Секция 8

Математика:

интеграция науки и образования

Содержание

Ананьева Е.И. МОДУЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ..... 4
Асланов Р.М., Бессарабова П.А. РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ.....12
Благовисная А.Н. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ СЛОИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ.....18
Болодурина И.П. ИМПУЛЬСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ КРЕДИТНОЙ СТРАТЕГИИ ФИРМЫ.....22
Влацкая И.В., Батанина И.В. КЛАССИФИКАЦИЯ И РАСПОЗНОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЛЕННОСТИ.....30
Влацкая И.В., Зырянов Д.С. МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ПРИ ПРОКТИРОВАНИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ..... 33
Влацкая И.В., Литвинов М.А. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ БУРЕНИЯ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ 37
Гамова Н. А., Томина И. П. ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.....47
Герасименко С.А. О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ СОВРЕМЕННОГО УНИВЕРСИТЕТСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ..... 51
Горелик А.А. ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ.....54
Жумагалиева А.Е., Орлова Л.Г., Карасаева А.И. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» НА СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ИНФОРМАТИКА».....57
Зубова И.К. О КУРСЕ «ИСТОРИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ В ВЫСШУЮ МАТЕМАТИКУ», ЧИТАЮЩЕМСЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА.....62
Калиева О. М. ОРГАНИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ БИЗНЕС-ПЛАНИРОВАНИЯ НА ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ..... 65
Короткова Л.Г. КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ МАТЕМАТИКИ.....73
Косткина О.С. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПОСОБОВ ПРИНЯТИЯ МАРКЕТИНГОВЫХ РЕШЕНИЙ НА ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ..... 77
Крючкова И.В. К ВОПРОСУ ИЗУЧЕНИЯ МАТРИЧНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.....87
Кулиш Н.В. ПОВЫШЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ РЕЙТИНГОВОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ.....90
Лелонд О. В. ОГРАНИЧЕННОСТЬ МУЛЬТИПЛИКАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВАХ ЛОРЕНЦА..... 93
Липилина В.В., Усова Л.Б. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ВООБРАЖЕНИЯ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ – АРХИТЕКТОРОВ..... 99
Липилина В.В., Узенбаев Ф.Г. ОБ ОПЫТЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ В ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ №7 ПО ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО И ВУЗОВСКОГО ФИЗИКО – МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.....105
Малахов Ю.Д. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ..... 109
Матвейкина В. П. ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЯХ.....114
Мозалева Е.М., Локтионова Г.Н. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ ВУЗА: СУЩНОСТЬ И ЕЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ.....117

Мулдагалиев В.С., Жумагалиева А.Е., Орлова Л.Г. ОБ ОЦЕНКАХ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРЕДЕЛЬНОЙ ТЕОРЕМЕ ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕКТОРОВ СО ЗНАЧЕНИЯМИ В ПРОСТРАНСТВЕ 122
Мулдагалиев В.С., Карасаева А.И., Тюрина О.Г. О НЕСТАБИЛЬНОСТИ ТЕОРИИ ЦЕНТРАЛИЗАТОРНО ФАКТОРИЗУЕМОЙ ГРУППЫ..... 130
Невоструев Л.М., Гамова Н.А. НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА..... 133
Невоструев Л.М., Кайкова Т.В. О РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДЛЯ УСКОРЕННОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ..... 138
Отрыванкина Т.М. О ПОДХОДЕ К ОРГАНИЗАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ СО СТУДЕНТАМИ 1-2 КУРСОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН..... 141
Отрыванкина Т. М. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ АВТОМАТОВ..... 145
Петухова Т.П., Налетова Л.А. ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ..... 150
Петухова Т.П., Миронова К.Н. УЧЕБНО-НАУЧНАЯ СРЕДА КАК СРЕДСТВО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ..... 157
Полывьяная А. В. ПОСТРОЕНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ФАКТАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕБРАЗОВАНИЙ..... 165
Руцкова И.Г. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КАФЕДРЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ В СФЕРЕ ДОВУЗОВСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ..... 173
Сикорская Г.А., Локтионова Г.Н., Томина И.П. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ..... 179
Сикорская Г. А. О ЗАДАЧАХ С ПАРАМЕТРОМ..... 182
Сикорская Г. А., Жапалакова Д.У. РОЛЬ ОБЩЕНИЯ И АНАЛОГИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ..... 190
Влацкая И.В., Сормов С.И. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОДСТВА В МАШИНО- И ПРИБОРОСТРОЕНИИ..... 195
Стенюшкина В.А. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ФЕРЗЯХ..... 198
Тарасова Т.А. ПРОМЕЖУТОЧНАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ, КАК ФОРМА КОНТРОЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ..... 202
Татжибаева О.А., Пашкевич М.С. О МЕТОДИКАХ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПРИЕМАМ КОЛЛЕКТИВНОЙ РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ..... 204
Темиргалиев Н.С., Мулдагалиев В.С. О КОНЕЧНЫХ НЕАБЕЛЕВЫХ - ГРУППАХ С ДОПОЛНЯЕМЫМИ НЕАБЕЛЕВЫМИ НОРМАЛЬНЫМИ ДЕЛИТЕЛЯМИ..... 208
Теплякова Г.В. НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ К РЕШЕНИЮ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ..... 214
Тырыгина Г.А. ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ НОРМАЛЬНОСТИ КЛАССИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА РИСКА 217
Тяпухин А. П., Тяпухина О. А. ОПТИМИЗАЦИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ ПО НАПРАВЛЕНИЮ 080507 – МЕНЕДЖМЕНТ..... 220
Шухман А.Е., Шухман Е.В. ЭМПИРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ..... 227
Щербинина Е.Н. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ..... 231

Ананьева Е.И. МОДУЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ

(Оренбургский государственный университет)

Нами выдвинуты ряд тезисов, которые описывают ряд особенностей в организации учебного процесса подготовки будущих инженеров, проблемы с которыми сталкиваются преподаватели. Каждый тезис мы попытались обосновать и дать свою точку зрения по улучшения учебного процесса.

Разный уровень подготовки студентов к изучению естественно-научного цикла, в том числе дискретной математики является реальностью образовательного процесса .

Нас интересует вопрос, как влияет готовность студентов на изучение курса дискретной математики. При этом предлагались различного рода тестирующие задания, направленные на общую подготовку по дисциплинам математика и информатика.

Для изучения дисциплин специализации необходима базовая подготовка, то есть изучение естественно-научного цикла.

Анализ государственного образовательного стандарта подготовки будущих инженеров показал наличие дисциплин естественнонаучного цикла и специализированных дисциплин. Поэтому среди всех дисциплин мы взяли дискретную математику из естественно-научного цикла и показали связь с дисциплинами специализации, специальности 220110- ВМКСС.

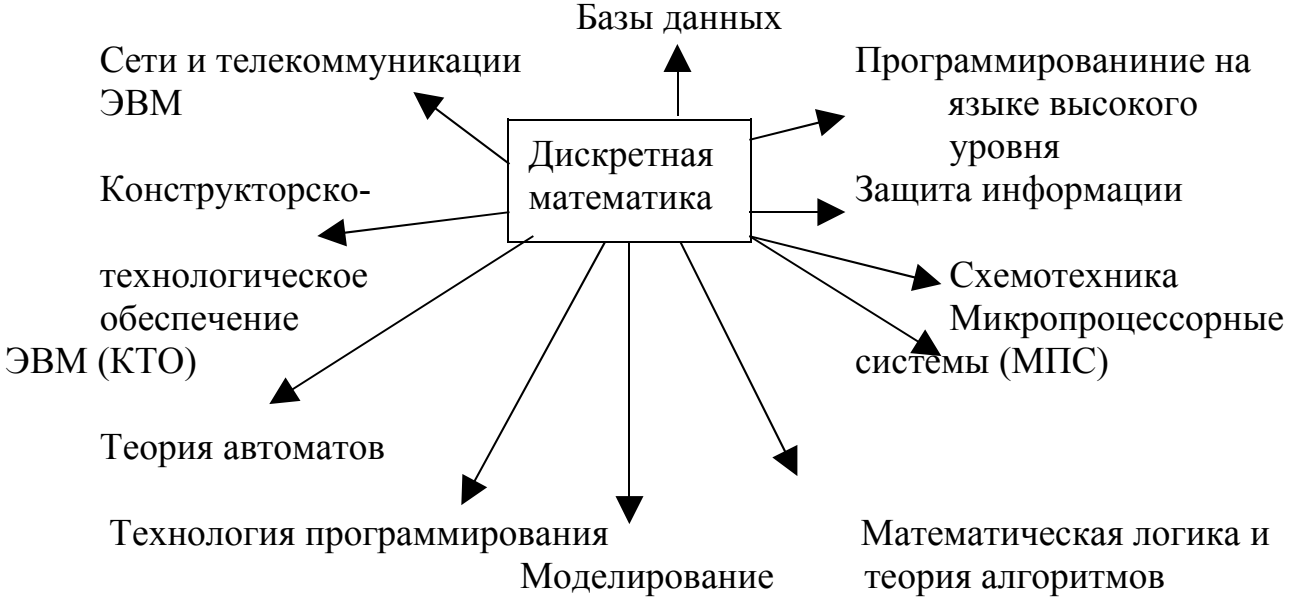


Рисунок 1- Связь дискретной математики с дисциплинами специализации

По орграфу видно, что основой для специальных дисциплин, служит блок из естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин. Специальные и общепрофессиональные дисциплины опираются на знания и умения, получен-

ные при изучении основных дисциплин, таких как программирование, дискретная математика. Таким образом, можно сделать вывод, что теоретической основой являются дисциплины, из которых исходят дуги.

При организации учебного процесса значимую роль играет стремительный научный прогресс.

За последнее время несколько поколений ЭВМ 1,2,3,4,5. Программное обеспечение также подвержено изменениям. Меняются языки программирования. Бейсик, Паскаль, Делфи, различные программные пакеты сменяют одна другую. Поэтому в современных условиях, необходим постоянный пересмотр и обновление содержания подготовки инженеров.

Поэтому часть знаний успевают устареть и студентам необходимо самим восполнять пробы, обновлять знания.

Следовательно, особо нужно отметить, что преподаватели должны обратить внимание на обучение студентов умениям самостоятельной работы, которая позволила им, имея базу, обновлять её.

Лабораторно-практических занятий играют весьма значимую роль в *учебном процессе.*

За период обучения студентам необходимо выполнить достаточное количество лабораторно-практических работ, связанных в основном, с разработкой программного обеспечения. Поэтому загруженность преподавателей ведущих такие занятия высока. Важно отметить преподавателю необходимо использовать творческий подход к постановке заданий для лабораторно-практические занятия и самостоятельную работу студентов. Поставленная задача должна заинтересовать студента, вовлечь его в активную самостоятельную деятельность, повлечь за собой самостоятельный поиск решения данной задачи. Необходимо учитывать и то что задания должны быть связаны с реальным практическим применением в жизни, что помогает студенту мобилизировать усилия при решении поставленной задачи. Задания не связанные и оторванные от реальности не вызывают у студентов интереса при их решении, зачастую студенты их попросту не решают или не доводят до конца.

Сюда же можно отнести и однотипные задания, решения которых, не вызывают интереса.

Чтобы не допустить данного факта, необходимо давать студентам задачи связанные с реальным применением их в жизни, также необходимо проводить взаимосвязь одних заданий с другими, когда результат одного задания используется при решении другого. Студенты с интересами решают подобные задания, стараясь как можно лучше продумать решение и оформить его в отдельный модуль для дальнейшего использования.

Итоговое задание (РГЗ, курсовая работа, курсовой проект) должен содержать в себе элементы будущей профессиональной деятельности, подталкивая студента к самостоятельному изучению нового материала, который совмещает учебу с работой. Нередко студенты сами формулируют задания для исследования, составляют план работы. Они часто замечают недостаточность включения прикладных задач в учебный процесс.

Из беседы со студентами, нами сделаны следующие выводы:

-задание должно быть, как можно лучше приближено к реальной профессиональной деятельности;

- заблаговременная выдача ЛБ и РГЗ;

- возможность давать материал в электронном виде для самостоятельного изучения;

- недостаточность часов на ЛБ и ПЗ

- вариант сдачи заданий по частям.

Принцип осознанной перспективы.

Так как студенты уже со второго курса пытаются работать по специальности, на которой учатся, или видна прямая связь между изучаемым материалом и потребностями его практического применения. Но поскольку не все студенты работают, преподавателю необходимо выявлять связь теории с практикой, показывать перспективы развития данной области.

Внутренняя уровневая дифференциация.

