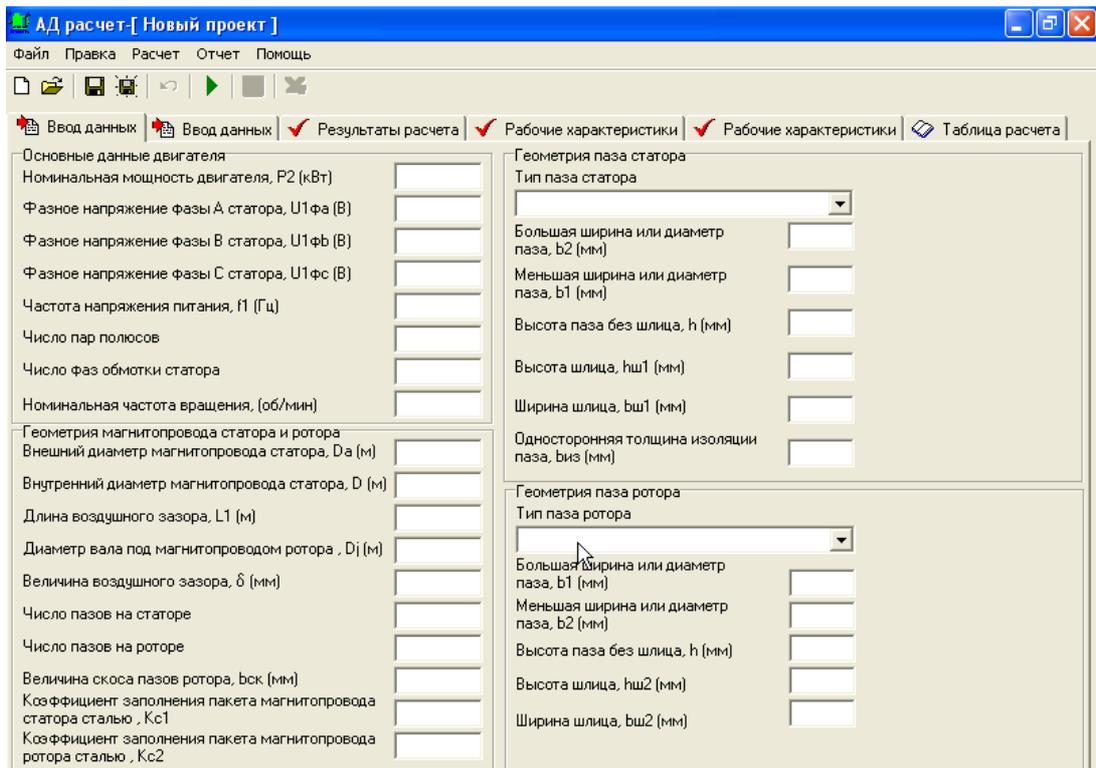


Рисунок 2 – Главное окно открытого приложения с первой закладкой “Ввод данных”

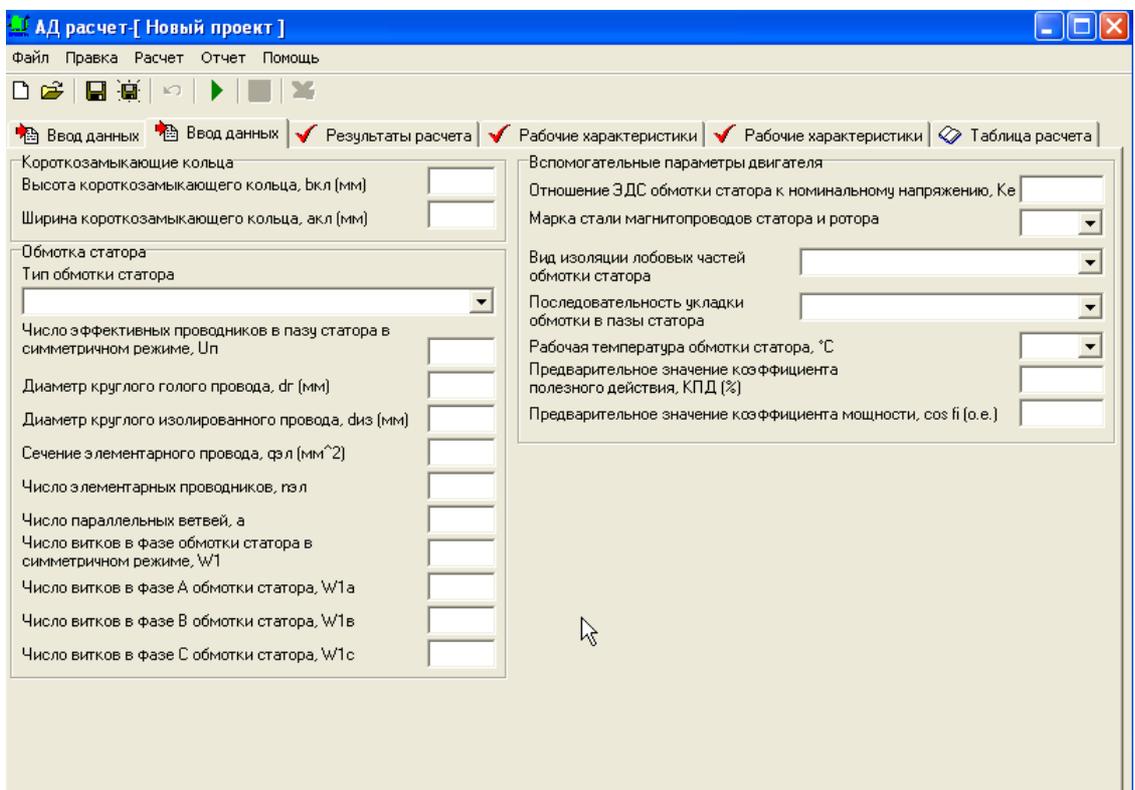


Рисунок 3 - Главное окно открытого приложения со второй закладкой “Ввод данных”

**АД расчет- [ 4A100L6У3 ]**

Файл Правка Расчет Отчет Помощь

Ввод данных Ввод данных Результаты расчета Рабочие характеристики Рабочие характеристики Таблица расчета

**Основные данные двигателя**

Номинальная мощность двигателя, P2 (кВт)	2,2
Фазное напряжение фазы А статора, U1фа (В)	220
Фазное напряжение фазы В статора, U1фв (В)	220
Фазное напряжение фазы С статора, U1фс (В)	220
Частота напряжения питания, f1 (Гц)	50
Число пар полюсов	3
Число фаз обмотки статора	3
Номинальная частота вращения, (об/мин)	955

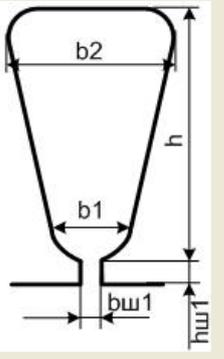
**Геометрия магнитопровода статора и ротора**

Внешний диаметр магнитопровода статора, Da (м)	0,168
Внутренний диаметр магнитопровода статора, D (м)	0,113
Длина воздушного зазора, L1 (м)	0,12
Диаметр вала под магнитопроводом ротора, Dj (м)	0,0386
Величина воздушного зазора, δ (мм)	0,3
Число пазов на статоре	36
Число пазов на роторе	28
Величина скоса пазов ротора, bск (мм)	9,5
Козэффициент заполнения пакета магнитопровода статора сталью, Kс1	0,97
Козэффициент заполнения пакета магнитопровода ротора сталью, Kс2	0,97

**Геометрия паза статора**

Тип паза статора: **Трапецидальный со скругленными к**

Большая ширина или диаметр паза, b2 (мм)	7,5
Меньшая ширина или диаметр паза, b1 (мм)	5,4
Высота паза без шлица, h (мм)	15,4
Высота шлица, hш1 (мм)	0,5
Ширина шлица, bш1 (мм)	3
Односторонняя толщина изоляции паза, биз (мм)	0,32



**Геометрия паза ротора**

Тип паза ротора: **Грушевидный полузакрытый**

Большая ширина или диаметр паза, b1 (мм)	6
Меньшая ширина или диаметр паза, b2 (мм)	3
Высота паза без шлица, h (мм)	17,9
Высота шлица, hш2 (мм)	0,5
Ширина шлица, bш2 (мм)	1

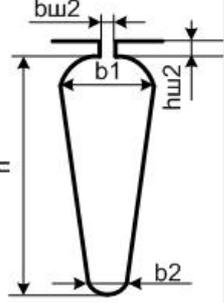


Рисунок 4 – Первая закладка “Ввод данных” с заполненными полями

**АД расчет- [ 4A100L6У3 ]**

Файл Правка Расчет Отчет Помощь

Ввод данных Ввод данных Результаты расчета Рабочие характеристики Рабочие характеристики Таблица расчета

**Короткозамыкающие кольца**

Высота короткозамыкающего кольца, вкл (мм)	17
Ширина короткозамыкающего кольца, акл (мм)	7

**Обмотка статора**

Тип обмотки статора: **Однослойная концентрическая**

Число эффективных проводников в пазу статора в симметричном режиме, Уп	40
Диаметр круглого голого провода, dг (мм)	1,06
Диаметр круглого изолированного провода, dиз (мм)	1,14
Сечение элементарного провода, qэл (мм <sup>2</sup> )	0,883
Число элементарных проводников, пэл	1
Число параллельных ветвей, а	1
Число витков в фазе обмотки статора в симметричном режиме, W1	240
Число витков в фазе А обмотки статора, W1а	240
Число витков в фазе В обмотки статора, W1в	240
Число витков в фазе С обмотки статора, W1с	240

**Вспомогательные параметры двигателя**

Отношение ЭДС обмотки статора к номинальному напряжению, Ke	0,94
Марка стали магнитопроводов статора и ротора	2013
Вид изоляции лобовых частей обмотки статора	Не изолированы
Последовательность укладки обмотки в пазу статора	До запрессовки сердечника
Рабочая температура обмотки статора, °С	75
Предварительное значение козэффициента полезного действия, КПД (%)	81
Предварительное значение козэффициента мощности, cos φi (о.е.)	0,73

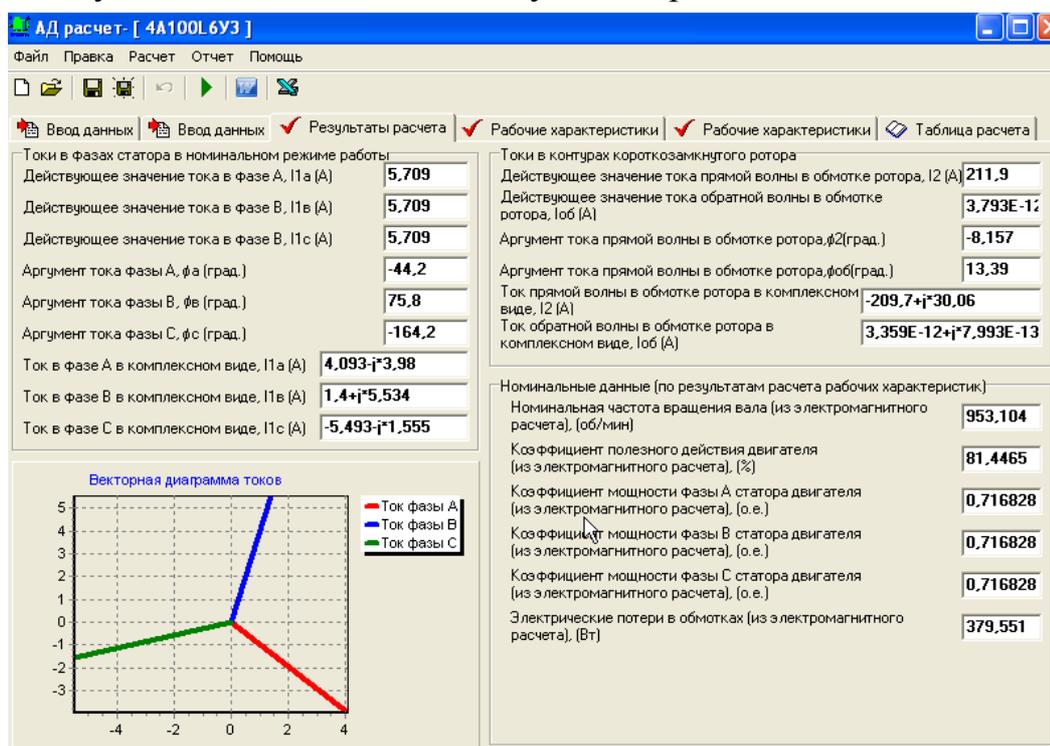
Рисунок 5 – Вторая закладка “Ввод данных” с заполненными полями

После заполнения всех полей первой закладки “Ввод данных” необходимо перейти на вторую закладку “Ввод данных”, как показано на рисунке 3.