Под внутренней дифференциацией мы понимаем различное обучение слушателей в большой группе обучаемых, подобранной по общим признакам. Например, группы состоят из студентов разной подготовки:

- студенты окончившие общеобразовательную школу;

- студенты окончившие лицеи, гимназии и др.;

- студенты окончившие колледж, НИШ и др.

Во всех трех группах уровень подготовки разный.

Внутренняя дифференциация учитывает как индивидуальные, так и групповые особенности обучаемых: предполагает различные темпы изучения материала, выбор разных видов деятельности, определение характера и степени дозировки помощи со стороны преподавателя. При этом возможно разделение обучаемых на малые мобильные группы внутри одной большой с целью осуществления работы с ними на разных уровнях и разными методами.

Мы считаем сущность внутренней дифференциации состоит в применении форм и методов обучения которые индивидуальными путями, с учетом психолого-педагогических особенностей вели бы обучаемых к одной и той же цели обучения. Невозможно выполнить условия- одинаковой базовой подготовки, поэтому на занятиях используются индивидуальные занятия. В учебном плане заложено достаточный объём часов на индивидуальную и самостоятельную работу студентов под руководством преподавателя. Системы уровневой дифференциации предполагает такую организацию обучения, при которой обучаемые имеют права и возможность усваивать общую программу обучения на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Нижним уровнем обязательных требований является решение РГЗ, а высшее-успешное прохождение теста по данной дисциплине.

Осознание междисциплинарных связей.

В нашем исследовании обучающая программа направлена на изучение дискретной математики. Покажем связь данной дисциплины с дисциплинами специализации.

Модуль 1	Модуль 2	Модуль 3
Теория множеств ▼ Защита информации Базы данных КТО Матлогика и теория алгоритмов	**Булевы функции** ▼ Защита информации Схемотехника МПС Теория автоматов Матлогика и теория алгоритмов Программирование на языке высокого уровня	**Графы** ▼ Моделирование КТО Сети и телекоммуникации ЭВМ Технология программирования

Рисунок 2- Связь модулей с дисциплинами специализаций

В данной дисциплине закладываются базовые знания для изучения последующих дисциплин специализации.

Между выделяемыми дисциплинами существует тестовая взаимосвязь, когда курсы нельзя рассматривать разрозненно один от другого.

Поэтому одно из требований, которое мы учитывали при разработке содержания обучающей программы по дискретной математике, был учёт использования любого предложенного модуля в других дисциплинах.

На наш взгляд, такая организация учебного материала повысит профессиональный интерес студентов, позволит им видеть взаимосвязь данной дисциплины со специальными дисциплинами.

Трудностью для изучения многих дисциплин является, то, что студенту важен не столько процесс изучения нового материала, сколько сфера применения и использования полученных знаний на практике.

Также важным являются и тот факт, что преподаватель очень часть сам выбирает средства решения поставленной задачи, что не даёт выразиться студенту раскрыть свои возможности, проявить самостоятельность.

Следовательно, следующие требования к содержанию обучающей программы становится, то, что обучающая программа должна содержать в себе весь необходимый материал для организации самостоятельной работы студентов по выбору средств реализации и решения итогового задания.

Необходимо особое внимание уделять теоретическим вопросам на лекционных и практических занятиях, а на лабораторных занятиях предоставить возможность студентам решать поставленные задачи выбранными им средствами реализации, развивать активность и самостоятельность студентов.

Контроль знаний студентов осуществляется как с применением электронного пособия, так и без него.

Структура модульной программы строилась нами с учетом выдвинутых нами принципов структурирования, а также на основе предложенных тезисов

описывающих ряд особенностей организации учебного процесса, она составляет комплекс модулей, которые в свою очередь состоят из учебных блоков (элементов).

В связи, с чем содержание обучения и сам процесс обучения строится по отдельным модулям.

Каждый модуль является самостоятельной единицей, и может быть изучен как отдельно от других, так и в комплексе с другими. Блоки же или учебные элементы взаимосвязаны друг с другом и изучение одного блока влечет за собой изучение следующих. Рассмотрим логику построения модулей.

Дискретная математика		
Модуль1 Теория множеств	Модуль2 Булевы функции	Модуль3 Графы
Блок1-Понятие множества	Блок1-Представление логических функций	Блок1-Неориентированные и ориентированные графы
Блок2-Операции над множествами	Блок2-Логические формулы. Булева алгебра.	Блок2-Унарные и бинарные операции над графами
Блок3-Декартово произведение	Блок3-Совершенные нормальные формы	Блок3-Цепи,циклы,связность
Блок4-Алгебра	Блок4-Минимизация совершенных нормальных форм	Блок4-Деревья
Блок5-Суперпозиция функций	Блок5-Замкнутые классы булевых функций	Блок5-Игра двух лиц с открытой информацией
Блок6-Кванторы	Блок6-Критерий полноты системы булевых функций	Блок6-Эйлеровы графы. Цикломатическое число.
Блок7-Соответсвия и отношения		Блок7-Двухполюсные сети. Потоки в сетях.
Блок8-Отношение порядка		Блок8-Кратчайшие пути в сетях
Блок9-Отношение эквивалентности		Блок9-Раскраска графов
Блок10-Комбинаторика		

Рисунок 3 – Логика построения модулей

Учебный материал большого объёма запоминается с трудом, поэтому целесообразно разделение модулей на составляющие элементы. Данные модули и элементы компактно расположены в определенной системе, что облегчает их

восприятие. Также необходимо сказать, что выделение в изучаемом материале смысловых опорных пунктов способствует эффективности его заполнения.

Каждый модуль полностью укомплектован блоками (учебными элементами) в соответствии с государственным стандартом образования. Нами была предложена следующая модульная программа по дискретной математике.

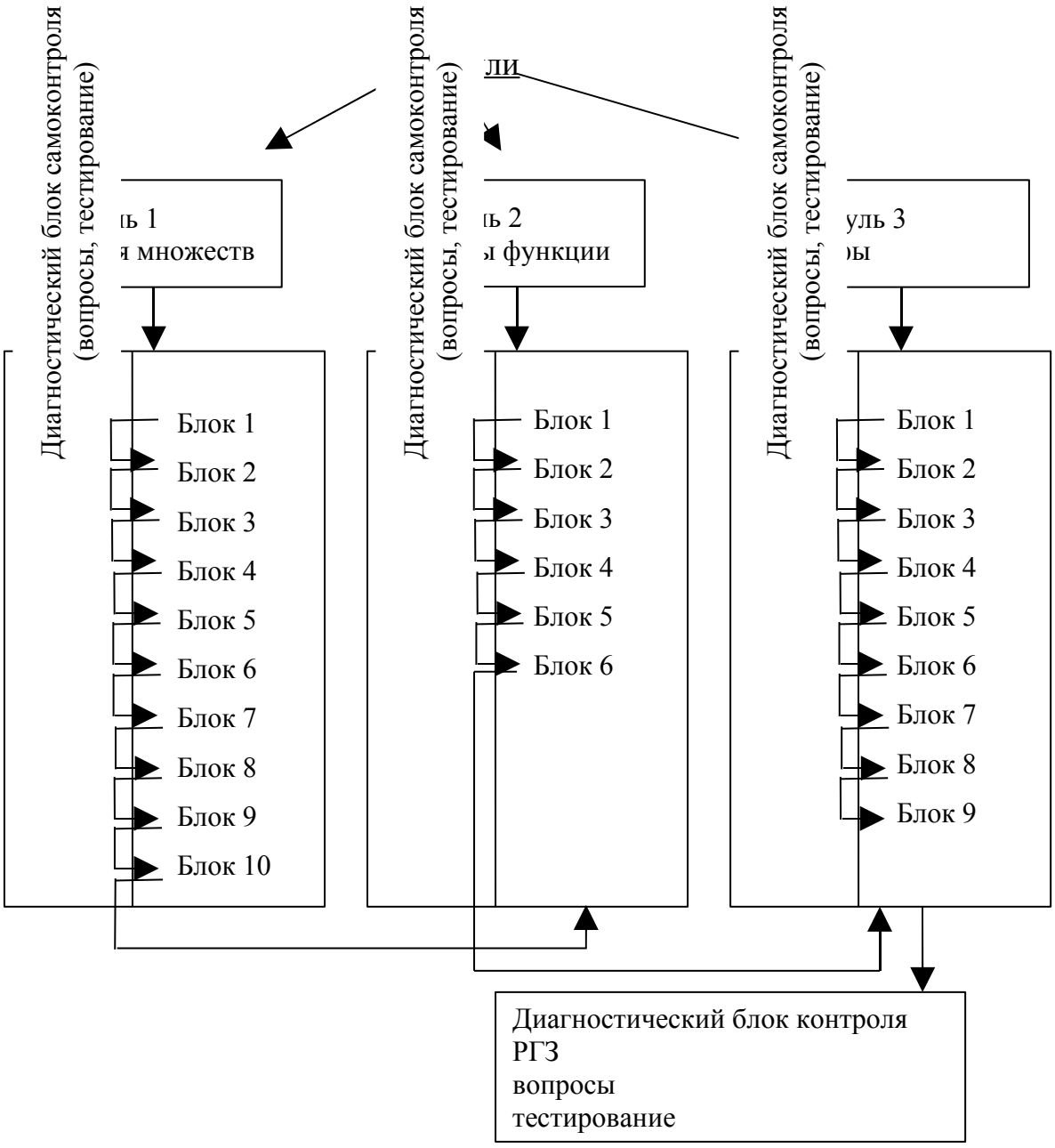


Рисунок 4 – Модульная программа по дискретной математике

В свою очередь каждый блок также является завершенным и содержит всю необходимую информацию для изучения, закрепления и проверки своих знаний.

Блок (учебный элемент)

1. Теоретический материал

2. Практические задания
3. Лабораторные работы
4. Контрольные вопросы для самопроверки
5. Тест для самопроверки

Модуль выступает организующим началом по отношению к блокам (элементам). Комплексная цель модуля пронизывает се элементы курса, мобилизируя их содержание на решение соответствующих модулю учебных задач. Тем самым обеспечивается содержательная взаимосвязь блоков и их логическое структурирование внутри модуля.

Структура модуля представляет собой набор блоков, частные цели для которых студенты с помощью преподавателя ставит перед собой сами. Блоками являются отдельные темы дисциплины соответсвующие принципам структурирования. Такое построение программы обеспечивает высокую гибкость и вариативность содержания.

Цель данного пособия - организовать удобную работу студента по изучению данного курса. Электронное пособие включает в себя следующие возможности:

- предоставить необходимый теоретический материал для изучения;
- организовать различные виды контроля и самоконтроля.

В нашем исследовании возможности электронного пособия использовались следующим образом:

- для организации различных видов тестирования знаний студентов;
- для организации самостоятельного изучения дисциплины;
- как дополнительное средство обучения для студентов.

Основываясь на принципах структурирования курса, нами была разработана следующая структура пособия:

- блоки теоретического материала;
- блоки внутреннего самоконтроля (вопросы, тесты);
- блоки внешнего контроля (тесты, упражнения, лабораторные работы);
- блоки для самостоятельного изучения.

В ходе работы выявилось ряд достоинств модульного учебного пособия:

1) учет межпредметных связей
2) доступность
3) системность
4) наглядность и др.

1. При разработке содержания дисциплины учитывались межпредметные связи, то есть понятия используемые при изучении других дисциплин.

2. В пособии используются решения заданий, упражнения, контрольные вопросы, которые способствовали более глубокому усвоению материала.

3. Учебный материал разбит на модули и блоки, связь между блоками осуществляется посредствам введения гиперссылок.

Основная цель, которая преследовалась при создании электронного пособия- указать на связь данной дисциплины с дисциплинами специализации, что в свою очередь повысило интерес студентов к изучению курса.

4. Материал размещенный в пособии содержит большое количество примеров, рисунков, схем. При оформлении пособия, особое внимание уделялось цветовой гамме, размерам шрифтов, их стилю, единообразию материала.

Главной особенностью организационно-педагогической модели модульного обучения возможность ее выхода на банк, учебных элементов, который создается, пополняется и обновляется в процессе модульного обучения, что обеспечивает модели открытость и развитие. Другой отличительной особенностью разработанной нами модели модульного обучения является ее личностная ориентация. На всех этапах модульного обучения учитываются индивидуальные цели, возможности, потребности и способности обучающихся.

В процессе обучения возможна реализация различных методов обучения, таких как : обучение в группах, индивидуальное обучение, активные методы обучения, самоанализ, моделирование, разработка проектов и другие.

В заключение отметим, что предложенная модульная программа обладает рядом выше перечисленными достоинствами, удобна в применении как преподавателями так и студентами. Студенты учатся целеполаганию, планированию, организации, контролю и оценке своей деятельности, умению определять уровень своих знаний. Преподаватель управляет познавательной деятельностью студентов через модули и непосредственно, но более целенаправленно, индивидуально. Такое построение процесса учения - преподавания в большей мере способствует развитию познавательной самостоятельности студентов в процессе поисковой деятельности, мобильности и гибкости действий студентов по достижению поставленных целей. Вместе с тем следует отметить, что модульное обучение предполагает самостоятельную работу более высокого уровня.

Асланов Р.М., Бессарабова П.А. РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

(Московский педагогический государственный университет)

В развитии различных областей человеческой деятельности математика оказывала и оказывает существенное влияние. Ее роль складывалась исторически и зависела от степени развития математических понятий и математического аппарата, а также степени зрелости знания об изучаемом объекте.

Математические понятия в процессе своего возникновения вбирают в себя существенные свойства предметов и явлений и их отношений в виде существующих математических законов и структур. В результате свойства конкретных предметов и явлений концентрированно отражаются в точных математических понятиях и структурах.

Дальнейшее развитие математических понятий и теорий происходит на базе уже существующих математических объектов. Этот процесс характеризуется многократным абстрагированием, идеализацией и обобщением. Математические объекты и теории не только обретают абстрактность, но и универсальную всеобщность и широкую применимость. В процессе применения математики осуществляется восхождение от абстрактного к конкретному. Математические структуры успешно применяются для анализа окружающего мира, так как первые являются идеально-абстрактной, обобщенной и логически более совершенной картиной второго. Возникновение новых математических структур и нового математического аппарата сопровождается проникновением нашего сознания в более глубокие структурные уровни окружающего мира.

Математический анализ является базовым предметом в системе математических дисциплин. Именно с изучения основ математического анализа начинается изучение математики на математических факультетах университетов и педагогических вузов, технических и других естественно-научных факультетах высших и средних специальных учебных заведений Российской Федерации.

Фундаментом математического анализа является открытое великими математиками – Ньютоном и Лейбницем и обоснованное Ферма, Лагранжем, Эйлером, Коши, Вейерштрассом – исчисление бесконечно малых – дифференциальное и интегральное исчисление. В некоторых классических курсах математического анализа, как например, в курсе Фихтенгольца Г.М., применяется в качестве синонима термин “Курс дифференциального и интегрального исчисления”.

Ньютон первый сформулировал задачу дифференциального исчисления и обратную задачу – интегрального исчисления. Он нашел производные многих элементарных функций. Для дифференцирования функций с радикалами Ньютон широко применял замену переменных, а для неалгебраических функций – разложение в бесконечные ряды. Все эти открытия Ньютон сделал для решения главной задачи – создания начал натуральной философии - новой физики.

Лейбниц создал дифференциальное и интегральное исчисления независимо от Ньютона. Он ввел символику для обозначения производных и дифференциалов, принятую в настоящее время. Ему принадлежат термины функции, дифференциального уравнения, дифференцирования, интегрирования. Лейбниц установил связь интеграла и производной, дал геометрическую интерпретацию производной и интеграла, получил производные и интегралы многочисленных функций, а также разложения в ряд.

Обоснование математического анализа получило в работах Ферма, Лагранжа, Коши, Вейерштрасса и увековечило их имена в названиях теорем о локальном минимуме, промежуточном значении, конечном приращении, необходимом условии экстремума функции и многих других.

Курс математического анализа является фундаментальным для студентов I-II курсов высших педагогических учебных заведений, обучающихся по специальности 032100 – математика.

Согласно Государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования, на изучение курса ”Математический анализ” отводится 684 часа. В качестве одного из вариантов распределения учебной работы в [1] предложен следующий: аудиторные занятия – 396 часов (в т.ч. лекции – 198 часов, практические занятия (семинары) – 132 часа, лабораторные работы – 66 часов); самостоятельная работа – 288 часов. В той же пояснительной записке к программе по курсу математического анализа приводятся темы, рекомендованные для самостоятельного изучения студентами: темы, связанные с применением дифференциала в приближенных вычислениях, нахождение наибольших и наименьших значений функций, а также вопросы, относящиеся к различным физическим приложениям определенного, криволинейного и кратных интегралов.

Таким образом, в процессе изучения дисциплины происходит формирование представлений о понятиях и методах математического анализа, его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках. Помимо самостоятельного значения этого курса, он является основой для изучения таких математических дисциплин как “Теория функций действительного переменного”, “Теория функций комплексного переменного”, “Дифференциальные уравнения”. Понятия и методы математического анализа встречаются также и в геометрии, теории вероятностей и математической статистике, физике и других.

Помимо самостоятельной важности и межпредметных связей с другими дисциплинами, курс математического анализа является необходимым для будущих преподавателей математики средней школы. “Математический анализ” позволяет дать научное обоснование школьного курса “Алгебра и начала анализа”.

Важное прикладное значение математического анализа проявилось в его применении как основы бурно развивающегося метода исследования, анализа, проектирования сложных технических, экономических, биологических систем – метода математического моделирования. Под математическим моделированием, в узком смысле слова, понимают описание в виде уравнений и неравенств

реальных физических, химических, технологических, биологических, экономических и других процессов. Наиболее широкое распространение получило применение обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, функциональных уравнений.

Сравнительно недавно создана математическая теория мягких математических моделей, более соответствующих реалистическим процессам в экономических, экологических, социологических исследованиях.

Как методология научных исследований математическое моделирование сочетает в себе опыт различных отраслей науки о природе и обществе, прикладной математики, информатики и системного программирования для решения фундаментальных проблем. Математическое моделирование объектов сложной природы – единый сквозной цикл разработок от фундаментального исследования проблемы до конкретных численных расчетов показателей эффективности объекта. Результатом разработок бывает система математических моделей, которые описывают качественно разнородные закономерности функционирования объекта и его эволюцию в целом как сложной системы в различных условиях. Вычислительные эксперименты с математическими моделями дают исходные данные для оценки показателей эффективности объекта. Поэтому математическое моделирование как методология организации научной экспертизы крупных проблем незаменимо при проработке народнохозяйственных решений.

По своей сути математическое моделирование есть метод решения новых сложных проблем.

Более точное математическое описание процессов и явлений, вызванное потребностями современной науки, приводит к появлению сложных систем интегральных, дифференциальных, интегральных, трансцендентных, функциональных уравнений и неравенств, которые не удается решить аналитическими методами в явном виде. Для решения таких задач приходится прибегать к вычислительным алгоритмам, использовать какие-либо бесконечные итеративные процессы, сходящиеся к конечному результату. Приближенное решение задачи получается при выполнении определенного числа шагов с применением вычислительной техники.

Развитие информационных технологий стимулировало более интенсивное развитие вычислительных методов, создало предпосылки решения сложных задач науки, техники, экономики методами прикладной математики. В настоящее время прикладная математика и информационные технологии являются одним из определяющих факторов научно-технического прогресса. Они способствуют ускорению развития ведущих отраслей народного хозяйства, открывают принципиально новые возможности моделирования и проектирования сложных систем с выбором оптимальных параметров технологических процессов.

Развитие же прикладной математики, решение ее новых задач, создание новых направлений основано на корректной математически строгой платформе математического анализа.

Широкое применение математических методов в различных областях знаний приводит к возрастанию роли математической культуры, основы которой закладываются в школе. Это обстоятельство, в свою очередь, обуславливает

еще большую роль математической культуры учителей математики. Под математической культурой понимается определенный уровень математического и профессионально – педагогического образования и воспитания, развития творческих сил и способностей. Именно освоенный курс математического анализа может быть фундаментом математической культуры, что обусловлено емкостью, спектром и широтой решенных задач, эталонной строгостью подходов, точностью, корректностью, непротиворечивостью определений, обилием идей, лежащих в основе решенных задач, многочисленностью законченных теорий. Изучение тем “непрерывность функций”, “исследование функций ” прививает графическую культуру, которая является элементом математической культуры. Дисциплина “математический анализ” помогает выработать привычку грамотного решения вычислительных задач оптимальными методами и их аккуратного оформления – вычислительная культура.

Значимость математического анализа в формировании математической культуры проявляется еще и в том, что термин “Курс математического анализа” имеет в настоящее время скорее общекультурный, чем научный смысл, а научный смысл имеют многочисленные конкретные его разделы. Многие разделы математического анализа – законченные теории – могут служить примером, образцом для построения новых математических теорий, знание которых и является частью математической культуры.

Особая значимость математического анализа для развития математической культуры в средней школе состоит в самодостаточности, элементарности ряда законченных теорий, для построения которых применяются только основы математического анализа без применения специальных узких областей математики, на освоение которых требуется длительное время, определенная последовательность изучения курсов, то есть, многомесячная или даже многолетняя специализация.

Одним из таких примеров является раздел “Функциональные уравнения”. С одной стороны, изучение функциональных уравнений требует только знаний основных понятий математического анализа, и поэтому они представляют интерес для большинства учащихся математических классов и студентов математических факультетов, но с другой стороны решение отдельных функциональных уравнений требует понимания основных вопросов анализа и умелого их применения. Последнее обстоятельство делает изучение функциональных уравнений ценным еще и потому, что позволяет дать возможность способным учащимся испытать свои силы в самостоятельной работе, что особенно важно в развитии математической культуры.

Таким образом, математический анализ представляет собой фундамент математического образования в высшей школе и является вводным курсом для таких дисциплин дальнейшего математического образования, как теория функций действительной и комплексной переменной, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия, теория вероятностей и математическая статистика. Математический анализ представляет собой основу изучения прикладных методов математики, таких как математическое моделирование, численные методы решения уравнений, оптимизации. Кроме

того, математический анализ представляет собой основу межпредметных связей, прежде всего физики, теоретической механики, информатики, экономики.

Литература:

1. Асланов Р.М., Колягин С.Ю., Топунов М.В. Программа курса “Математический анализ” под редакцией Матросова В.Л. – М.: МПГУ, 2005. – 38 с.

2. Модернизация школьного математического образования и проблемы подготовки учителя математики: Труды XXI Всероссийской семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов / Под ред. В.В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И.Герцена, 2002. – 220с.

3. Проблемы стандарта подготовки учителей математики в педагогических вузах. Тезисы докладов XIV Всероссийского семинара преподавателей математики педвузов / Под редакцией А.Г.Мордковича - Орск, октябрь 1995 г.

4. О роли курса математического анализа в формировании математической культуры будущих учителей математики. П.А.Бессарабова Научные труды МПГУ. Серия Естественные науки. М., 2005 г.

5. Об особенностях преподавания математического анализа в ВУЗах. В.Н.Чубариков, Г.И.Архипов. Современные проблемы преподавания математики и информатики : Материалы международной научной конференции, посвященной 100-летию академика С.М.Никольского / М.: Изд-во ЦПИ МГУ, 2005. – 178с.

Благовисная А.Н. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ СЛОИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

(Оренбургский государственный университет)

При моделировании рассмотрена слоистая структура, приведенная на рисунке 1. Предполагалось, что каждый слой имеет ширину d=0,1 м, расхождения между слоями представляли собой более малые величины по сравнению с шириной слоя. Для исследования процесса раскрытия трещины к берегу трещины прикладывалось давление. В процессе раскрытия необходимо было учесть факторы, влияющие на рост неустойчивой микротрещины. Предполагалось, что одним из факторов является наличие остаточных напряжений в материале. Целью работы было определение коэффициента интенсивности напряжения первого рода с учетом слоистости материала по направлению движения трещины.

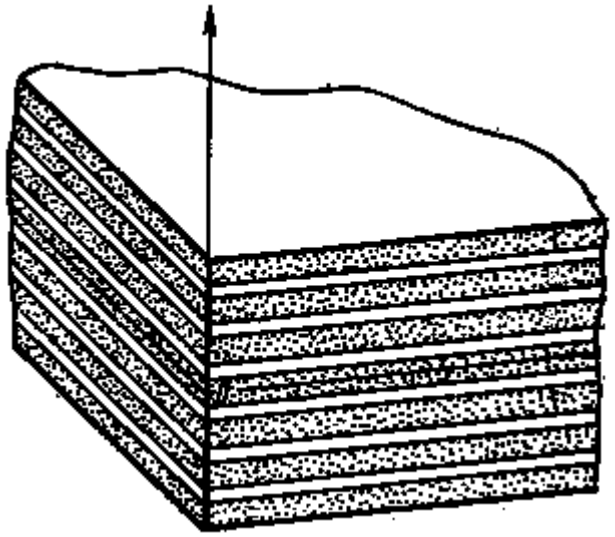


Рисунок 1

Для данного исследования была разработана модель плоской деформации, включающая следующие основные положения:

- тело – бесконечно упругое;
- трещины представлены в виде математического разреза;
- материал слоя однороден и изотропен;
- ширина каждого слоя имеет один и тот же размер (d);
- количество рассматриваемых слоев – семь.