Несимметрия в фазах обмотки статора задается изменением числа витков в любой из фаз во второй закладке. На закладке указано число витков в симметричном режиме.

Закладки с заполненными полями принимают вид, показанный на рисунках 4 – 5. После заполнения всех полей необходимо нажать на кнопку расчета . Программа имеет возможность сохранять проект (кнопка ) , сохранять под другим именем (кнопка ). После нажатия одной из кнопок появится стандартное диалоговое окно Windows, в котором необходимо будет указать имя файла и место на жестком диске, где пользователь намерен сохранить проект. Программное обеспечение автоматически создает файл с расширением \*.adv. Этот файл можно будет открыть в программе с помощью кнопки открытия файла . После нажатия кнопки расчета  выполняется расчет характеристик асинхронного двигателя с несимметричными обмотками. Пользователь может сначала рассчитать симметричный режим работы, а затем проводить расчет характеристик в несимметричном режиме. После расчета в закладке “Результаты расчета” можно посмотреть результаты для номинального режима работы (см. рисунок 6). В первой закладке “Рабочие характеристики” построены расчетные зависимости  $s=f(P_2)$  ,  $P_1=f(P_2)$  ,  $\eta=f(P_2)$  и  $I_1=f(P_2)$  (см. рисунок 7). Во второй закладке “Рабочие характеристики” построены расчетные зависимости  $P_{эл}=f(P_2)$  ,  $\cos\varphi_a=f(P_2)$  ,  $\cos\varphi_e=f(P_2)$  и  $\cos\varphi_c=f(P_2)$  (см. рисунок 8).

Рисунок 6 – Вид закладки “Результаты расчета”



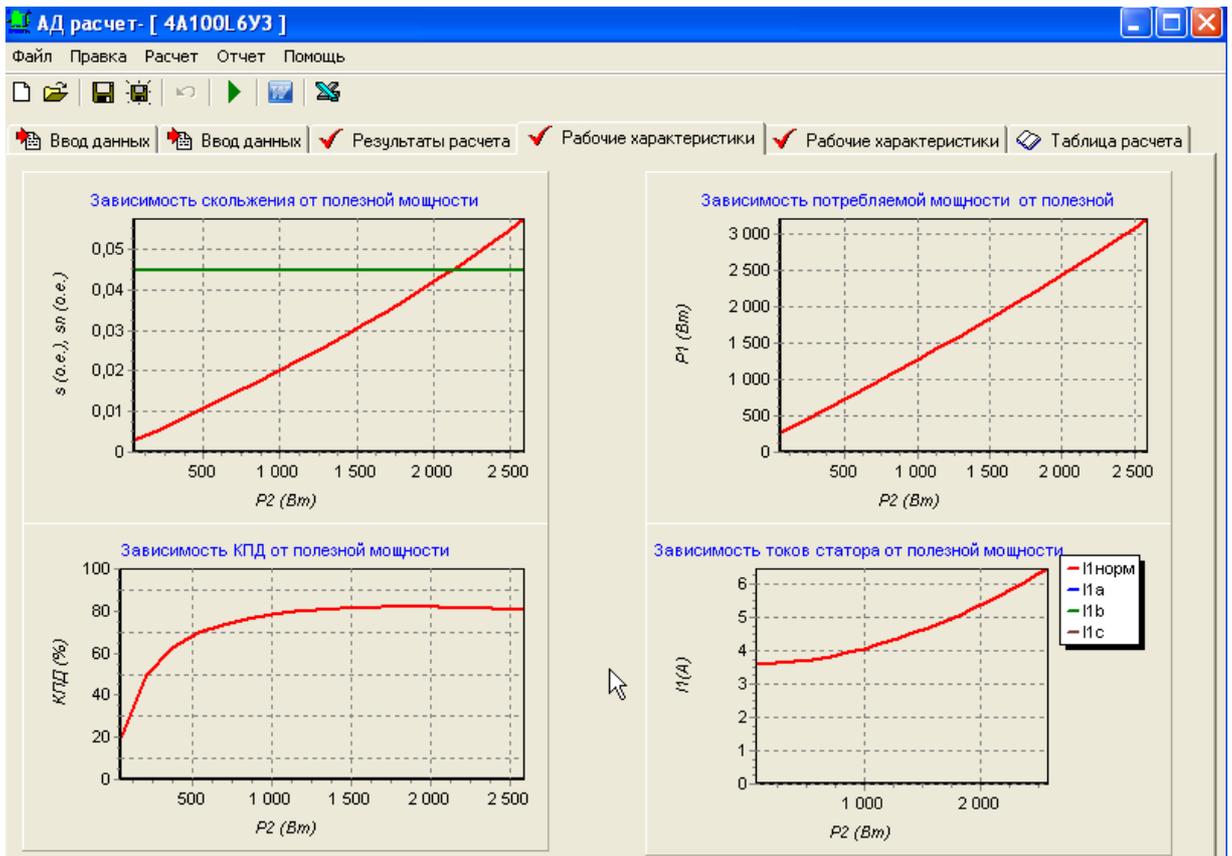


Рисунок 7 - Вид первой закладки "Рабочие характеристики"

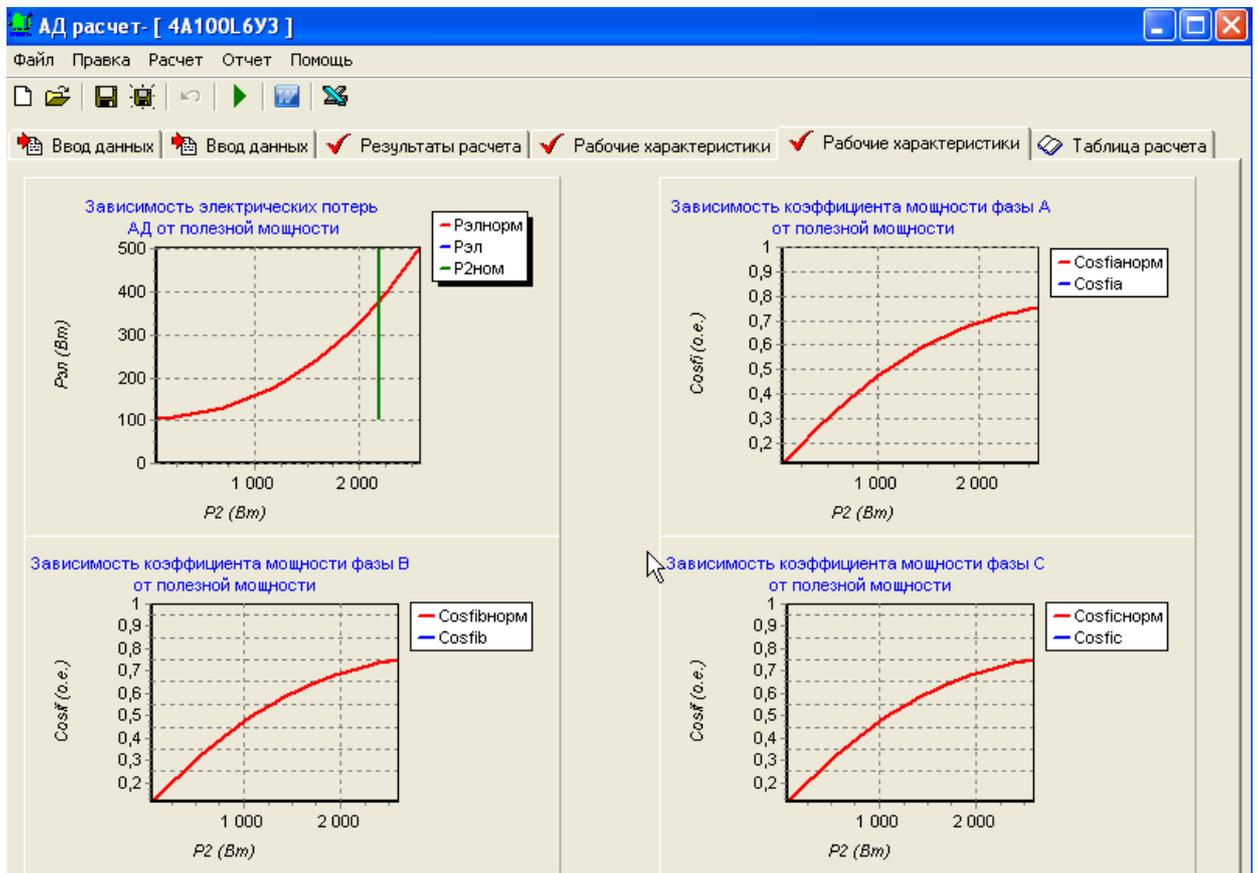


Рисунок 8 – Вид второй закладки "Рабочие характеристики"

АД расчет - [ 4А100L6У3 ]

Файл Правка Расчет Отчет Помощь

Ввод данных | Ввод данных | Результаты расчета | Рабочие характеристики | Рабочие характеристики | Таблица расчета

Мощность	Скольжение	Ток статора	Ток статора	Ток статора	КПД	Потребляемая	Cosφi	Cosφi	Cosφi	Электрические
P2(кВт)	s(о.е.)	фазы А	фазы В	фазы С	%	мощность	фазы А	фазы В	фазы С	потери
		I1a (А)	I1b (А)	I1c (А)		P1(кВт)	(о.е.)	(о.е.)	(о.е.)	Рэл (кВт)
0,053	0,003	3,597	3,597	3,597	19,297	0,276	0,116	0,116	0,116	0,106
0,220	0,006	3,623	3,623	3,623	49,349	0,445	0,186	0,186	0,186	0,109
0,383	0,009	3,672	3,672	3,672	62,371	0,613	0,253	0,253	0,253	0,114
0,542	0,012	3,743	3,743	3,743	69,437	0,781	0,316	0,316	0,316	0,122
0,698	0,014	3,835	3,835	3,835	73,731	0,947	0,374	0,374	0,374	0,132
0,850	0,017	3,944	3,944	3,944	76,514	1,111	0,427	0,427	0,427	0,144
0,999	0,020	4,070	4,070	4,070	78,384	1,275	0,474	0,474	0,474	0,158
1,144	0,023	4,211	4,211	4,211	79,661	1,436	0,517	0,517	0,517	0,174
1,285	0,026	4,364	4,364	4,364	80,531	1,596	0,554	0,554	0,554	0,192
1,422	0,029	4,527	4,527	4,527	81,113	1,754	0,587	0,587	0,587	0,212
1,556	0,032	4,699	4,699	4,699	81,481	1,910	0,616	0,616	0,616	0,234
1,686	0,035	4,879	4,879	4,879	81,688	2,064	0,641	0,641	0,641	0,258
1,812	0,037	5,065	5,065	5,065	81,771	2,216	0,663	0,663	0,663	0,284
1,934	0,040	5,256	5,256	5,256	81,756	2,366	0,682	0,682	0,682	0,311
2,052	0,043	5,451	5,451	5,451	81,664	2,513	0,699	0,699	0,699	0,340

Рисунок 9 – Таблица расчета рабочих характеристик

Результаты расчетов занесены в таблицу на закладке “Таблица расчета”. (см. рисунок 9).

Программа имеет возможность выполнять отчет по расчетным данным. Отчет формируется в Microsoft Word при нажатии кнопки с пиктограммой . Во время формирования отчета в правом верхнем углу окна программы индикатор будет показывать ход формирования отчета. Пример отчета созданного программным обеспечением показан в приложении В.