Физические константы модели определяются: $E = 30$ Па – модуль Юнга, $\nu = 0{,}1$ - коэффициент Пуассона.

Рассмотрены следующие краевые условия, соответствующие рисунку 2:

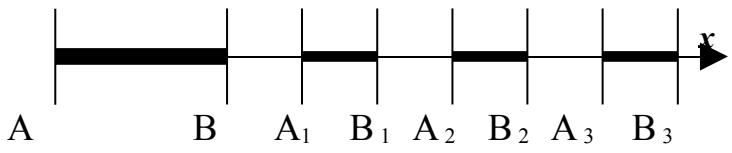


Рисунок 2

$AB = 2A_iB_i$ $(i = 1,2,3)$, где AB – трещина структуры, A_iB_i $(i = 1,2,3)$ - микротрещины.

1. $AB: \sigma_{yy} = -p,: \sigma_{yy} = 0$ $(i = 1,2,3)$
2. $AB: \sigma_{yy} = -p$, $A_iB_i: \sigma_{yy} = 0$ $(i = 1,2)$, $A_3B_3: \sigma_{yy} = -p/2$
3. $AB: \sigma_{yy} = -p$, $A_1B_1: \sigma_{yy} = 0$, $A_iB_i: \sigma_{yy} = -p/2$, $(i = 2,3)$
4. $AB: \sigma_{yy} = -p$, $A_2B_2: \sigma_{yy} = 0$, $A_iB_i: \sigma_{yy} = -p/2$, $(i = 1,3)$
5. $AB: \sigma_{yy} = -p$, $A_iB_i: \sigma_{yy} = 0$ $(i = 1,2)$, $A_3B_3: \sigma_{yy}(z) = -p + kz, k - const$
6. $AB: \sigma_{yy} = -p$, $A_1B_1: \sigma_{yy} = 0$, $A_iB_i: \sigma_{yy}(z) = -p + kz, k - const, (i = 2,3)$
7. $AB: \sigma_{yy} = -p$, $A_2B_2: \sigma_{yy} = 0$, $A_iB_i: \sigma_{yy}(z) = -p + kz, k - const, (i = 1,3)$

Напряжения в материале в окрестности трещины и величины раскрытия трещин были вычислены методом разрывных смещений. Граничные интегральные уравнения метода разрывных смещений имеют вид [1]:

$$\sigma_s^i = \sum_{j=1}^{N} A_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^{N} A_{sn}^{ij} D_n^j,\ \sigma_n^i = \sum_{j=1}^{N} A_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^{N} A_{nn}^{ij} D_n^j,\ (i = 1,...N),$$

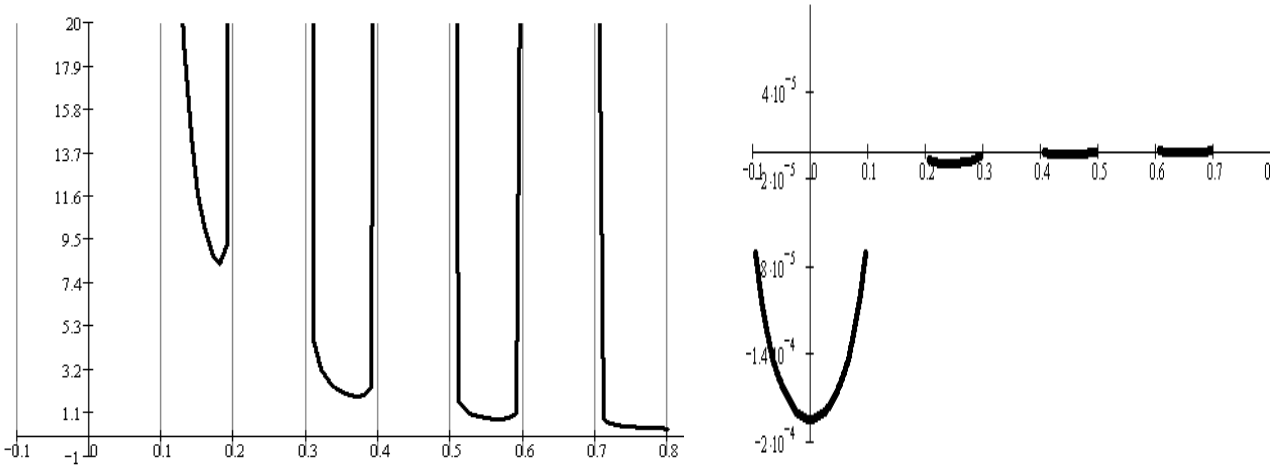
где D_n^j, D_s^j - компоненты разрывов смещений j-го отрезка трещины в нормальном и касательном направлениях соответственно;

$A_{ss}^{ij}, A_{sn}^{ij}, A_{ns}^{ij}, A_{nn}^{ij}$ - граничные коэффициенты, сформулированные на основе фундаментальных решений;

σ_s^i, σ_n^i - касательные и нормальные напряжения, заданные на каждом элементе трещины соответственно.

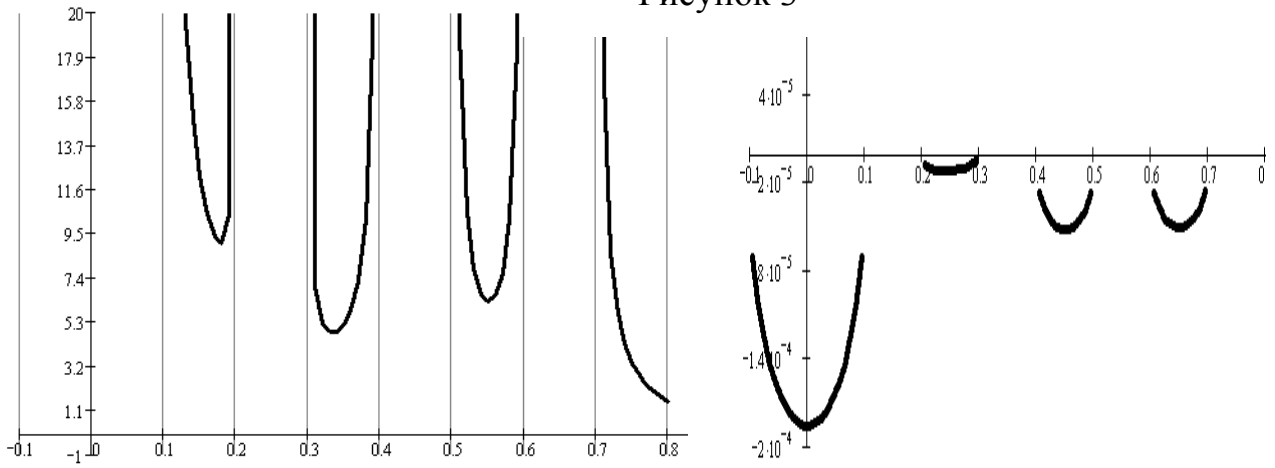
Результаты моделирования для краевых условий 1,3 и 6 отражены на рисунках 3-5.

На рисунках 3а-5а приведены зависимости, которые показывают распределение напряжения в окрестности трещины в зависимости от расстояния растущей трещины, а рисунки 3б-5б показывают величину раскрытия микротрещин.



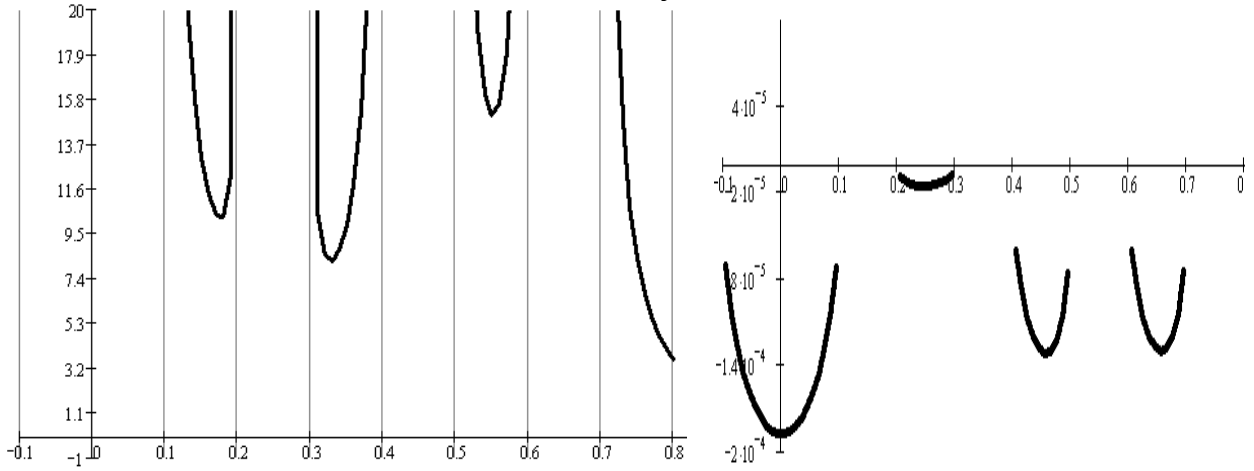
а) б)

Рисунок 3



а) б)

Рисунок 4



а) б)

Рисунок 5

В результате исследования было установлено: графическая зависимость характера распределения концентрации напряжения не меняется в зависимости от величины трещины; раскрытие трещин осуществляется в основном в центре слоя и зависит от наличия остаточных напряжений в рассматриваемой структуре – чем больше напряжение, тем больше раскрытие микротрещины; при равномерном распределении напряжений в микротрещинах наибольшее раскрытие трещины происходит в направлении трещины, присутствующей в материале (рисунок 4); при неравномерной нагрузке, действующей на микротрещину, сопоставимой с заданной нагрузкой на трещину в материале, раскрытие микротрещин происходит в направлении роста напряжений (рисунок 5).

Оценка влияния структуры на коэффициент интенсивности напряжений первого рода с точностью $\varepsilon = 10^{-7}$ приведена в таблице 1, где k – расчетный коэффициент интенсивности напряжения первого рода, A – отношение расчетного КИН к теоретическому КИН.

Таким образом, коэффициент интенсивности напряжений первого рода в окрестности трещины изменяется не только в зависимости от наличия остаточных напряжений в слоях материала, но и в зависимости от характера нагрузки на микротрещины в материале. Неравномерная нагрузка на микротрещины приводит к увеличению КИН в окрестности трещины.

Таблица 1

Граничные условия	k	A
1	16,8149736	1
2	16,8537569	1,0023065
3	16,9410162	1,0074959
4	17,0973144	1,016791
5	16,9150868	1,0059538
6	17,1405375	1,0193615
7	17,6009431	1,0467422

Разработанная модель слоистого материала позволяет оценить КИН первого рода для нарушенных дискретных структур.

Список использованной литературы:

1. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987. – 328с.

2. Герике Б.Л., Полкунов Ю.Г., Герике П.Б., Математические модели циклического разрушения крепких горных пород дисковым инструментом. – Кемерово: Кузбассвузиздат, 2001. – 171с.

3. Болотин В.В, Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.

4. Морозов Е.М. Введение в механику развития трещин. – М.: МИФИ. – 1977. – 91с.

Болодурина И.П. ИМПУЛЬСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ КРЕДИТНОЙ СТРАТЕГИИ ФИРМЫ

(Оренбургский государственный университет)

При моделировании процессов, управление которыми осуществляется в течение столь кратковременных промежутков, что их можно идеализировать как мгновенные, результаты воздействия приводят к быстрому изменению процесса – скачкам фазовой траектории моделируемой системы. Важными примерами таких ситуаций в экономике являются процессы мгновенного перераспределения финансовых активов, агрессивная реклама, эмиссия денег и галопирующая инфляция со скачкообразным изменением ценовых уровней и другие. Формализация таких процессов не возможна без перехода к управлениям импульсного типа и динамическим системам с разрывными траекториями.

Рассмотрим применение необходимых условий оптимальности импульсных процессов [1] к решению прикладных задач, в частности для определения оптимальной кредитной стратегии фирмы.

Пусть текущий доход фирмы зависит от размера капитала (K) и описывается вогнутой возрастающей функцией $R(K)$. Этот доход идет на инвестиции, амортизацию капитала с постоянной нормой b% и отчисления остатка прибыли на депозит (в фонд развития, материального поощрения и т.д.). Кроме того, фирма имеет возможность брать банковский кредит по ставке r%, регулируя тем самым имеющийся объем капитальных ресурсов. Кредитная задолженность фирмы (B) не может превышать a% текущего объема капитала. Цель развития фирмы состоит в максимизации суммарной дисконтированной суммы на депозите за период $[0,T]$. Она достигается путем распределения части дохода на депозитный счет $(u(t))$ и погашение кредита $(v(t))$.

Формализация этой задачи оптимального управления такова

$$
\begin{aligned}
&J = \int_0^T e^{-rt} \cdot u(t)dt \to \sup,\\
&\dot{K} = R(K) - bK - u + v - rB,\ K(0) = K_0,\\
&\dot{B} = v,\quad B(0) = B_0,\\
&0 \le B(t) \le aK(t),\\
&u(t) \ge 0,\ v(t) \in (-\infty;+\infty)
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

В частном варианте можно принять $R(K) = A \cdot K^{\alpha}$.

Особенностью задачи является наличие полуограниченного и неограниченного управлений, которые входят в уравнение линейно, а также необходимость учета фазовых ограничений (из них следует, что $K(t) \ge 0$). Можно ожидать, что оптимальное управление будет иметь импульсный характер, и необходимо применять специальные методы.

1) Так как управление v неограниченно, то его можно исключить путем преобразования к производной задачи. Это достигается введением новой фазовой переменной

$$y = K - B \tag{2}$$

Дифференциальное уравнение для y:

$$\dot{y} = \dot{K} - \dot{B} = R(y + B) - b(y + B) - u - rB,$$

причем B становится управлением и $B \geq 0$.

В силу фазовых ограничений $y(t) \geq 0$ и $y(t) = 0$ имеем $K(t) = B(t) = 0$, поскольку $0 < a < 1$. Поэтому фазовое ограничение эквивалентно смешанному ограничению (в новых переменных):

$$0 \leq B \leq a(y + B),$$

то есть

$$0 \leq B \leq \frac{a}{1-a} y.$$

От него можно избавится стандартным приемом: положим

$$B = \omega \cdot \alpha y, \tag{3}$$

где $\alpha = \frac{a}{1-a}$ - параметр, а $\omega(t) \in [0,1]$ - новое управление. Учитывая, что $K = y + B = (1 + \alpha\omega) y$, получаем следующую производную задачу:

$$\begin{aligned} &J = \int_0^T e^{-rt} u(t) dt \to \max_{u,\omega}, \\ &\dot{y} = R((1 + \alpha\omega) y) - [b(1 + \alpha\omega) + \alpha r\omega] y - u, \\ &y(0) = y_0 = K_0 - B_0, \\ &y(t) \geq 0, \ u(t) \geq 0, \quad 0 \leq \omega(t) \leq 1. \end{aligned} \tag{4}$$

Будем предполагать, что функция $R(K)$ удовлетворяет следующим условиям:

$R'(K) > 0, \quad R''(K) < 0, \quad R(0) = 0,$

$R'(0+) > b + \tau$ (например, $R'(0+) = +\infty$)

Кроме того, доопределим функцию $R(K)$ нечетным образом на значения $K<0$.

Легко проверить, что в этих предположениях фазовое ограничение $y \geq 0$ эквивалентно более простому терминальному

$$y(T) \geq 0. \tag{5}$$

Применим к преобразованной задаче принцип максимума.

2) Функция Понтрягина для этой задачи

$$H = e^{-rt} \cdot u + \psi\{R((1+\alpha\omega)y) - [b(1+\alpha\omega) + \alpha r\omega]y - u\};$$

сопряженное уравнение

$$\dot{\psi} = -\psi\{(1+\alpha\omega) \cdot R'((1+\alpha\omega)y) - [b(1+\alpha\omega) + \alpha r\omega]\}. \tag{6}$$

$$\psi(T) \geq 0, \quad \psi(T) \cdot y(T) = 0.$$

Экстремальные условия для управлений u,ω

$$H_u = e^{-rt} - \psi(t) = \begin{cases} \leq 0, \ \forall\, t, \\ = 0 \text{ на } S(u), \end{cases} \tag{7}$$

$$H_\omega = \alpha\psi y[R'((1+\alpha\omega)y) - b - r] = \begin{cases} < 0, & \omega = 0 \\ = 0, & \omega \in (0,1), \\ > 0, & \omega = 1, \end{cases} \tag{8}$$

где $S(u)$ – объединение всех интервалов времени, на которых обычная составляющая оптимального управления $u^*(t) \neq 0$ и моментов приложения импульсов θ_i из промежутка $[0,T]$.

Из условия (7) следует, что $\psi(t) > 0 \ \forall\, t$. Кроме того, $y(T) = 0$ в силу условия дополняющей нежесткости в (6), так что в конечный момент времени банковский долг оказывается погашенным, а капитальные ресурсы полностью «перекачиваются» в депозит (фирма ликвидируется).

3) Рассмотрим функцию $P(K) = R(K) - (b+r)K$ (равную доходу за минусом приведенной амортизации). Функция P(K) строго вогнута и имеет максимум в точке $\overline{K} > 0$ такой, что

$$P'(\overline{K}) = 0, \text{ т.е. } R'(\overline{K}) = b + r. \tag{9}$$

При этом

$$P'(K) \begin{cases} > 0, & 0 \leq K < \overline{K} \\ < 0, & K > \overline{K}. \end{cases}$$

Возвращаясь к экстремальному условию (8), представим свойства функции P через переменные *y, ω*: при всех *t*, для которых $y(t) > 0$ (т.е. за исключением, возможно, некоторого интервала, примыкающего к *T*), имеем

$$P'\big((1+\alpha\omega)y\big)\begin{cases} > 0, & (1+\alpha\omega)y < \overline{K}, \\ = 0, & (1+\alpha\omega)y = \overline{K}, \\ < 0, & (1+\alpha\omega)y > \overline{K}. \end{cases} \qquad (10)$$

Поскольку знаки P' и H'_ω совпадают, то получаем правило выбора управления ω:

$$\overline{\omega} = \begin{cases} 1, & y < \dfrac{\overline{K}}{1+\alpha} \\ \overline{\omega}(y), & \dfrac{\overline{K}}{1+\alpha} \le y \le \overline{K}, \\ 0, & y > \overline{K}, \end{cases}$$

где $\overline{\omega}(y)$ находится из уравнения $(1+\alpha\overline{\omega})y = \overline{K}$, т.е.

$$\overline{\omega}(y) = \frac{\overline{K} - y}{\alpha y} \in [0,1].$$

4) Промежуточный выбор $\omega = \overline{\omega}(y)$ соответствует магистральному уровню капитала $\overline{K}$ и представляет особый интерес, т.к. в данном случае этот уровень может поддерживаться изменяющимися во времени управлениями.

Из (9) и (10) следует, что при $\overline{\omega}(y)$ $H'_\omega = 0$. При этом непрерывная составляющая импульсного уравнения $u(\cdot)$ отлична от нуля только на магистрали $K = \overline{K}$. Действительно, если $u(t) > 0$ на некотором интервале Δ, то $H'_u = 0$ на Δ и, следовательно, на Δ $\dot{H}'_u = 0$. Дифференцирование по t приводит к равенству $P'(K) = 0$, что соответствует магистрали в силу (9). Однако пока неясно, чему равно управление *u* на всей магистрали (при $K = \overline{K}$ и $\omega = \overline{\omega}(y)$).

Легко убедиться, что повторное дифференцирование функции переключения по времени, т.е. равенство $\ddot{H}'_u = 0|_\Delta$, не приводит к появлению *u*-компоненты управления. Это свидетельствует о высоком порядке особенности экстремалей по этому уравнению и объясняется, по видимому, их неединственностью. Действительно, используя уравнение (4), можно преобразовать функционал *Y* к виду

$$Y = -e^{-rt}y(t)\Big|_0^T + \int_0^T e^{-rt}\cdot P\big((1+\alpha\omega)y\big)dt.$$

Из этого представления видно, что любой выбор $u, \overline{\omega}, y$, который обеспечивает уровень капитала $\overline{K}$ (т.е. максимум интегранта), будет оптимальным

вдоль магистрали. При этом выполнение условия $y(T) = 0$ достигается импульсом управления в момент T – мгновенным переводом капитала $\overline{K}$ на депозит.

5) Теперь структура оптимального решения преобразованной задачи ясна. Пусть для определенности

$$y_0 = K_0 - B_0 < \frac{\overline{K}}{1+\alpha} \tag{11}$$

Тогда на начальном промежутке времени $\omega = 1, u = 0$ и $y(t)$ изменяется в соответствии с уравнением:

$$\dot{y} = R\big((1+\alpha)y\big) - \big[b + \alpha(b+r)\big]y, \quad y(0) = y_0,$$

причем $\dot{y} > 0$ при $y < \frac{\overline{K}}{1+\alpha}$ в силу свойств функции $R(K)$. Возрастая, $y(t)$ достигает значения $\frac{\overline{K}}{1+\alpha}$ в некоторый момент τ_0. В этот момент управление ω=1 сменится (без скачка) на $\overline{\omega}(y)$. Развитие с этим управлением продолжается до момента τ_1, в который $y(t)$ окажется равным $\overline{K}$ $\big(y(\tau_1) = \overline{K}\big)$. В момент τ_1 ω «переключается» на ω=0, и одновременно «включается» управление $u = P(\overline{K}) > 0$. Оно удерживает траекторию на магистрали вплоть до конечного момента T, в который капитал мгновенно «спускается» на депозит.

6) Остается восстановить оптимальное решение исходной задачи в предположении (11).

Имеем

$$u^* = P(\overline{K}) \cdot \chi_{[\tau_1, T]} + \overline{K}\delta(t - T)$$

($\chi_A(t)$ - характеристическая функция множества A), так что оптимальное значение критерия

$$J^* = P(\overline{K}) \cdot \frac{e^{-r\tau_1} - e^{-rT}}{r} + \overline{K}e^{-rT}.$$

Далее, по оптимальной траектории $y^*(t)$ находим $B^*(t)$ согласно равенству (3):

$$B^*(t) = \begin{cases} B_0, & t = 0 \\ \alpha y^*(t), & 0 < t \le \tau_0 \\ \alpha\,\overline{\omega}\big(y^*(t)\big)y^*(t), & \tau_0 \le t < \tau_1, \\ 0, & \tau_1 \le t \le T. \end{cases}$$

Скачок $B(0+) - B(0) = aK_0 - B_0 > 0$, если в начальный момент кредитные возможности не использовались полностью. Это позволяет найти импульсное управление v:

$v^* = \dot{B}^*(t) + (aK_0 - B_0)\delta(t)$.

Заметим, что фирма гасит долг к промежуточному моменту τ_1 достижения магистрального уровня капитала. Далее, (см.(2))

$K^*(t) = y^*(t) + B^*(t)$ **со скачками**

$K(0+) - K_0 = aK_0 - B_0, \quad K^*(T) - K(T-0) = -\overline{K}.$

Обобщенное решение задачи в наиболее типичном случае полностью описано. В случае начальных данных, удовлетворяющих условию (11), оно содержит терминальные импульсы и 3 интервала управления различных типов, последний из которых является магистральным.

На рисунках приведены графики изменения кредитной задолженности фирмы *B(t),* распределения доходов на депозитный счет *u(t)* и динамика капитала *K(t)* при условии, что рассматривается период времени *[0, 1],* выполнено начальное условие $K_0 - B_0 < \dfrac{\overline{K}}{1+\alpha}$.

Если в начальный момент времени кредитные возможности фирмы не использовались полностью, это соответствует скачку в графике кредита в момент времени t=0. Увеличение кредитной задолженности происходит до момента τ_0, начиная с которых фирма начинает выплачивать кредит банку. Заметим, что фирма гасит долг к промежуточному моменту τ_1 достижения магистрального уровня капитала.

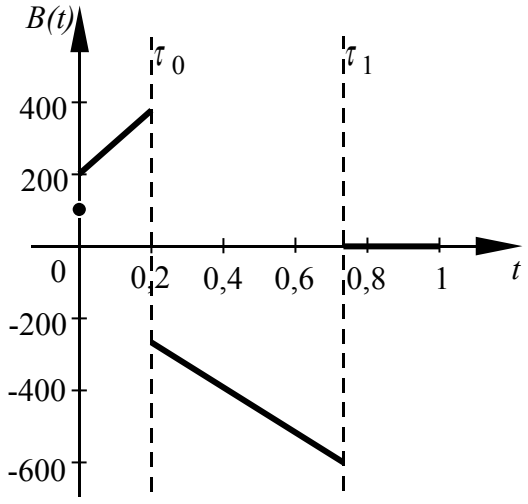


Рисунок 1 – Изменение кредитной задолженности фирмы.