Также имеется возможность переноса таблицы рабочих характеристик в Microsoft Excel для дальнейшей обработки. Перенос осуществляется следующим образом. Для переноса необходимо нажать кнопку с пиктограммой . Появится стандартное окно Windows сохранения. Пользователь должен указать место сохранения на жестком диске и имя файла, под которым будет сохранена таблица Microsoft Excel.

Для начала работы над новым проектом необходимо щелкнуть по кнопке с пиктограммой  создается новый проект, и главное окно программы примет вид, показанный на рисунке 2, и ввод данных следует повторить заново.

Созданное программное обеспечение имеет стандартный интерфейс, как и любое Windows приложение, поэтому пользователю на его освоение не нужно затрачивать больших усилий. В созданном приложении предусмотрены различные ограничения от неправильного ввода данных, поэтому, если будут введены некорректные данные, будут выдаваться сообщения об ошибках ввода.

Следует отметить, что созданное программное обеспечение позволяет пользователю рассчитывать характеристики асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором мощностью до 100 кВт. Созданное программное обеспечение имеет возможность проводить:

1. расчет для различной конфигурации зубцовой зоны статора и ротора (для четырех типов пазов статора, для трех типов пазов ротора);
2. расчет для различных марок электротехнических сталей (2013, 2212, 2312, 2412, 2214);
3. расчет для двух типов обмоток статора (однослойная концентрическая и двухслойная петлевая равносекционная);
4. оптимизационный расчет с уточнением некоторых коэффициентов (например  $K_e$ );
5. расчет на различную температуру (20, 75 и 115 °C).

При создании программного обеспечения разработчик ориентировался на общедоступные данные, приводимые в справочной литературе. Поэтому ввод данных в поля приложения не должен вызывать затруднений у пользователей. В этом заключается его универсальность. В частности данные для расчета можно будет брать из базы данных асинхронных двигателей, разработанной автором /2/.

Тестирование программного обеспечения (ПО) проводилось для асинхронных двигателей (АД) следующих типов: 4АМХ100L6У3 (АД №1) АИР100S2У3 (АД №2), АИР100S4У3 (АД №3), АИР100L8У3 (АД №4), АИР132М2У3 (АД №5). Файлы с данными этих АД поставляются вместе с созданным программным обеспечением и имеют имена файлов, совпадающие с типом машины. Расширение этих файлов \*.adv.

Адекватность созданного программного обеспечения проводилось с помощью профессионального программного обеспечения СПРУТ-АЭД. Разработчиками этого ПО являются ОАО «Спрут-технология», ВНИПТИЭМ и МГТУ им. Баумана. Погрешность расчета не превышала 5%. Допустимая степень несимметрии обмотки статора АД может быть определена по величине требуемой мощности. Для этого с помощью созданного программного обеспечения нужно построить рабочие характеристики /3/.

Созданное программное обеспечение можно использовать в учебном процессе для выполнения НИРС и дипломных проектов.

## Литература

1. Никиян Н.Г., Митрофанов С.В., Падеев А.С. Разработка методики расчета характеристик асинхронных двигателей при несимметрии обмоток статора/ Труды всероссийской научно-технической конференции “Энергетика: состояние, проблемы, перспективы” – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. с. 200 – 208.
2. Митрофанов С.В., Никиян Н.Г. База данных для расчета энерго-механических характеристик асинхронных двигателей с несимметричной клеткой ротора/ Вызовы XXI века и образование. Материалы всероссийской научно-практической конференции. – Оренбург, ОГУ, 2006. с. 43-47.
3. Митрофанов С.В. Результаты расчета рабочих характеристик асинхронных двигателей с несимметричными обмотками статора, полученные с помощью программного обеспечения/ Труды всероссийской научно-технической конференции “Энергетика: состояние, проблемы, перспективы” – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. с. 218 – 221.

# **Омон А.Б. Стенд для испытания асинхронных двигателей с несимметричной обмоткой статора**

**Оренбургский государственный университет, г. Оренбург**

Замыкания в обмотке статора асинхронных двигателей (АД) являются одной из основных причин выхода их из строя. При появлении междувитковых замыканий повышаются уровень шума и сила вибрации двигателя, возникает несимметрия потребляемого тока из сети. Также усилением шума и вибрации могут сопровождаться и внутренние механические повреждения. Для точного выявления междувитковых замыканий необходимо определить, по изменению каких электрических параметров их можно точно диагностировать.

Экспериментальное исследование этого вопроса проводилось на АД с отводами от фазных обмоток. В качестве нагрузки применялись машины постоянного тока (МПТ). Для двигателя 4АМХ100L6 (мощность 2,2 кВт) – 4ПБ112М2ГУХЛ (мощность 2,2 кВт, частота вращения 1000 об/мин); для двигателей АИР100S4 (мощность 3 кВт) и АИРХМ132S4 (мощность 7,5 кВт) – 4ПБ112М2ГУХЛ (мощность 3 кВт, частота вращения 1500 об/мин). При исключенных витках фазных обмоток, а также замыканиях выведенных отводов опыты проводились при пониженном напряжении. При этом питание испытуемых АД осуществлялось от трехфазного трансформатора типа РНТ мощностью 10 кВА. Фазное напряжение в опытах изменялось от 20 до 130 В. С помощью МПТ обеспечивался режим синхронного холостого хода испытуемых двигателей. Режим нагрузки испытуемых двигателей осуществлялся переводом МПТ в генераторный режим.

Измерение токов, напряжений и мощностей выполнялось измерительными приборами с классом точности 0,2 и 0,5. Частота вращения измерялась цифровым тахометром.

Схема фазной обмотки с отводами и схема замыкания витков изображены на рисунке 1.

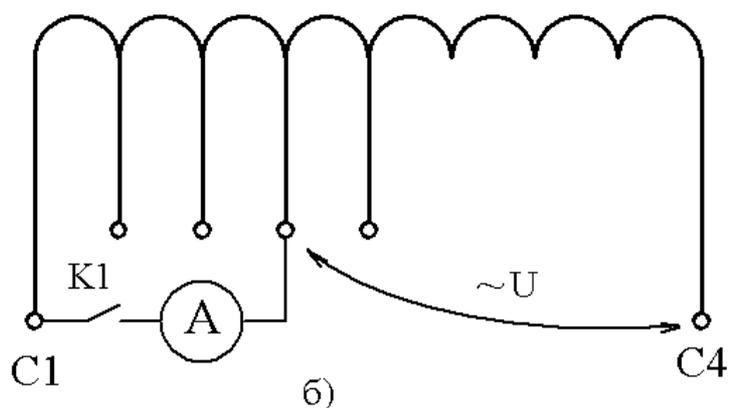
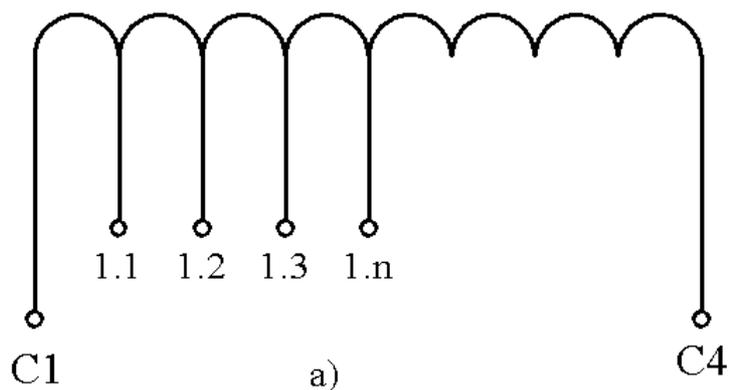


Рисунок 1 – Фазная обмотка: а) схема отводов; б) схема замыкания контрольного контура.

Опыты проводятся следующим образом: контрольный контур образуется замыканием вывода C1 на выводы 1.1, 1.2, ... 1.n, питание на фазу подается соответственно на выводы 1.1, 1.2, ... 1.n и C4. Для ограничения тока в контуре в него включаются реостат (активное сопротивление) или дроссель (индуктивное сопротивление), во время пуска двигателя выключатель K1 размыкается.

Опыты на двигателе 4AMX100L6 показывают, что при замыкании всего 5 витков одной фазы ОС (2% от общего числа) уже возникают различные шум и вибрация, оказывается заметное влияние на электрические параметры двигателя. Помимо несимметрии фазных токов, поврежденную фазу можно выявить по значению  $\cos\varphi$ . Результаты эксперимента приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Зависимость  $\cos\varphi$  от количества замкнутых на реостат витков в одной фазе (фаза А) и нагрузки АД (4АМХ100L6)

Кол-во замкнутых витков	Частота вращения, об/мин	$\cos\varphi$			$\varphi$ , град.		
		А	В	С	А	В	С
1	2	3	4	5	6	7	8
5	917	0.818	0.815	0.830	35.13	35.43	33.91
	938	0.810	0.830	0.834	35.85	33.92	33.51
	956	0.777	0.794	0.791	39.05	37.39	37.73
	973	0.684	0.689	0.683	46.86	46.48	46.88
	984	0.550	0.541	0.537	56.65	57.24	57.52
	1000	0.157	0.076	0.070	80.93	85.61	85.99
10	918	0.823	0.832	0.837	34.65	33.7	33.15
	939	0.811	0.830	0.828	35.79	33.91	34.08
	955	0.783	0.802	0.791	38.43	36.63	37.73
	971	0.709	0.712	0.704	44.87	44.56	45.21
	989	0.499	0.446	0.426	60.03	63.52	64.77
	1000	0.237	0.073	0.055	76.27	85.77	86.82
20	928	0.807	0.840	0.844	36.17	32.86	32.47
	942	0.785	0.830	0.820	38.25	33.93	34.93
	966	0.721	0.763	0.748	43.86	40.22	41.59
	985	0.575	0.547	0.518	54.93	56.86	58.83
	1000	0.278	0.012	-0.018	73.84	89.27	91
30	925	0.794	0.853	0.849	37.46	31.43	31.94
	945	0.771	0.800	0.831	39.59	36.88	33.75
	960	0.733	0.815	0.792	42.86	35.43	37.6
	973	0.656	0.742	0.709	49.02	42.09	44.87
	988	0.520	0.467	0.412	58.65	62.14	65.67
	1000	0.314	-0.040	-0.092	71.66	92.29	95.26

Из таблицы видно, что поврежденную фазу можно выявить по значению  $\cos\varphi$  – оно тем сильнее отличается от значений в неповрежденных фазах, чем большее количество витков замкнуто. При холостом ходе АД эта разница становится наиболее заметной.

# Полынев В.Т. Оценка влияния переменных в К-значной логике

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

Известно, что для определения степени влияния переменной  $x_i$  на изменение  $k$ -значной функции  $f(x_1; x_2 \dots x_i; x_n)$  необходимо взять производную по интересующей нас переменной, допустим  $x_i$ . Тогда при условии

$$\frac{df}{dx_i} = 0$$

и соблюдении равенств:

$$f(x_1; x_2 \dots 0; x_n) = f(x_1; x_2 \dots 1; x_n) \dots = f(x_1; x_2 \dots k-1; x_n) \quad (1)$$

будем иметь возможность определить сочетания отдельных переменных. Использование производной для всех возможных случаев можно избежать.

Для этого необходимо будет рассмотреть логические условия (1) и (2)

$$\frac{df}{dx_i} = f(x_1; x_2 \dots 0; x_n) + f(x_1; x_2 \dots 1; x_n) \dots + f(x_1; x_2 \dots k-1; x_n) = 0 \pmod{k} \quad (2)$$

Равенство один обеспечивает однозначно равенство (2). Чем меньше количество сочетаний переменных, найденных соответственно для  $x_1; x_2 \dots x_i; x_n$  при которых выполняются условия (1) и (2), тем больше влияние переменной.

Зная степень, влияния переменной на рассматриваемую функцию можно более рационально реализовать ее и использовать полученные значения сочетаний переменных, при которых выполняются вышеуказанные условия в качестве тестопригодных сочетаний.