Распределение доходов на депозитный счет происходит в соответствии со следующим графиком (рисунок 2). При этом в момент T максимум депозитной суммы достигается мгновенным переводом капитала $\overline{K}$ на депозитный счет.

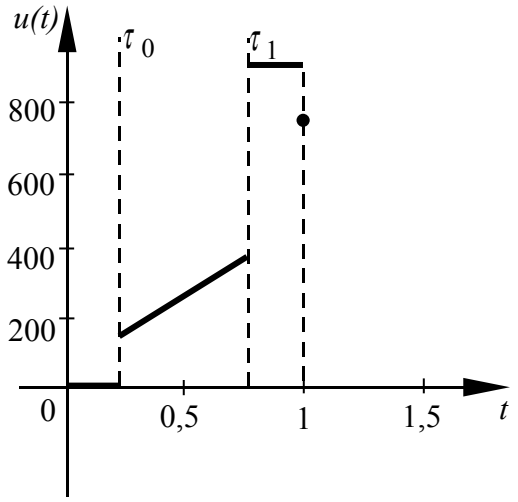


Рисунок 2 – Распределение дохода на депозитный счет

Динамика изменения капитала *K(t)* представлена на рисунке 3.

При этом оптимальное решение максимизируемого критерия равно 296,053 усл.ед. .

Можно рассмотреть разные модификации данной модели. При этом если отказаться от условий полуограниченности управления $u(t)$ и неограниченности кредитной задолженности $v(t)$ оптимальное значение получается гораздо ниже.

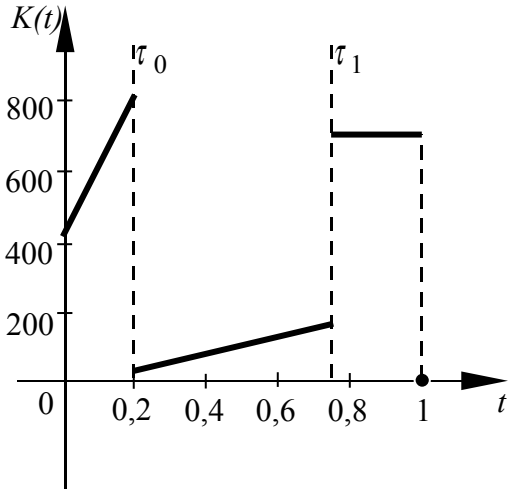


Рисунок 3 – Динамика капитала

Список использованной литературы:

1. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. – М.: Наука, 1973. – 256 с.
2. Дыхта В.А. Принцип расширения в качественной теории управления. – Новосибирск: Наука. СО, 1990. – 287 с.
3. Завалищин С.Т., Сесекин А.Н. Импульсные процессы: модели и приложения. – М.: Наука, 1991. – 256 с.
4. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. – М.: Наука, 1988. – 280 с.
5. Орлов Ю.В. Теория оптимальных систем с обобщенными управлениями. – М.: Наука, 1988. – 187 с.
6. Болодурина И.П. Принцип максимума для задач оптимального импульсного управления. – В наст. сб.

Влацкая И.В., Батанина И.В. КЛАССИФИКАЦИЯ И РАСПОЗНОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЛЕННОСТИ

(Оренбургский государственный университет)

Процесс распознавания является информационным процессом, который реализуется некоторым преобразователем информации (интеллектуальным информационным каналом, системой распознавания), имеющим вход и выход. При создании автоматизированной системы по распознаванию образов решается задача распознавания образа и, таким образом, определяются соответствующие классы объектов.

При построении алгоритмов распознавания классы могут задаваться самим исследователем, и задачу классификации может решить автоматизированная система. Поэтому рассматривают различную типологию методов распознавания в контексте решаемой задачи.

Проблемы классификации и распознавания объектов на предприятии обусловлены сложностью и априорной неопределенностью взаимодействия технологических процессов и сочетанием параметров. В этих условиях применение традиционного математического аппарата необоснованно и в результате введения ряда упрощений позволяет получить лишь общие решения.

В свою очередь, нечеткая логика, которая служит основой для реализации методов нечеткого управления, более естественно описывает характер человеческого мышления и ход его рассуждений. Поэтому использование математических средств для представления нечеткой исходной информации позволяет строить модели, которые наиболее адекватно отражают различные аспекты неопределенности, постоянно присутствующей окружающей нас реальности.

Предлагаемый подход основан на использовании методов непараметрической статистики и теории нечетких множеств, обеспечивающих эффективное сочетание количественной информации и качественных сведений специалистов - экспертов. Каждый объект распознавания будет обладать своими признаками и свойствами. Причем каждый признак имеет свое значение, выражение.

Значение признака может принадлежать каким-либо классам значений. Для каждого класса значений признака можно описать функцию принадлежности значения данного признака данному классу значений.

Системы распознавания образов и принятия решений способны воспринимать и обрабатывать разнотипную информацию, а также обучать на них, извлекая необходимые знания для консультаций и принятия целевых решений в условиях неопределенности.

Наиболее распространенным применением системы распознавания образов является случай, в котором необходимо некоторый объект, доступный лишь в качестве сведений о нем, отнести к какому либо из существующих в данной предметной области классов объектов. В составе системы распознава-

ния образов должны содержаться описания классификационных (решающих) правил для каждого из классов объектов предметной области.

Классификационное правило некоторого класса – это правило, по которому можно отнести, или не отнести, некоторый объект к данному классу.

Таким образом, система распознавания образов предназначены для решения задач классификации.

Системы распознавания образов можно условно разделить на две большие группы - системы с явным заданием классификационных правил и системы с неявным заданием классификационных правил.

Система с явным заданием классификационных правил существует база знаний, содержащая в себе заданные в явном виде правила, указывающие какие из поступивших сведений позволяют сделать какой вывод. Системы с неявным заданием классификационных правил не содержат заданные в явном виде классификационные правила, но включают в себя набор фактов о предметной области (набор сведений о конкретных объектах предметной области), с указанием того, к какому классу каждый из объектов относится. Системы с неявным заданием классификационных правил способны самостоятельно сделать вывод о том, какие из представленных сведений позволяют сделать какие выводы.

При решении задач с использованием аппарата нечеткой логики аксиомы вводятся по ходу решения задачи и формируются из эмпирических знаний человека.

Рассматриваемый подход основан на использовании методов непараметрической статистики и теории нечетких множеств, обеспечивающих эффективное сочетание количественной информации и качественных сведений специалистов - экспертов.

Обозначим через $x_j, j = \overline{1,M}$ - набор факторов (экономические характеристики, показатели состояния технических процессов и др.), соответствующих *j*-му типу ситуаций предприятия. Определим в пространстве x_j нечеткую переменную, значения которой описывают степень опасности $S_\nu, \nu = \overline{1,N}$ параметра. Сопоставим конкретному набору факторов x_j значения функции принадлежности $0 \le \mu_\nu \le 1, \nu = \overline{1,N}$ в зависимости от опасности ситуации.

Таким образом, получаем выборку исходных данных

$$V = \left\{\left(x_j^i, \mu_\nu\left(x_j^i\right), \nu = \overline{1,N}, i = \overline{1,n}\right), j = \overline{1,M}\right\}.$$

Тогда, используя методику синтеза нечетких алгоритмов распознавания образов, статистическая модель оценивания степени риска возникновения ситуации *j*-го типа представима в виде

$$\overline{\overline{\mu_\nu}}\left(x_j\right) = \frac{\overline{\mu_\nu}\left(x_j\right)}{\sum\limits_{k=1}^{N} \overline{\mu_k}\left(x_j\right)}, \tag{1}$$

$$\overline{\mu_\nu}\left(x_j\right) = \sum_{i=1}^{n} \mu_\nu\left(x_j^i\right)\beta^i\left(x_j\right), \nu = \overline{1,N} \tag{2}$$

где

$$\beta^{i}(x_j) = \frac{F(x_j, x_j^i)}{\sum_{i=1}^{n} F(x_j, x_j^i)},$$

F(x) – многомерная функция, отражающая меру близости между x_i и x_j^i, удовлетворяющая условиям симметричности и нормированности.

В общем случае, учитывая взаимосвязь между объектами, задачи оценивания риска их появления сводится к численному решению системы уравнений типа (1).

При этом весовые функции $\beta^{i}(x_j)$ зависят не только от x_j, но и от значений $\mu_v(x_m), m = \overline{1,M}, m \neq j$.

Но проблема в том, что нет четких границ классов. Каждый класс будет описываться своими объектами. Они описываются в виде нечеткого представления. А затем для каждого класса строится нечеткая модель класса. Для того чтобы распознать объект, то сравнивается нечеткое представление объекта с каждой нечеткой моделью, путем определения меры схожести. Если он принадлежит классу с высокой степенью схожести, то объект считается распознанным.

Набор входных данных существенно влияет на результат классификации: недостаточность или избыточность информации определяет качество распознавания.

При формировании параметров класса выделяются наиболее значимые признаки (например, метод факторного анализа), что позволяет сократить размерность задачи.

Данный алгоритм успешно применяется в разрабатываемой системе автоматической классификации.

Влацкая И.В., Зырянов Д.С. МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ПРИ ПРОКТИРОВАНИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ

(Оренбургский государственный университет)

В настоящее время интеллектуальные системы активно применяются при принятии решений в производственном процессе. Их распространение обусловлено несколькими факторами, такими как: создание полностью автоматизированного производства, помощь неквалифицированному персоналу при принятии решений, предотвращение принятий критических управленческих решений и другими. Следует отметить, что интеллектуальные системы, используя обширную базу знаний, могут принимать лучшие решения, чем эксперт, за счет учета большего количества альтернатив.

Под интеллектуальной системой будем понимать взаимосвязанную совокупность математических моделей, программного обеспечения и технических средств, позволяющую принимать управленческие решения аналогичные человеческим. Получение таких решений может быть осуществлено двумя принципиально различными подходами. Первый подход заключается в имитации физических процессов человеческого мозга, на нем основывается принцип работы нейроноподобных моделей, в частности нейронных сетей. Второй подход подразумевает воспроизведение процессов мышления на уровне сознания человека, то есть реализацию процессов человеческой логики, образного и аналитического мышления.

Развитие интеллектуальных систем и моделей обусловлено необходимостью формально описывать нестрогие нечеткие понятия и необходимостью принятия решений при наличии неполных и противоречивых данных. В свое время появление формальной логики было шагом вперед в борьбе с неопределенностью, однако некоторые задачи, которые легко решаются исходя из личного опыта человека и его интуиции неразрешимы и зачастую неприводимы к формальной логике. Интеллектуальные системы, имитируя процессы мышления, человека могут справляться с плохо формализуемыми задачами.

Нейронные сети получили большое распространение при распознавании образов, аппроксимации и экстраполировании функций. Нейросети быстро и эффективно решают эти задачи благодаря аналогии с человеческим процессом обучения. Однако их применение во многих областях, таких как решение систем уравнений, математическое программирование и алгоритмизация представляется затруднительным.

Применение второго подхода предполагает использование методов, основанных на идее расширения понятий формальной логики. Этот принцип широко использует теория нечетких множеств, переводящая классы задач формальной бинарной логики к континуальной логике, нечетким множествам в смысле Гогена и другим нечетким логикам. Эти способы формализации нечетких поня-

тий позволяют описывать поведение систем настолько сложных и плохо определенных, что они не поддаются точному математическому анализу. В ряде случаев такое описание является единственно возможным.

На основе теории нечетких множеств возможна разработка нечетких алгоритмов, нечетких моделей оптимизации, лингвистических моделей, моделей ожидаемой полезности и моделей многокритериальных задач, которые могут быть положены в основу математического и программного обеспечения интеллектуальной системы.

В 1993 году Коско (Kosko) доказал теорему о нечеткой аппроксимации (FAT Fuzzy Approximation Theorem), согласно которой, любая математическая система может быть аппроксимирована системой на нечеткой логике. Следовательно, с помощью естественно-языковых высказываний "Если то", с последующей их формализацией средствами теории нечетких множеств, можно сколько угодно точно отразить произвольную взаимосвязь "входы -> выход" без использования сложного аппарата дифференциального и интегрального исчислений, традиционно применяемого в управлении и идентификации. Практические успехи нечеткого управления получили теоретическое обоснование. Сегодня нечеткая логика рассматривается как стандартный метод моделирования и проектирования.