## **Саликов М.П. Патентные исследования в учебно-исследовательской работе студентов**

**Оренбургский государственный университет, г. Оренбург**

Учебно-исследовательская работа студентов (УИРС) учебными программами обычно планируется на четвертый курс. По сложившейся традиции на кафедре электромеханики темой УИРС является самостоятельное знакомство студентов с техническими устройствами, которые лишь упоминаются в лекционном курсе, но из-за нехватки времени не рассматриваются обстоятельно. Это могут быть индукторный генератор, униполярная машина, универсальный коллекторный двигатель, порошковые и другие малоотходные конструкции и технологии, различные электрические схемы, способы диагностики технических устройств, например, способы обнаружения витковых замыканий в обмотках статора или якоря, обрывов в короткозамкнутых клетках ротора или эксцентриситета положения ротора во вращающихся электрических машинах.

Чтобы подготовить отчет по УИРС, студент обращается в библиотечный систематический каталог, находит одну-две книги и воспроизводит в отчете несколько страниц этой книги и несколько рисунков. – И отчет готов!

Недостатки такого подхода очевидны. Это описание одной из многих возможных конструкций или одного из многих возможных технологических процессов. Как правило, в книге, а следовательно в отчете студента отсутствует описание развития технической идеи, разнообразие ее технического воплощения, анализ достоинств и недостатков, путей совершенствования тех или иных устройств. Выполнение УИРС таким образом и такого отчета не развивает у студента ни творческие способности, ни гибкости мышления.

Между тем, включение в УИРС раздела «Патентные исследования» в значительной мере устранило бы статичность повествования, привело бы студента к осознанию того, что любое техническое решение, даже удачное для какого-либо промежутка времени, может быть усовершенствовано, в том числе автором отчета, то есть студентом.

Патентные исследования в УИРС могут быть посвящены как устройству в целом, так и его частям. Руководитель УИРС должен быть осведомлен о состоянии соответствующего патентного фонда. Желательно, чтобы патентные исследования проводились в русле темы будущего дипломного проекта. На четвертом курсе это вполне осуществимо.

Имеющийся у автора опыт руководства УИРС и дипломным проектированием позволяет утверждать о полезности патентных исследований в УИРС. Так, патентные исследования по теме «Конструкции узла токосъема электрической машины постоянного тока» проведенные в УИРС на четвертом курсе, пригодились в

дипломном проектировании, где была использована малоискрящая щетка и разработана технология ее изготовления. При защите дипломного проекта государственная экзаменационная комиссия высоко оценила такой проект.

# Сильвашко С.А., Булатов В.Н, Шевеленко В.Д. Способ обнаружения короткозамкнутых витков в обмотках статора малогабаритного асинхронного электродвигателя

Оренбургский государственный университете, г.Оренбург

Недостатком существующих средств диагностики и контроля трехфазных обмоток электрических машин малой мощности (меньше 1-го кВт) является относительно низкая чувствительность, не позволяющая обнаруживать один-два короткозамкнутых витка. Это связано с тем, что в реальных статорах электродвигателей существует множество распределенных межвитковых емкостей величиной в несколько единиц пикофарад, образующих с распределенными индуктивностями секций фазной обмотки ряд последовательно включенных параллельных колебательных контуров с индивидуальными резонансными частотами. Наличие множества близко расположенных резонансов на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) обмотки статора в установленном диапазоне частот в сочетании с технологическим разбросом значений распределенных индуктивностей и емкостей не позволяет обеспечить резонансными способами, используемыми в указанных выше средствах диагностики и контроля, разрешающую способность на уровне одного-двух короткозамкнутых витков.

Разработанный авторами способ основан на особенностях фазовых спектров, полученных в результате наложения спектра суперпозиции двух импульсных последовательностей с противоположной полярностью, подаваемых от генератора импульсов на обмотки фаз, на АЧХ фазной обмотки, с задержкой одна относительно другой на величину  $t_3$ .

Как показано в [Булатов В. Н. Спектрально-импульсные методы воспроизведения и трансформации фазовых спектров. – Оренбург: ОГУ, 2001. – 290 с.: ил.], спектральная плотность подобной последовательности

$$S_2(\omega) = (2E/\omega) \sin(\omega\tau/2)[1 - \exp(-j\omega t_3)], \quad (1)$$

где  $E$ ,  $\tau$  – соответственно амплитуда и длительность импульса.

Переходя к суперпозиции двух последовательностей импульсов с частотой повторения импульсов  $\Omega = 2\pi/T$  и устанавливая задержку времени  $t_3 = \tau$ , получаем амплитудный спектр полного сигнала (рисунок 1):

$$A_n = (4E/n\pi) \sin^2(n\pi\tau/T) \exp[j(\pi/2 - n\pi\tau/T)], \quad (2)$$

где  $n = \omega T/2\pi = 1, 2, 3, \dots$  – номер гармоники.

Особенность полученного при  $t_3 = \tau$  спектра (2) состоит в том, что его фазовая составляющая целиком определяется фазовым множителем  $\exp[j(\pi/2 - n\pi\tau/T)]$ , так как остальные сомножители при любых значениях  $n$  всегда положительны, то есть по сути представляют собой модуль комплексной величины.

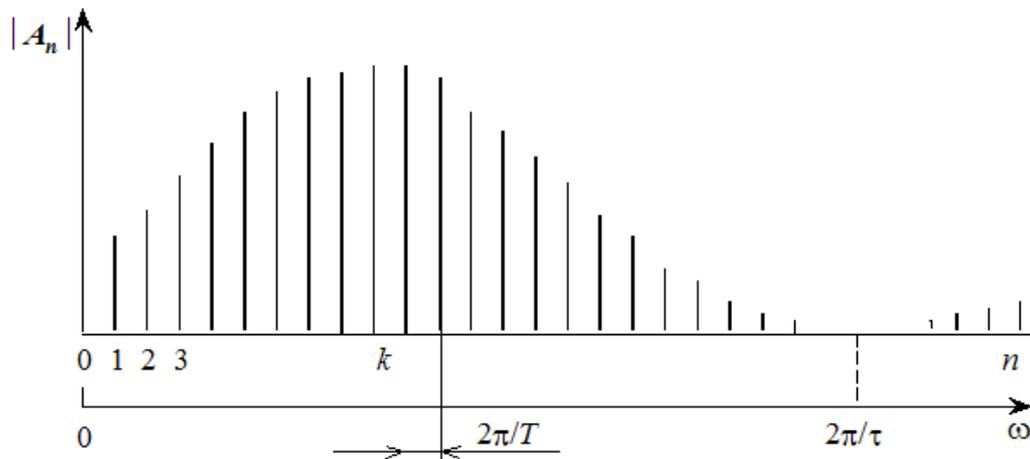


Рисунок 1

При фиксации гармоники с номером  $n = k$  (частота гармоники  $\omega_0 = k\Omega$ ), имеющей максимальную амплитуду на частоте  $\omega_0$  (фиг. 3), амплитудный спектр на основании (5) примет вид:

$$|A_n| = (4E/n\pi) \sin^2(n\pi\tau/T) \Big|_{\max} = (4E/k\pi) \sin^2(k\pi\tau/T) \Big|_{\max} = 4E/k\pi,$$

откуда определяем значения регулируемых величин

$$\tau = t_3 = T/2k = \pi/\omega_0. \quad (3)$$

Таким образом, для установленной гармоники  $n = k$  с учетом (3) комплексная амплитуда ее напряжения, приложенного к первым выводам двух фазных обмоток, будет определяться выражением

$$A_k = (4E/k\pi) \exp[j(\pi/2 - k\pi\tau/T)] = 8E\tau/\pi T, \quad (4)$$

не содержащим фазового множителя, что очень важно для тестового сигнала.

В результате проведенных исследований фазных обмоток трехфазных электродвигателей малой мощности установлено, что на их АЧХ существуют три характерных участка (рисунок 2): участок I (единицы – сотни Гц), где АЧХ носит нелинейный характер; участок II (единицы кГц) – линейный участок с крутизной наклона характеристики 20 дБ/дек

(протяженность участка зависит от типа статора); участок III (десятки кГц), где АЧХ имеет множество близко расположенных резонансов, обусловленных наличием в фазной обмотке распределенных индуктивностей и емкостей (причем вследствие технологического разброса параметров обмоток частоты этих резонансов для отдельных экземпляров фазных обмоток различны). Наличие линейного участка на АЧХ фазной обмотки свидетельствует о преобладании в указанном диапазоне частот индуктивного характера сопротивления обмотки над активным в несколько раз.

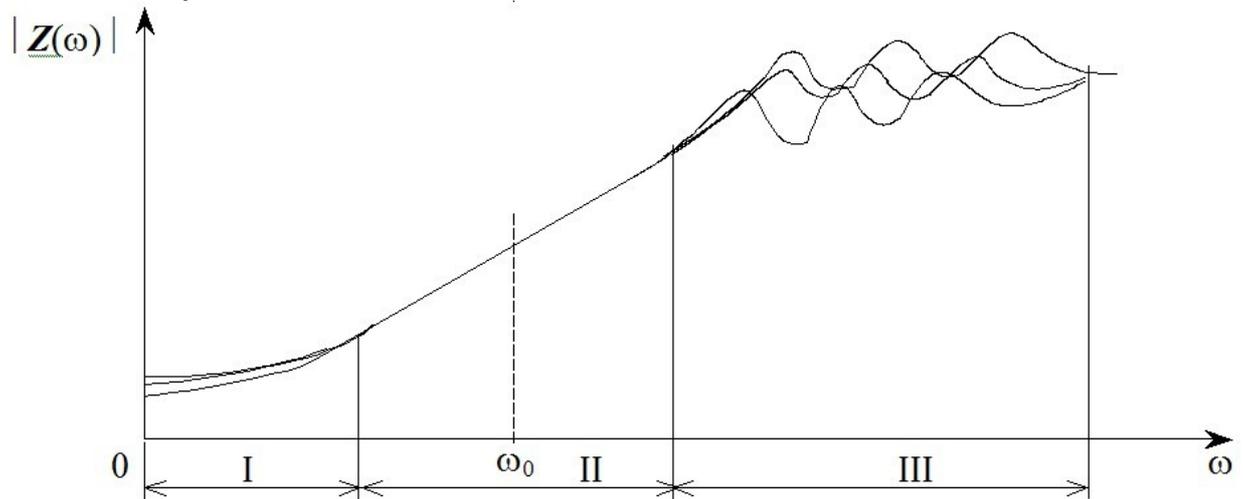


Рисунок 2

В разработанном способе для формирования измерительных сигналов в цепи контролируемых обмоток введены резисторы  $R_1 = R_2 = R$ . С учетом этого комплексное сопротивление цепи, образованной фазной обмоткой и резистором  $R$  на частоте  $\omega_0 = k\Omega$ , где  $k$  – номер гармоники, выделяемой из измеренных напряжений, можно представить выражением

$$\mathbf{Z} = R + r + jk\Omega L = R_{\Sigma} + jX_L = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X_L^2} \exp[j \arctg(X_L/R_{\Sigma})],$$

где  $r$  – активное сопротивление обмотки,  $L$  – индуктивность фазной обмотки,  $R_{\Sigma} = R + r$  – полное активное сопротивление цепи,  $X_L$  – реактивное сопротивление в области частоты  $\omega_0$  (рисунок 2). Комплексная амплитуда для  $k$ -й гармоники напряжения на резисторе  $R$  определяется выражением

$$U_{\text{вых}} = A_k R/\mathbf{Z} = (8E\tau R/\pi T \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X_L^2}) \exp[-j \arctg(X_L/R_{\Sigma})]$$

и, следовательно, фаза колебаний  $u_{\text{вых}}(t)$  равна

$$\varphi_1 = - \arctg(X_L/R_{\Sigma}).$$

(5)

Короткое замыкание малой части витков в одной из фазных обмоток приводит к уменьшению ее комплексного сопротивления на некоторую величину  $j\Delta X_L + \Delta r$ , причем в указанном диапазоне частот (участок II, рисунок 2) имеет место соотношение  $\Delta r \ll \Delta X_L$ , поэтому значение  $\Delta r$  может не учитываться. Следовательно, по аналогии с выражением (5), фаза колебаний  $u_{\text{вых}}(t)$  на резисторе  $R$  в цепи с короткозамкнутой фазной обмоткой будет иметь вид

$$\varphi_2 \approx -\arctg[(X_L - \Delta X_L)/R_\Sigma]. \quad (6)$$

Разность фаз выделенных гармоник с номером  $n = k$ , с учетом (5) и (6), определяется выражением

$$|\Delta\varphi| = |\varphi_2 - \varphi_1| = |\arctg[R_\Sigma\Delta X_L/(R_\Sigma^2 + X_L^2 - \Delta X_L X_L)]| \quad (7)$$

В частности, учитывая, что максимальная чувствительность  $d\varphi/dX_L$  характеристики (5) достигается при  $R_\Sigma = X_L$ , так как

$$\psi(X_L) = d\varphi_1/dX_L = d[-\arctg(X_L/R_\Sigma)]/dX_L = -[R_\Sigma/(R_\Sigma^2 + X_L^2)]$$

и в точке максимума  $\psi(X_L)$

$$\partial\psi(X_L, R_\Sigma)/\partial R_\Sigma = (R_\Sigma^2 - X_L^2)/(R_\Sigma^2 + X_L^2)^2 \Big|_{R_\Sigma=X_L} = 0,$$

то рекомендуется выбирать величину резисторов

$$R = R1 = R2 \approx X_L - r. \quad (8)$$

В этом случае выражение (10), учитывая, что  $\Delta X_L \ll X_L$ , примет вид

$$|\Delta\varphi| \approx \left. \arctg[R_\Sigma\Delta X_L/(R_\Sigma^2 + X_L^2)] \right|_{X_L \approx R_\Sigma} \approx \Delta X_L/2R_\Sigma \approx \Delta X_L/2X_L. \quad (9)$$

Следовательно, изменение индуктивности, вызванное замыканием части витков одной из фазных обмоток, приводит к пропорциональному сдвигу фаз гармоник с номером  $n = k$ .

Например, при коэффициенте передачи фазового детектора 0,4 В/град, преобразующего разность фаз в напряжение, и соотношении  $\Delta X_L/X_L \approx 0,001$ , что соответствует замыканию одного витка в фазной обмотке двигателя мощностью 100 Вт, значение  $|\Delta\varphi| = 0,0005$  рад = 0,028 град, а значение напряжения на выходе фазового детектора  $u_{\text{вых}} = 0,4 \cdot 0,028 = 11,2$  мВ и, которое может быть измерено стандартными средствами.

Таким образом, предлагаемый способ комплексного контроля трехфазной обмотки электрической машины малой мощности позволяет повысить достоверность контроля и обеспечивает обнаружение одного короткозамкнутого витка.

Данный способ запатентован как способ комплексного контроля трехфазной обмотки электрической машины (патент РФ №2289143, МПК G01R 31/06, авторы Сильвашко С.А., Булатов В.Н., Шевеленко В.Д).



R задаются в начале модуля, и определяют максимальное количество значащих цифр в числе. То есть, варьируя значение L и R можно найти оптимальное соотношение точности и времени выполнения вычислений.

Границы левой и правой частей числа задаются соответственно A.Lpos и A.Rpos. Эти границы определяются автоматически при выполнении вычислений и переводе числа из стандартного в тип TLong.

Также в типе TLong предусмотрена логическая переменная A.Negative, которая хранит в себе знак числа A. Если ее значение истинно, то число отрицательное.

В модуле сформированы следующие функции:

- FloatToLong(A) - функция перевода числа из типа Float (с плавающей запятой) в TLong;
- LongToFloat(A) - функция перевода числа из типа TLong в Float;
- StrToLong(A) - функция перевода числа из типа String (строка) в TLong;
- LongToStr(A) - функция перевода числа из типа TLong в String;
- SumLong(A, B) - сложение чисел ( $A + B$ );
- SubLong(A, B) - вычитание ( $A - B$ );
- MulLong(A, B) - умножение ( $A \times B$ );
- DivLong(A, B) - деление ( $A / B$ );
- PowerLong(A, por) - возведение в степень (A в степени por);
- SqrtLong(A) - извлечение квадратного корня из числа A;
- VarComplexLongCreate(A) - создание комплексной переменной;
- AbsComplexLong(A) - модуль комплексного числа;
- SumComplexLong(A, B) - сложение комплексных чисел ( $A + B$ );
- SubComplexLong(A, B) - вычитание ( $A - B$ );
- MulComplexLong(A, B) - умножение ( $A \times B$ );
- DivComplexLong(A, B) - деление ( $A / B$ );
- PowerComplexLong(A,por) - возведение в степень комплексного числа.

Для демонстрации возможностей модуля была написана программа-калькулятор.

Окно этой программы представлено на рисунке 2.

На рисунке 2 видно, что получено два результата сложения чисел A и B. Стандартное значение результата имеет 15 значащих цифр, в то время как результат полученный с использованием разработанного модуля имеет 23 значащих цифры. То есть ошибка, возникающая при округлении результата, которая присутствует в стандартном значении, отсутствует при использовании функций модуля.

Так же определяется время выполнения каждой операции, в данном случае оно меньше 1 мс.

Квадратный корень вычисляется итерационным методом, константа sq задает количество итераций. На рисунке 3 показан результат извле-

чения квадратного корня. Количество потерянных значащих цифр, в стандартном результате очень большое.

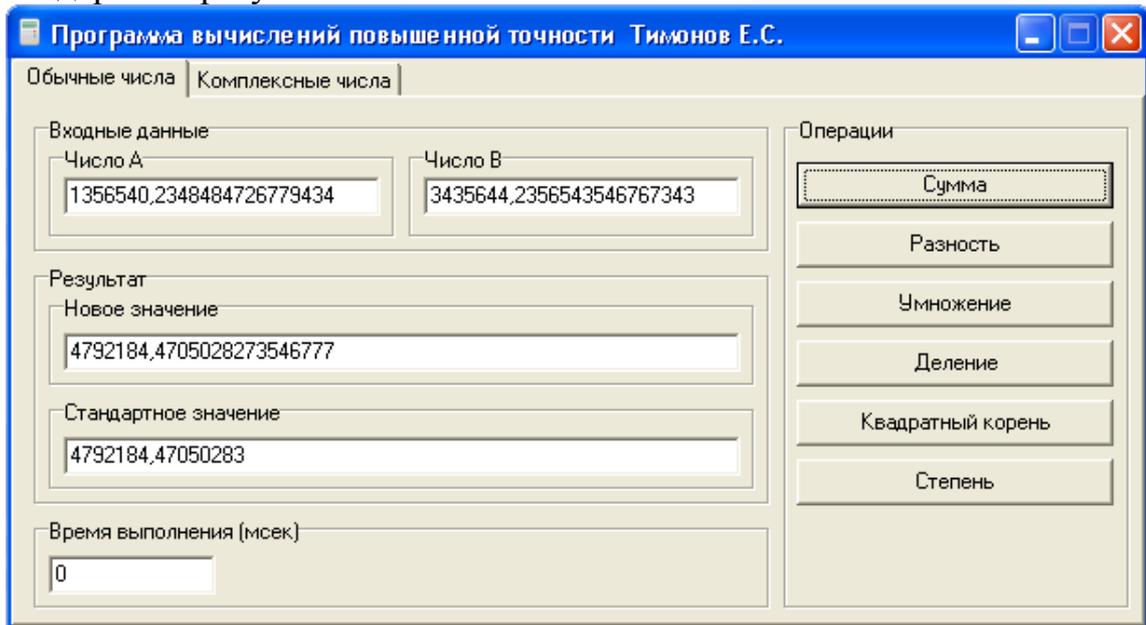


Рисунок 2

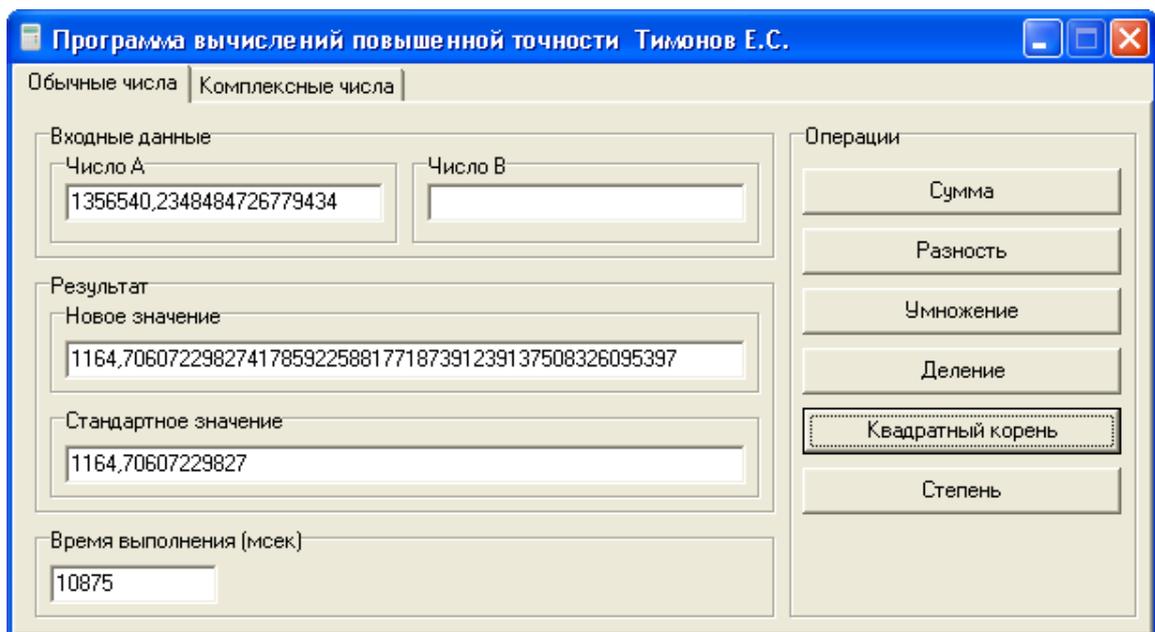


Рисунок 3

Значительное время выполнение этой операции связано с многократным использованием операций деления и сложения.

В модуле также осуществляется контроль возникновения ошибки при переполнении левой части числа и делении на ноль. В этом случае выполнение программы останавливается и выдается сообщение об ошибке.

Для вычисления степени числа  $A$ , необходимо задать значение степени, вместо числа  $B$ . Возведение числа в степень представлено на рисунке 4.

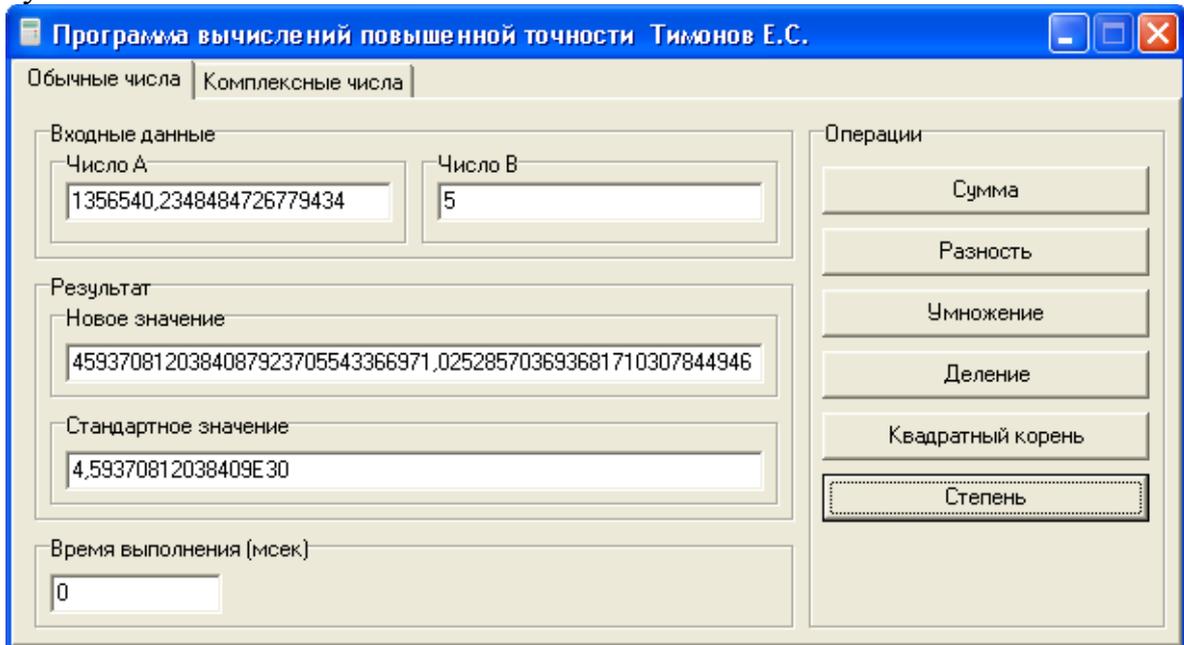


Рисунок 4

Для выполнения вычислений с комплексными числами используются функции, выведенные на страницу программы: «Комплексные числа».