Л. Заде (предложивший нечеткий подход) считает, что почти всегда можно сделать такой же самый продукт без нечеткой логики, но с нечеткой будет быстрее и дешевле. Причины этого рассмотрел в своей книге Леоненков А.В.:

1) нечеткая логика позволяет по экспертным знаниям быстро разработать прототип технического устройства с последующим усложнением его функциональности;

2) модель на основе нечеткого логического вывода прозрачнее (проще для понимания), чем аналогичная модель на дифференциальных, разностных или иных уравнениях;

3) нечеткие модели проще реализовать аппаратно, при этом можно распараллелить вычисления.

Рассмотрим пример автоматического регулирования, то есть управления, цель которого поддерживать заданный параметр в определенном интервале. Регуляторы с нечеткой логикой обеспечивают повышенную надежность систем, позволяют учитывать ограничения по устойчивости, полученные с помощью теории Ляпунова в применении к дискретным системам. Этот подход не требует наличия математических моделей объекта управления и основан на идее семиотической модели знаний предложенной Д.А. Поспеловым в книге «Ситуационное управление». Лингвистическая информация может быть получена при изучении реакции оператора в различных ситуациях, а стратегии управления выражены в виде лингвистических решающих правил в форме:

Если "увеличение следствия большое", то "частично уменьшить причину", иначе, если "увеличение следствия небольшое", то "незначительно уменьшить причину", и т.д. То есть причина и следствие должны быть скалированы.

Таким образом, базовыми понятиями являются нечеткие понятия "увеличение следствия" и "уменьшение причины", а взаимосвязь между ними представляется в виде композиционного правила вывода:

ЕСЛИ "$\tilde{A}$" ТО "$\tilde{B}$"

где $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ - нечеткие понятия, являющиеся суждениями о выходе и входе объекта соответственно. Функция принадлежности соответствует нечеткому условному оператору S, где нечеткое подмножество A определено на области суждений X, а нечеткое подмножество B на Y:

$$\mu_S(y,x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(y)], x \in X, y \in Y$$

Сложная система поведения описывается совокупностью таких нечетких инструкций с использованием операций "ИЛИ":

ЕСЛИ «$\tilde{A}_1$» ТО «$\tilde{B}_1$» ИЛИ ЕСЛИ «$\tilde{A}_2$» ТО «$\tilde{B}_2$»

с функцией принадлежности:

$$\mu_S(y,x) = \max\{\min[\mu_{A_1}(x), \mu_{B_1}(y)]; \min[\mu_{A_2}(x), \mu_{B_2}(y)]\}$$

В таком виде стратегия поведения человека может быть формально представлена в базе знаний. Основой для принятия при известном входе и заданном отношении между нечеткими множествами является композиционное правило вывода Заде

$$\mu_B(y) = \max_x \min[\mu_A(x), \mu_S(y,x)]$$

При управлении конкретным процессом вход может быть и точечным (четким) x_0. В этом случае композиционное правило вывода упрощается, так как вход x_0 можно интерпретировать как нечеткий вход $\tilde{A}$ с функцией принадлежности $\mu_A(x)$, везде равной нулю, за исключением точки измерения, x_0 где она равна единице.

$$\mu_B(y) = \mu_S(y, x_0)$$

Для принятия четкого решения необходимо выбрать такое управление x_0, которое максимизирует результирующую функцию принадлежности:

$$\mu_B(y_0) = \max_y \max_x \min[\mu_A(x), \mu_S(y,x)]$$

Дадим описание принципов построения и работы нечеткого алгоритма для простейшего процесса (один вход - один выход), в котором каждая инструкция i связывает нечеткое понятие следствия p с нечетким понятием причины q через их функции принадлежности

$$\mu_i(p) \Rightarrow \gamma_i(q), i = \overline{1,n}$$

Для более сложных случаев (несколько входов - один выход), например, при наличии еще и нечетких управляющих воздействий или внешних параметров, используется более сложные формы нечетких инструкций

ЕСЛИ «$\tilde{A}$» ТО (ЕСЛИ «$\tilde{B}$» ТО «$\tilde{C}$»)

с функциями принадлежности

$$\mu_S(q,p,t) = \min\{\mu_A(q); \min[\mu_B(p), \mu_C(t)]\}$$

Для этого случая четкое значение причины q_0 может быть найдено по следующему алгоритму при измеренном значении следствия p_0:

1. Для каждой инструкции i определяются степени принадлежности следствия

$$\mu_1(p_0), \mu_2(p_0), ..., \mu_n(p_0)$$

2. Находятся функции принадлежности, определяющие нечеткое понятие причины для каждой инструкции

$$\beta_i(q) = \min[\mu_i(p_0), \gamma_i(q)], i = \overline{1,n}$$

Полное нечеткое понятие причины:

$$\beta(q) = \max_i \min[\mu_i(p_0), \gamma_i(q)]$$

3. Вычисляется четкое управляющее воздействие q_0, обеспечивающее максимум функции принадлежности p_0:

$$\beta(q_0) = \max_q \max_i \min[\mu_i(p_0), \gamma_i(q)]$$

Начальное построение функций принадлежности может быть выполнено с использованием экспоненциальных функций с дальнейшей их адаптацией по критерию качества управления с помощью полученной модели. Данная модель может быть использована при создании системы автоматического управления функционированием технологического объекта. Это обусловлено тем, что существующие системы автоматического управления не учитывают сложные нелинейности, погрешность замера параметров и транспортные запаздывания реальных объектов.

Для управления возможно построение нескольких типов алгоритмов, которые различаются по виду используемой информации: измеряется только отклонение от заданного значения, отклонение и значение его первой производной и т.д. Конкретный тип алгоритма выбирается для каждого случая, исходя из анализа различных стратегий.

Нечеткие алгоритмы при использовании показывают следующие свойства: высокая скорость отклика в сочетании с такой же точностью, как у промышленных регуляторов, существенно нелинейный характер нечеткого управления.

Сравнение результатов прямого цифрового управления и нечеткого управления, проведенные во многих работах по применению теории нечетких множеств показали, что нечеткое управление проще и эффективнее обычно применяемых классических методов.

К основному недостатку нечетких алгоритмов следует отнести сложность построения логических высказываний и обусловленную этим малую понятность готового алгоритма, а также большое количество ошибок возникающих при построении алгоритма. Оптимальным выходом представляется использование теории автоматов, предоставляющую достаточно развитой аппарат для анализа и оптимизации логических функций, а также для реализации алгоритмов с помощью конечных автоматов.

Влацкая И.В., Литвинов М.А. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ БУРЕНИЯ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

(Оренбургский государственный университет)

Эффективность современных буровых работ во многом определяется уровнем автоматизации технологических процессов. Современное состояние автоматизации характеризуется двумя тенденциями. С одной стороны наблюдается развитие прикладных моделей и методик, направленных на решение узко специализированных и специфических задач. Аналитические зависимости дают возможность проводить детальный численный анализ процесса. С другой стороны возросшее количество моделей и методик делает чрезвычайно трудным отыскание оптимального решения для инженера по буровым работам. Так же затрудняет принятие оптимального решения тот факт, что многие геологические параметры носят нечеткий и размытый характер.

Бурение скважин на нефть и газ - самый дорогостоящий процесс в общем цикле работ, связанных с разведкой этих полезных ископаемых, их добычей, транспортом и переработкой. Одним из основных процессов при бурении является работа долота по углублению ствола скважины. Оптимизация этого процесса оказывает решающее влияние на технико-экономические показатели строительства скважин. Решение проблемы оптимизации режимов бурения усложняется неоднородностью разбуриваемых пород, присущей практически всем площадям и месторождениям, и ограниченностью информации об ее свойствах, характерной для проводки поисковых и разведочных скважин.

При построении систем управления содержащих в своем составе трудно формализуемые объекты, для которых существуют математические модели, описывающие лишь частные случаи процесса, встает вопрос о разработке новых адаптивных моделей, способных накапливать информацию об объекте в процессе эксплуатации системы.

Процесс адаптации модели может быть эффективно реализован с привлечением математических методов теории нечетких множеств. При этом задача нечеткой экспертной системы, занимающей собой слой адаптации, конкретизировать неопределенность, с которой имеет дело более низкий слой, имеющий более простую математическую модель. Устранение неопределенности экспертной системой осуществляется путем выбора определенной модели из соответствующего набора существующих моделей описывающих процесс в разных ситуациях управления процессом или путем подбора коэффициентов для модели, в которой отсутствует точное математическое описание объекта, и изменение его параметров происходит неизвестным образом в широких пределах.

Управление параметрами режима бурения характеризуется большим количеством входных и выходных величин. В качестве входных управляющих воздействий для бурового станка могут быть выбраны: $\mathbf{P_{oc}}$ - осевое усилие**, w -**

частота вращения**,** $\mathbf{Q_e}$ - количество промывочной жидкости для очистки скважины**.**

Фиксированными конструктивными параметрами системы являются конструктивные особенности буровой колонны, характеристики долота, диаметр и глубина скважины.

Неконтролируемыми случайными воздействиями (возмущениями) являются периодические вариации физико-механических свойств буримых пород. Выходные параметры характеризуют физические результаты процесса разрушения породы и технико-экономические показатели бурения и могут быть как наблюдаемыми и управляемыми, так и ненаблюдаемыми и неуправляемыми. Ненаблюдаемые, в свою очередь, бывают оперативно вычисляемые и оперативно невычисляемые.

В качестве выходных переменных могут быть выбраны управляемые параметры, такие как: $\mathbf{V_д}$- скорость бурения, $\mathbf{M_{вр}}$- крутящий момент, $\mathbf{H_д}$ - проходка на долото.

Одним из основных процессов при бурении является работа долота по углублению ствола скважины. Оптимизация этого процесса оказывает решающее влияние на технико-экономические показатели строительства скважин.

Механическая скорость – сложная функция параметров процесса бурения

$$v = f(P, n, Q, p_{ã}, v_{æ}, ...) \qquad (1)$$

где P – нагрузка на долото, n – частота вращения, Q – количество промывочной жидкости, подаваемой на забой в единицу времени, $p_{ã}$ – гидростатическое давление жидкости на забое, $v_{æ}$ – скорость истечения промывочной жидкости.

Выражение, принятое в качестве математической модели процесса бурения относительно механической скорости бурения и учитывающее износ вооружения:

$$v = \frac{dh(t)}{dt} = k_{á} \cdot n(t)^{\alpha} \cdot P(t)^{\beta} \cdot F(t) \qquad (2)$$

где $k_{á}$ -коэффициент пропорциональности (буримости), зависящий от совершенства очистки забоя и скорости истечения жидкости из отверстия долота, степени износа зубцов долота и физико-механических свойств породы; β - коэффициент, зависящий от физико-механических свойств проходимых пород; α - коэффициент, зависящий от типа долота, физико-механических свойств породы и совершенства очистки забоя.

$$\frac{dF(t)}{dt} = f[n(t), P(t)] \cdot F(t) \qquad (3)$$

где $f[n(t), P(t)]$ - функция от параметров режима бурения, но во многих работах по оптимизации процесса бурения ее считают некоторой постоянной. Например, в [1] приводится функция:

$$f[n(t), P(t)] = k \cdot n(t)^{\alpha} \cdot P(t)^{\beta} \qquad (4)$$

где k, α и β - некоторые коэффициенты, зависящие от физико-механических свойств проходимых пород.

$$F(t) = e^{-\int_0^t f[n(\tau),P(\tau)]d\tau} \tag{5}$$

Начальные условия системы:

$$h(t)\big|_{t=0} = 0 \tag{6}$$
$$F(t)\big|_{t=0} = 1$$

Исходя из технологического смысла процесса бурения, имеем следующие ограничения на осевую нагрузку и скорость вращения, обусловленные возможностями бурового оборудования, установленной мощностью, прочностью бурильных труб, долота:

$$N_{\min} \le N(t) \le N_{\max} \tag{7}$$
$$P_{\min} \le P(t) \le P_{\max}$$

Зависимость проходки за рейс определяется путем интегрирования зависимости для скорости проходки с введением поправок, зависящих от условий бурения:

$$h = \int_0^{t_D} (k_á \cdot n(t)^{\alpha} \cdot P(t)^{\beta} \cdot F(t))dt \tag{8}$$

Решение проблемы оптимизации режимов бурения усложняется неоднородностью разбуриваемых пород, присущей практически всем площадям и месторождениям, и ограниченностью информации об ее свойствах, характерной для проводки поисковых и разведочных скважин.