Окно программы умножения комплексных чисел представлено на рисунке 5.

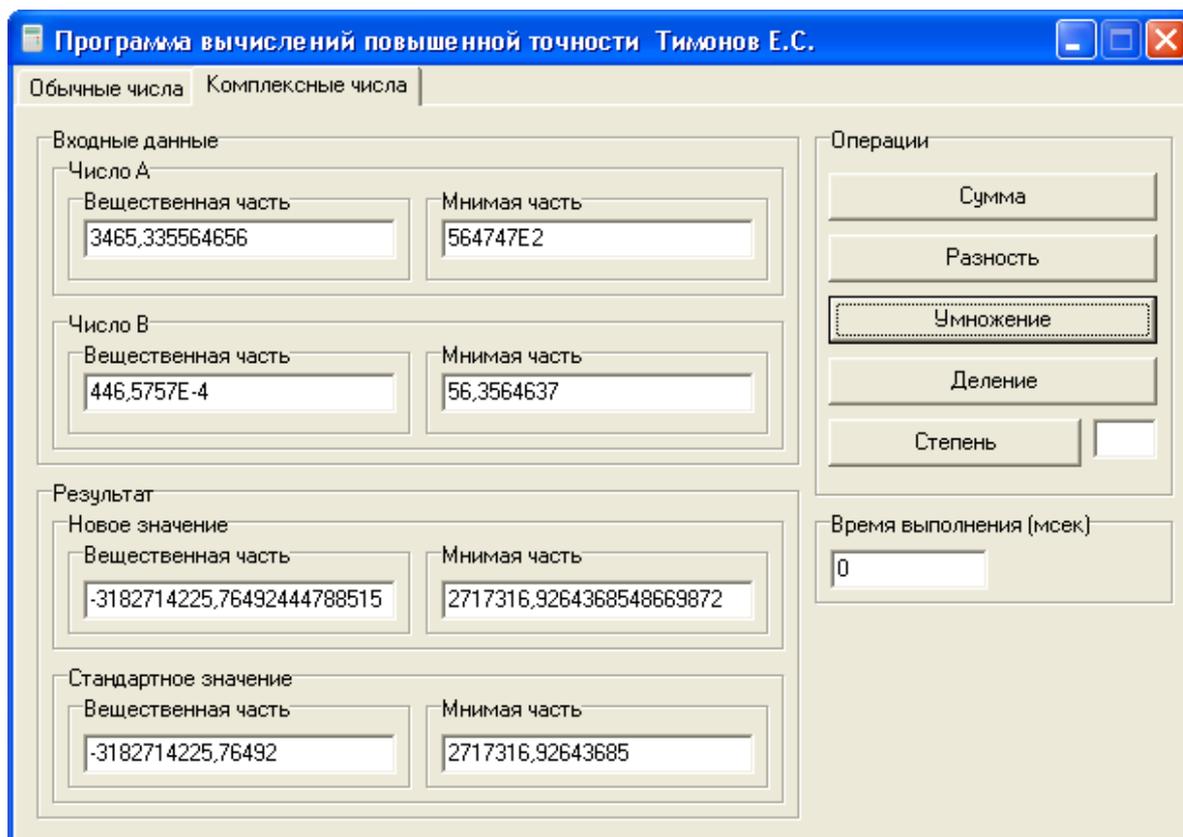


Рисунок 5

Необходимо также отметить, что значения чисел А и В можно вводить как целые, так и с запятой или с точкой. Для обозначения десятичной степени числа нужно использовать символ «Е» перед значением степени.

Для возведения в степень комплексного числа, значение степени необходимо писать в окошке рядом с кнопкой «Степень».

Возведение комплексного числа А в степень представлено на рисунке 6.

Из рисунка 6 видно, что в стандартном результате потеряны все значащие числа, что может привести в некоторых случаях к делению на ноль.

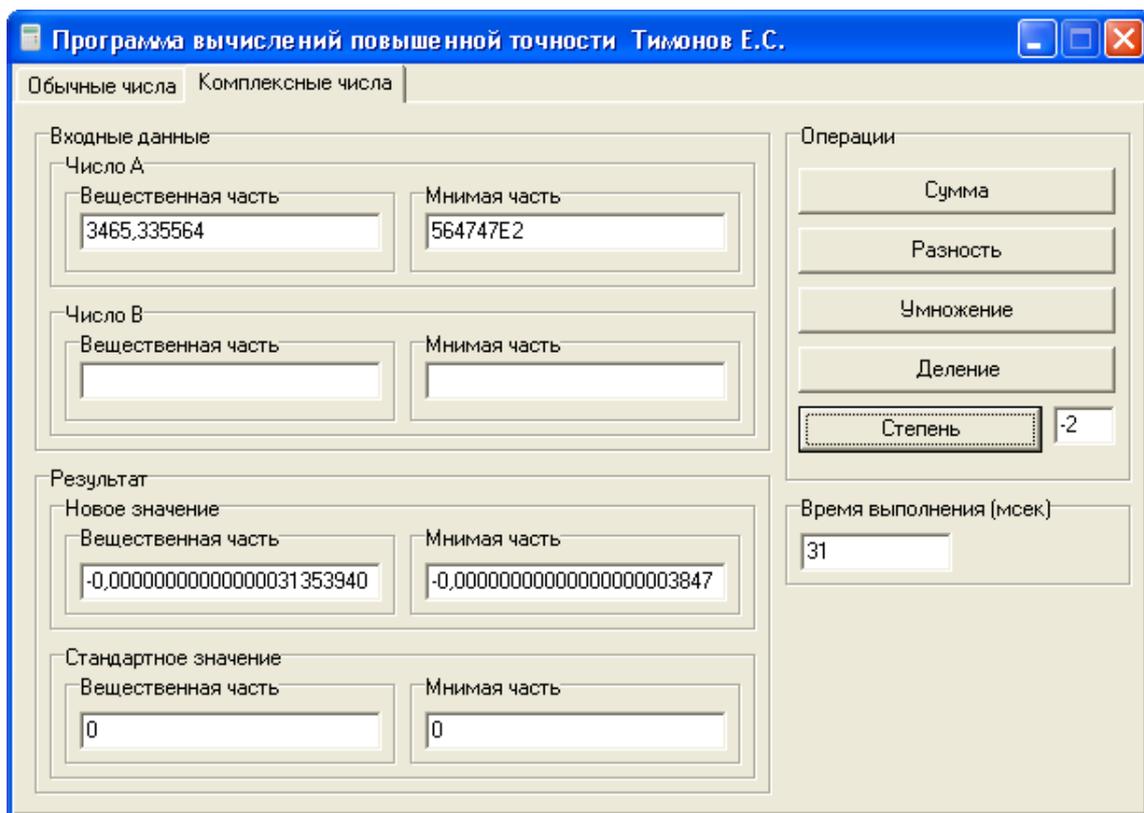


Рисунок 6

Данный программный модуль зарегистрирован в Государственном реестре программ для ЭВМ за №2007613148 от 25.07.2007.

В завершение можно отметить универсальность применения разработанного модуля. Обеспечиваемая точность вычислений позволяет использовать его в самых серьезных научных и прикладных расчетах.

Единственным недостатком модуля является время выполнения вычислений, которое во много раз больше выполнения стандартных операций. Поэтому, при использовании модуля, необходимо находить оптимальное соотношение точности и времени выполнения вычислений. В частности, для расчетов, связанных с обработкой зарегистрированных цифровых сигналов, этот программный модуль по своим временным характеристикам на процесс обработки, связанный с распознаванием и измерением параметров сигналов в частотной области, никаких ограничений не накладывает.

**Тимонов Е.С., Булатов В.Н, Хлуденев А.В.**  
**Спектральный метод измерения параметров зашумленного  
доплеровского сигнала**

**Оренбургский государственный университет, г.Оренбург**

В области измерения доплеровских частот  $\omega_d(t)$  одним из эффективных направлений является разработка методов определения доплеровских частот в спектральной области. Однако существенным препятствием здесь является проблема разрешающей способности средств измерения текущего значения  $\omega_d(t)$ , обусловленная соотношением уровня информативного колебания с доплеровской частотой и уровнем шумов.

Предлагаемый *метод выделения информативной части спектра зашумленных доплеровских сигналов* преследует своей целью увеличение указанной разрешающей способности. Он основан на целенаправленном спектрально-временном преобразовании информативного колебания, заключенном в зашумленном сигнале  $e(t)$ .

Суть метода заключается в следующем.

Предварительные исследования спектра ЛЧМ сигнала с амплитудой  $U_m$  и длительностью  $\tau \gg 2\pi/\omega_d(t)$  позволили установить, что существует следующая зависимость между значением его спектральной составляющей  $|\mathbf{S}(\omega_{дц})|$  с центральной частотой  $\omega_{дц}$  главного лепестка спектра (глобальный максимум) и величиной девиации  $\Omega_d$ :

$$|\mathbf{S}(\omega_{дц})|^2 \approx k_1/\Omega_d \leq U_m\tau/2, \quad (1)$$

где  $k_1$  – коэффициент масштаба, учитывающий влияние величины  $\tau$ . Из (1) следует, что, уменьшая величину  $\Omega_d$ , можно увеличить энергию информативного колебания по отношению шума в рамках установленной интервальной выборки (сечения)  $\tau$  сигнала  $e(t)$ . Но поскольку функция  $\Omega_d(t)$  является информативным параметром, то для достижения указанной цели – увеличения разрешающей способности необходимо переместиться в нелинейное время, зависимость которого может быть представлена как

$$t_H(t) = [\omega_d(t) \cdot t] / \omega_0, \quad (2)$$

где  $\omega_0$  – значение частоты Доплера в начале сечения сигнала. При подобном нелинейном масштабировании времени доплеровское колебание превращается в немодулированный по частоте радиоимпульс с частотой заполнения  $\omega_0$ . При этом  $\Omega_d = 0$ , а значение  $|\mathbf{S}(\omega_{дц})|$  принимает максимальное значение. Для того чтобы использовать экстремум функции  $s(\omega_{д}(t)) = |\mathbf{S}(\omega_{дц}, \omega_{д}(t))|$  для установления факта выполнения условия (2), необходимо точно установить неизвестную функцию (объект измерения)  $\omega_{д}(t)$ . Для этого требуется, по крайней мере, знать порядок функции  $\omega_{д}(t)$ , чтобы численными методами определить производные этой функции.

В предлагаемом методе решения этой задачи считается, что функция  $\omega_{д}(t)$  имеет порядок не выше второго. Для исключения методической погрешности вычисления спектра доплеровского колебания, представленного выборками с равномерной дискретизацией, вместо БПФ используется формула спектра, выведенная в [Спектральный анализ цифровых сигналов с неравномерной дискретизацией / Булатов В.Н., Тимонов Е.С., Даминов Д.А. // Вестник ОГУ.- 2006. - №6. – Т.2]. Данная формула использует интерполяцию дискретизированного сигнала полиномом Ньютона, который, в отличие от других интерполяционных полиномов, позволяет произвольно менять закон дискретизации, что необходимо для нелинейного масштабирования времени.

В основе разработанной программы, реализующей указанный метод, находятся два алгоритма: алгоритм вычисления коэффициентов интерполяционного полинома Ньютона и алгоритм вычисления спектра сигнала с неравномерной дискретизацией. Главное окно программы представлено на рисунке 1.

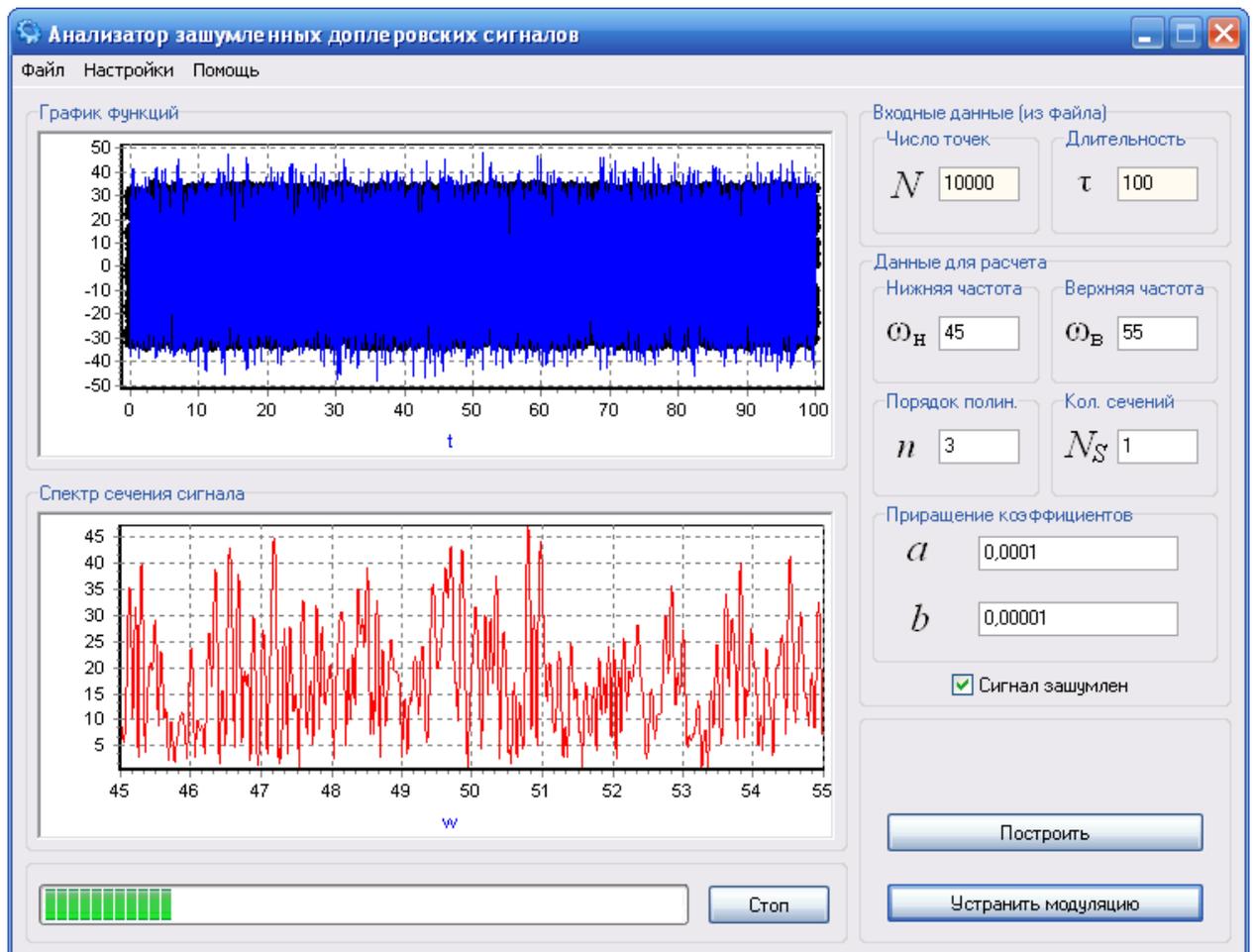


Рисунок 1

Вначале массив отсчетов сигнала загружается из ASCII файла, и в правой части окна отображается количество отсчетов  $N$  и длительность сигнала  $\tau$ .

Далее необходимо ввести значение верхней и нижней частоты, порядка полинома Ньютона и количество сечений.

При нажатии кнопки «Построить» выводятся графики сигнала и его спектра.

Для определения параметров сигнала необходимо задать приращение коэффициентов  $a$  (первая производная) и  $b$  (вторая производная) и поставить галочку, если сигнал зашумлен.

При нажатии кнопки «Устранить модуляцию» запускается итерационный алгоритм определения коэффициентов  $a$  и  $b$ , в результате графики перестают быть статичными и отображают промежуточный результат на каждом шаге итерации.

По окончании расчета выводится окно результата (рисунок 2), на котором:

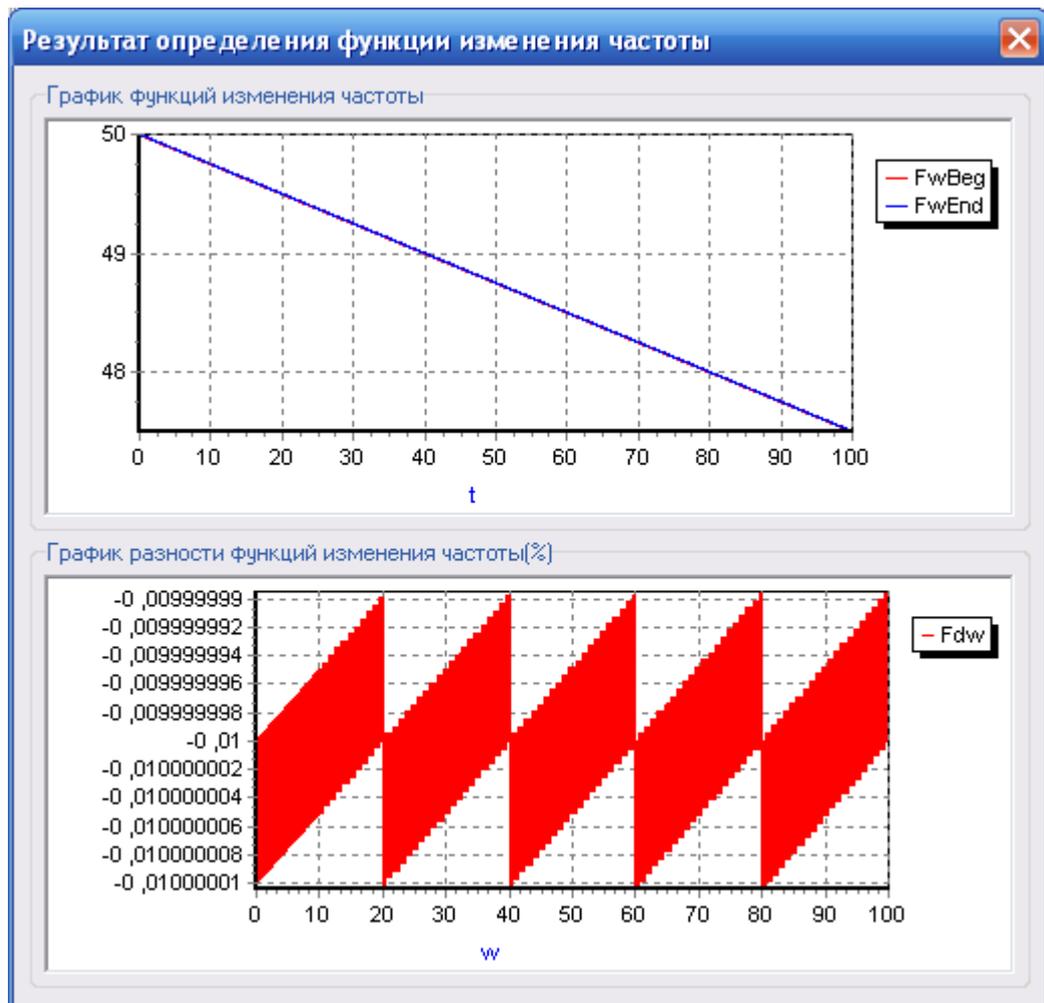


Рисунок 2

- вверху показаны графики изменения частоты: где FwBeg- исходная, а FwEnd- вычисленная функция;

- внизу строится график ошибки, представляющей собою разность образцовой и полученной с использованием нелинейного масштабирования функций доплеровского колебания.

В данном случае в анализируемом сигнале соотношение сигнал/шум составляет -30 дБ.

Таким образом, разработанный алгоритм, реализованный в виде программы, может быть оценен как инструмент определения функции доплеровской частоты

$$(3) \quad \omega_d(t) = \omega_0 + a \cdot d\omega_d(t)/dt + b \cdot d^2\omega_d(t)/dt^2$$

с расчетной методической погрешностью.

Сама программа имеет следующие инструментальные характеристики.

В программе происходит перебор вариантов коэффициентов  $a$  и  $b$ , причем это организовано в виде двух циклов. Цикл изменения коэффи-

циента  $b$  и вложенным в него циклом изменения коэффициента  $a$  с заданным приращением. В теле цикла все отсчеты записаны в единый массив  $tsbig$ , отражающий функцию (3), и находится новое положение на оси времени каждого отсчета, по формуле:

$$tsbig[i] = tsbig[i] - a \cdot (tsbig[i])^2 - b \cdot (tsbig[i])^3. \quad (4)$$

Как видно из формулы (4), происходит сдвиг отсчетов сигнала влево, не меняя значений самих отсчетов. То есть, происходит постепенное «выравнивание» сигнала или, по-другому, избавление от модуляции.

Далее массив отсчетов сигнала разбивается на сечения по количеству точек требуемых для расчета полинома Ньютона.

После этого каждое сечение сигнала сдвигается влево, к нулю и аппроксимируется полиномом Ньютона. Далее находятся спектры каждого сечения, и вычисляется суммарный спектр измененного сигнала. Причем для обеспечения работоспособности данного метода, спектр каждого сечения определяется на неизменном интервале времени. Это сделано во избежание потери энергии сигнала при выравнивании.

Величина и положение глобального максимума спектра выравниваемого сигнала записывается в двумерный массив  $megatax$ , а также записываются текущие значения коэффициентов  $a$  и  $b$ .

После перебора вариантов с разными коэффициентами  $a$  и  $b$  среди записанных максимумов в массиве  $megatax$  находится наибольший и с помощью соответствующих ему значений коэффициентов и его положения, которое считается равным  $\omega_0$ , происходит построение вычисленной функции изменения частоты сигнала.

Данный метод лег в основу разработки пакета программ для интервального измерения текущего значения частоты сильно зашумленного доплеровского колебания, получаемого при непрерывном облучении быстро движущегося предмета малых размеров.

# **Усенков Н.И. Применение прикладных программ в общепрофессиональных и специальных дисциплинах**

**Оренбургский государственный университет, г. Оренбург**

Для современного студента персональный компьютер становится эффективным инструментом в изучении теоретических основ по обще-профессиональным и специальным дисциплинам. Будущий инженер должен не только владеть основами теории в предметных областях по специальности, но и уметь решать задачи с использованием современных средств вычислительной техники.

В последнее время внедрение вычислительной техники в преподавание в высшей школе ориентировано на использование разработанных программ, предназначенных для решения конкретных задач по соответствующим дисциплинам. Такие программы требуют от студента лишь ввода исходных данных, после чего, нажав на ту или иную клавишу, он получает решение в виде графиков и таблиц. При этом алгоритм вычислений – используемые формулы и последовательность их применения, заданные разработчиком программы, обычно остается вне поля зрения пользователя.

При использовании учебных пособий с применением специализированных пакетов прикладных программ и их приложений, не имеющих проблемной ориентации, у студентов со специфической сферой профессиональных интересов при изучении конкретных дисциплин возникают определенные трудности.

Поэтому компьютерное обучение должно быть направлено не только на освоение офисных программ ОС Windows, но и прикладных технических пакетов с формированием профессиональной ориентации.

В докладе обобщается опыт преподавателей кафедры автоматизированного электропривода ОГУ по применению прикладных программ в обще-профессиональных и специальных дисциплинах по специальности 140604 – Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов.

Рассматривается вертикальный принцип внедрения специализированных программных пакетов и их приложений в учебные дисциплины с учетом тесного взаимодействия межпредметных связей, начиная от преподавания высшей математики и теоретических основ электротехники и заканчивая дипломным проектированием.

Существует множество компьютерных программ и систем для моделирования электрических и электронных цепей на персональном компьютере, к которым относятся:

- Системы схемотехнического моделирования аналоговых и аналого-цифровых схем: Multisim (Electronics Workbench), Micro-Cap;
- Математические пакеты программ: Mathematica, MathCAD, Maple, Mat-LAB;

- Аппаратно-программный комплекс LabVIEW.

Указанный перечень программ, безусловно, не охватывает всех программных продуктов, используемых в учебном процессе при изучении электротехнических дисциплин. Имеется также ряд программ, разработанных и используемых на отдельных кафедрах ОГУ, в частности, на кафедре автоматизированного электропривода применяется модифицированный вариант программы MatLAB/Simulink [1].

Как известно, разработка электротехнического устройства сопровождается физическим или математическим моделированием. Физическое моделирование связано с материальными затратами, поскольку требуется изготовление макетов и их трудоемкое исследование. Часто физическое моделирование невозможно из-за сложности проектируемого устройства. В этом случае прибегают к математическому исследованию с использованием средств и методов вычислительной техники.

Как показывает анализ состояния программного обеспечения по схемотехническому моделированию, на этапе начального проведения поиско-исследовательских работ целесообразно рассмотреть возможность использования следующих программ: Multisim, MathCAD, MatLAB и LabVIEW.

Программа Multisim отличается самым простым и стандартным пользовательским интерфейсом. Уровень изложения этой программы рассчитан на студентов, обладающих элементарными навыками обращения с компьютером и знакомых с приемами работы в операционной системе Windows. Особенностью программы Multisim является наличие контрольно-измерительных приборов, по внешнему виду, органам управления и характеристикам максимально приближенных к их промышленным аналогам, что способствует приобретению практических навыков работы с наиболее распространенными приборами: вольтметром, амперметром, мультиметром, осциллографом, измерительным генератором и др.

Программа Multisim легко осваивается и достаточно удобна в работе. После составления исследуемой схемы и ее упрощения путем оформления подсхем моделирование начинается щелчком символического выключателя в рабочем окне программы [2].

Опыт использования программы Multisim в качестве лабораторного практикума по дисциплинам: «Физические основы электроники», «Промышленная электроника» и «Элементы систем автоматики» подтвердил правильность такого выбора. Констатируем тот факт, что использование виртуальных лабораторий не исключает наличия реальных лабораторных стендов.

Необходимо также отметить, что как учебная программа Multisim обладает важным достоинством (по сравнению с обучающими программами с жестким алгоритмом), которое заключается в развитии творческого начала студента, то есть студент может не только выполнять задания преподавателя, но и иметь возможность предложить и апробировать

свои технические решения, а это уже творчество, которое трансформирует учебный процесс в профильно ориентированную плоскость обучения.

Программа MathCAD предназначена для численного решения практических задач по известным формулам. Интерфейс MathCAD наиболее близок к естественному, то есть на экране монитора пользователь видит приблизительно то же, что сам обычно пишет ручкой на бумаге. Уникальный интерфейс этой программы позволяет оформлять прямо в MathCAD расчетно-графические и курсовые работы, отчеты по лабораторным работам.

Система MatLAB – это средство математического моделирования, обеспечивающее проведение исследований практически по всем дисциплинам учебного процесса. При этом структура пакета позволяет эффективно сочетать оба основных подхода к созданию модели: аналитический и имитационный.

Именно в сфере математического моделирования MatLAB позволяет наиболее полно использовать все современные достижения компьютерных технологий, в том числе средства визуализации данных. Кроме того, пользователь имеет возможность создавать средствами MatLAB собственный графический интерфейс, отвечающий требованиям решаемой задачи.

MatLAB является одним из эффективнейших средств выполнения научно-технических расчетов, визуализации их результатов, обработки данных эксперимента, их анализ и моделирования.

Специализированный пакет MatLAB и инструментальное приложение Simulink, которое функционирует только при наличии ядра MatLAB и использует многие ее функции, предназначены для моделирования систем автоматического регулирования в динамических режимах, что очень важно при анализе и синтезе замкнутых систем управления электроприводами в учебных курсах «Теория автоматического управления» и «Теория электропривода».

Достоинства компьютерных моделей в полной управляемости модели и условий эксперимента, что невозможно в условиях натурального эксперимента. Недостаток компьютерных моделей в том, что они субъективнее натуральных моделей. Можно заложить в лабораторную модель нереальные связи между функциональными блоками исследуемого устройства или ввести неверные исходные данные, а значит получить ошибочные выводы.

Отметим также, что наряду с высоким обучающим эффектом, применение указанных моделирующих программ позволяет решить одновременно и такие проблемы:

- как экономия материальных и финансовых средств, затрачиваемых на лабораторное оборудование и его обслуживание;
- значительное сокращение времени на предварительную подготовку и проведение лабораторных работ;

- проведение экспериментов, не доступных на обычном лабораторном оборудовании;

– приобретение навыков и приемов автоматизированного проектирования электротехнических устройств;

– возможность включения отдельных фрагментов лабораторного практикума в перечень внеаудиторных занятий.

Совершенствование программных средств направлено на то, чтобы обучаемый стал непосредственным исполнителем компьютерных вычислений при решении учебных задач.

Специализированное программное средство, которым является прикладной программный пакет LabVIEW, предназначено для решения задач сбора, преобразования и обработки измерительной информации. Однако, для выполнения лабораторных работ требуется универсальный базовый стенд, оснащенный персональным компьютером, снабженным операционной системой Windows XP, и специализированный набор аппаратных средств, а также прикладное программное обеспечение [3].

Создание лабораторных работ по учебным дисциплинам: «Энергетическая электроника», «Элементы систем автоматики» и «Микропроцессорное управление электроприводами» для исследования замкнутых систем управления электроприводами с регулируемыми силовыми преобразователями (выпрямители, автономные инверторы напряжения и тока) сопряжено с трудностью изменения в широком диапазоне параметров электронных регуляторов и самой структуры электропривода, а также снятия графиков переходных процессов пуска, торможения и реверса двигателя. Для устранения этих недостатков предлагается модифицированная программа MatLAB/Simulink, разработанная на кафедре автоматизированного электропривода ОГУ.

Таким образом, компьютерная схемотехника – это основа виртуальных лабораторий по электротехническим дисциплинам и в программном обеспечении является разновидностью систем автоматизированного проектирования электронных устройств, в частности, электроприводов постоянного и переменного тока.

При проведении моделирования, как правило, не применяется «сложная математика», а широко используются сервисные возможности самих компьютерных программ. На созданных компьютерных моделях можно изменять в широких пределах как состав и параметры компонентов, так и собственно схемотехнику, отбирая для практического изготовления наилучшие варианты. Это, безусловно, будет продуктивно во всех отношениях: от минимизации временных и финансовых затрат, до развития знаний, умений и навыков, составляющих основу профессионализма.

Как показывает практика, максимальная эффективность обучения достигается при совместном использовании натуральных экспериментов с реальным исследованием электрических и электронных цепей, лабораторных приборов и компьютерных технологий. Если не использовать компьютерные технологии, то только обработка и оформление данных

эксперимента занимают у студента неоправданно много времени, а если использовать только схемотехническое моделирование с применением персонального компьютера, то у студентов зачастую теряется физическая реальность.

### **Литература**

1. Греков Э.Л. Компьютеризированная лаборатория по курсу «Системы управления электроприводами», с. 249-253. Труды всероссийской научно-практической конференции «Энергетика: состояние, проблемы, перспективы» – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – 554 с.

2. Усенков Н.И. Теоретические исследования полупроводниковых выпрямителей с применением программы Electronics Workbench: Методические указания к лабораторному практикуму по курсу «Промышленная электроника»: Электронное издание. – Оренбург, 2005. – 31 с.

3. Усенков Н.И. Электрический привод: Электронное учебное пособие. – Оренбург, 2007 – 16430 кБ, 253 слайда.

# Хорохорин М.П., Бравичев С.Н. Решение системы конечно-разностных уравнений магнитного поля

Оренбургский государственный университет, г.Оренбург

В настоящее время уровень развития ЭВМ позволяет решить алгебраическую систему уравнений вплоть до тысячного порядка. Поэтому для решения задач моделирования электромагнитного поля стало возможным применение прямых методов решения вместо итерационных. Например, метод Гаусса.

В данной работе выносятся на обсуждение процедура решения системы конечно-разностных уравнений магнитного поля. Суть процедуры заключается в преобразовании двумерного массива  $[C(i, j)] \times [A(i, j)] = [I(i, j)]$  в двумерный массив  $[C(k, m)] \times [A(m)] = [I(m)]$  уравнений, описывающих состояние магнитного поля.

На рисунке 1 изображена расчетная область произвольного внутреннего узла  $(i, j)$  сетки.

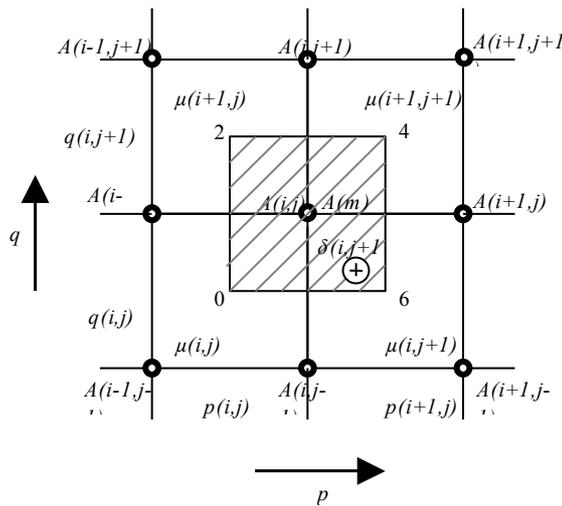


Рисунок 1 – Схема расчетной области произвольного внутреннего узла  $(i, j)$

Здесь:  $C(i, j)$  – коэффициент, характеризующий магнитные свойства и размеры ячеек расчетной области;

$A(i, j)$  – значение векторного потенциала в узлах расчетной области;

$I(i, j)$  – значение тока, охваченного контуром интегрирования 0-2-4-6-0 относительно  $(i, j)$  узла;

$m$  – номер внутреннего узла, соответствующий  $(i, j)$  значениям расчетной области;

$n$  – количество внутренних узлов в одном ряду (по оси  $p$ ).

Формула перехода от ячеек  $(i, j)$  к узлам расчетной области:

$$m = (i-1) - n(j-2).$$

Для произвольного внутреннего узла расчетной области коэффициенты перед искомыми значениями векторного потенциала с учетом перехода имеют вид:

$$C(m) = C_Y(i, j) + C_X(i+1, j) + C_Y(i+1, j+1) + C_X(i, j+1) ;$$

$$C(m-1) = -C_X(i, j+1) ; C(m+1) = -C_X(i+1, j) ;$$

$$C(m-k) = -C_Y(i, j) ; C(m+k) = -C_Y(i+1, j+1) .$$

Уравнение для произвольного внутреннего узла сетки  $m$  имеет вид:

$$C(m)A(m) - C(m-1)A(m-1) - C(m+1)A(m+1) - C(m-k)A(m-k) - C(m+k)A(m+k) = J(m).$$

Применение прямых методов решения, по сравнению с итерационными, позволяет упростить процедуру решения системы конечно-разностных уравнений и повысить достоверность результата, полученного в процессе расчета магнитного поля.