К основным трудностям, возникающим при контроле процесса бурения, можно отнести следующие: о процессе бурения на любом уровне контроля имеется лишь косвенная информация (он лишь частично наблюдаем); известны только отдельные закономерности, связывающие между собой лишь некоторые контролируемые параметры; данные, накопленные при наблюдениях неоднородны, характеризуют процесс бурения с позиций разных наук и моделей, часто являются противоречивыми.

В результате рассмотрения существующих моделей процесса бурения был сделан вывод, что главным препятствием при моделировании процесса является чередование пород, а так же неточность существующих моделей, которые служат для оценки этих интегральных показателей, в силу сложности объекта управления, известны не точно, и содержат множество коэффициентов, определяемых экспериментальным путем.

Трудности, обусловленные чередованием пород, преодолеваются путем создания экспертной системы, хранящей правила для отдельных условий бурения, выявляемых из сырых данных с помощью нечеткой кластеризации. При помощи нечеткого логического вывода мы получаем выход нечеткой модели y=fuzzy(x).

Нечетким логическим выводом называется получение заключения в виде нечеткого множества, соответствующего текущим значениях входов, с использованием нечеткой базы знаний и нечетких операций.

Основу нечеткого логического вывода составляет композиционное правило Заде. Композиционное правило вывода Заде формулируется следующим образом: если известно нечеткое отношение $\widetilde{R}$ между входной (x) и выходной (y) переменными, то при нечетком значении входной переменной $x = \widetilde{A}$, нечеткое значения выходной переменной определяется так: $y = \widetilde{A} \circ \widetilde{R}$, где - максминая композиция.

Наиболее целесообразным для этих целей представляется использование нечеткой модели Такаги-Сугено состоящей из набора правил $\mathbf{R_i}$ $i = \overline{1,n}$ нечеткой базы знаний вида:

$$\text{Если } \bigcup_{p=1}^{k_i}\left(\left(\bigcap_{j=1,n}^{m}(x_j = a^i_{pj})\right) \circ w_{ip}\right) \text{ то } y = d_i = b_{i0} + b_{i1}\cdot x_1 + \ldots + b_{im}\cdot x_m \quad i = \overline{1,n} \tag{9}$$

где $\mathbf{x_1, x_2,..x_m}$ – входы сети; **y** – выход; $\mathbf{a^i_{pj}}$ – нечеткий терм с функцией принадлежности $\mu^{\,i}_{p}(x_j)$ применяемый для лингвистической оценки переменной x_j в i-ом правиле; b_{ij} – действительные числа, **w** – вес правила, d_j - заключения правил, которые задаются линейной функцией от входов $d_j = b_{j,0} + \sum_{i=1,n} b_{j,i}\cdot x_i$.

Степени принадлежности входного вектора к значениям выходов правил рассчитываются как :

$$\mu_{di}(X) = \bigvee_{p=1,ki}\left(w_p \cdot \bigwedge_{j=1,m}\left(\mu^{\,i}_{p}(x_j)\right)\right) \tag{10}$$

где $\vee$ - операция из s-нормы, $\wedge$ - операция из t-нормы. В случае если в качестве s-нормы будет принята операция min, а в качестве t-нормы операция max, мы приходим к $\mu_{di}(X) = \max_{p=1,ki}\left(w_p \cdot \min_{j=1,m}\left(\mu^{\,i}_{p}(x_j)\right)\right)$. В результате получаем нечеткое множество:

$$\widetilde{y} = \left\{\left(\mu_{d1}(X), d_1\right), \ldots\ldots, \left(\mu_{dn}(X), d_n\right)\right\} \tag{11}$$

Полученное нечеткое множество является обычным нечетким множеством первого порядка. Оно задано на множестве четких чисел. Результирующее значение выхода **y** определяется как суперпозиция линейных зависимостей, выполняемых в данной точке X*n мерного факторного пространства. Для дефаззификации нечеткого множества $\widetilde{y}$ надо найти взвешенное среднее:

$$y = \frac{\sum_{i=1,n} \mu_{di}(X)\cdot d_i}{\sum_{i=1,n} \mu_{di}(X)} \tag{12}$$

Доказано, что нечеткие экспертные системы, построенные по принципу Такаги-Сугено, являются универсальным аппроксиматором. Таким образом, нечеткие системы, построенные по этому принципу способны в некоторой обла-

сти представлять функцию нескольких переменных с произвольно высокой точностью.

Для структурной и параметрической идентификации нечеткой модели Такаги-Сугено предлагается использование нечеткой кластеризации выделяющей из набора экспериментальных данных различные классы подмоделей.

Функции принадлежности термов в посылках правил получаются проецированием степеней принадлежности соответствующего кластера на входные переменные. Затем полученные множества степеней пренадлежности аппроксимируются подходящими параметрическими функциями принадлежности.

Для настройки коэффициентов линейных уравнений стоящих в заключениях базы знаний Такаги-Сугено используется метод наименьших квадратов. При обучении ставится задача минимизации ошибки нейронной сети, которая определяется методом наименьших квадратов. Для сети с одним выходом (как в нашем случае) ошибка определяется соотношением:

$$e = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\left(y_i - d_j\right)^2 \tag{13}$$

где y_i - значение выхода правила для каждого компонента входного вектора, а d_i -желаемое значение выхода.

Таким образом, мы приходим к модели процесса бурения относительно зависимости механической скорости от управляющих параметров и от свойств породы представленной нечеткой базой знаний:

$$\frac{dh(t)}{dt} = fuzzy[n(t), P(t), rock(h(t))] \cdot F(t) \tag{14}$$

где $fuzzy(n(t), P(t), rock(h(t)))$ - нечеткая база знаний Такаги-Сугено. Распределение породы по глубине для определенного случая бурения задается зависимостью $rock(h(t))$.

Функцию $f[n(t), P(t)]$ так же смоделируем в виде нечеткой базы знаний:

$$f[n(t), P(t)] = fuzzy_wear[n(t), P(t), rock(h(t))] \tag{15}$$

Таким образом, коэффициент, характеризующий падение скорости:

$$F(t) = e^{-\int_0^t fuzzy_wear[n(\tau), P(\tau), rock(h(\tau))]d\tau} \tag{16}$$

Таким образом, общая модель бурения относительно механической скорости будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{dh(t)}{dt} = fuzzy(n(t), P(t), rock(h(t))) \cdot e^{-\int_0^t fuzzy_wear[n(\tau), P(\tau), rock(h(t))]d\tau} \tag{17}$$

Для уменьшения количества правил базы знаний применим шкалирование данных. Так как известна информация о зависимости параметров процесса, то мы можем сделать сознательный выбор шкалирующей функции, при обуче-

нии модели. Прологарифмируем обе части уравнения $v = k_á \cdot n(t)^{\alpha} \cdot P(t)^{\beta} \cdot F(t)$ (4):

$$\ln(v) = \ln(k_á) + \alpha \cdot \ln(n(t)) + \beta \cdot \ln(P(t)) + \ln(F(t)) \quad (18)$$

Мы приходим к линейному уравнению, вида $y = d_i = b_{i0} + b_{i1} \cdot x_1 + ... + b_{im} \cdot x_m$ $i = \overline{1,n}$. Таким образом, предлагается при обучении нейронной сети в обучающем наборе данных использовать логарифмы переменных P, N, v. Выходная переменная $Y = \ln(v)$. Вектор переменных, стоящих в предпосылках правил, при обучении задается как $X = \{\ln(n(t)), \ln(P(t)), rock(h(t))\}$, где $rock(h(t))$ - параметры разрушаемой среды (трещиноватость, абразивность, обводненность).

При нечетком выводе, на входы правил так же подаются логарифмы переменных, а на выходе получаем логарифм механической скорости, для получения искомого значения механической скорости, необходимо произвести обратную операцию $v = \exp(y)$.

Данные, непосредственно хранящиеся в БД мало пригодны для обучения нечеткой базы знаний, так как, помехи, содержащиеся в них, могут привести к значительной ошибке. Сложность процесса бурения и вид выбранной модели приводят к необходимости предварительного преобразования данных. Была проведена предварительная подготовка данных для обучения (проведен анализ данных обучающей выборки, выборка была очищена от выбросов и аномальных данных).

Случайные выбросы в исходном наборе данных крайне негативно влияют на процесс обучения модели. Девяносто пять процентов данных, распределенных по нормальному закону, находятся внутри интервала ограниченного удвоенным значением стандартного отклонения в окрестности среднего значения. Для более успешного обучения сети было произведено удаление выбросов.

Подготовка данных для обучения модели износа долота. Износ долот является сложным комбинированным явлением, неисправности сочетаются друг с другом, приводя к разнообразным комбинациям диагнозов. Поэтому оценивалось техническое состояние долота в целом, не вдаваясь в конкретную причину неисправного состояния.

При бурении в неизменных условиях в неизменных условиях справедливо выражение:

$$v = v_0 \cdot e^{-\theta \cdot t} \quad (31)$$

где v_0 - скорость в начале выбранного интервала бурения, θ - коэффициент износа рабочей поверхности долота, характеризует темп падения мгновенной механической скорости в процессе работы долота на забое и представляет собой обратную величину логарифмического декремента убывания указанной скорости (в течении которого мгновенная механическая скорость уменьшается в (e) раз).

Значение θ зависит от абразивных свойств породы, износостойкости рабочей поверхности долота и параметров режима бурения.

Значение θ можно определить методом наименьших квадратов. Для этого приведем уравнение (31) к виду:

$$\ln(v) = \ln(v_0) - \theta \cdot t \tag{32}$$

Затем, используя метод наименьших квадратов

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{(v_i^* - v_i)}{v_i^*} \to \min \tag{33}$$

найдем коэффициенты v_0 и θ для данного интервала бурения.

Находя, таким образом, значение θ на отдельных интервалах бурения, для разных пород и режимных параметров бурения скважины сформируем множество данных для идентификации модели:

$$\theta = fuzzy_wear[n, P, rock(h)]. \tag{34}$$

Таким образом, на основании исходного множества данных А формируется множество данных для идентификации модели износа:

$$B = \begin{bmatrix} \mathrm{P}_1, N_1, Rock_1, \theta_1 \\ \mathrm{P}_2, N_2, Rock_2, \theta_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{P}_m, N_m, Rock_m, \theta_m \end{bmatrix}. \tag{35}$$

Наполнение нечеткой базы знаний модели механической скорости бурения. Так как механическая скорость в процессе бурения падает, а модель механической скорости бурения fuzzy должна моделировать скорость бурения новым долотом (без износа), то для обучения модели, надо скорректировать исходную выборку, используя полученную модель износа долота:

$$v = fuzzy(n_i, P_i, rock(h_i)) \cdot e^{-\sum_{k=1}^{i} fuzzy_wear[n_k, P_k, rock(h_k)]\Delta t} = \tag{36}$$

$$fuzzy(n_i, P_i, rock(h_i)) \cdot e^{-\sum_{k=1}^{m} \theta_k \Delta t_k}$$

или

$$\frac{v_i}{e^{-\sum_{i=1}^{k} \theta_i \cdot \Delta t_i}} = v_0 = fuzzy[n(t), P(t), rock(h(t))] \tag{37}$$

где $e^{-\sum_{i=1}^{k} \theta_i \cdot \Delta t_i}$ падение механической скорости за предыдущий период бурения.

Таким образом, сформируем исходную выборку. Исходные данные представляют собой вектор входных X, управляющих U и выходных переменных, полученных экспериментально для i-й проходки и образующих множество исходных данных.

$$C = \begin{bmatrix} P_1, N_1, Rock_1, v_{01} \\ P_2, N_2, Rock_2, v_{02} \\ ..... \\ P_m, N_m, Rock_m, v_{0m} \end{bmatrix} \quad (38)$$

где v_0 – соответственно, преобразованная механическая скорость бурения.

Теперь рассмотрим задачу оптимизации процесса бурения, использую построенную нейро-нечеткую модель. Проблема выбора оптимальных режимов бурения заключается в необходимости выбора совместно с ограничениями значения управляющих воздействий, приводящих к экстремуму (максимуму или минимуму) некоторой переменной, принятой за критерий оптимизации.

В качестве функционала качества выберем проходку на долото, для заданного интервала T:

$$h = \int_0^T fuzzy(n(t), P(t), rock(h(t))) \cdot e^{-\int_0^t fuzzy_wear[n(\tau), P(\tau), rock(h(t))]d\tau} dt \quad (19)$$

Для решения поставленной задачи оптимизации применим метод нечеткого динамического программирования [7].

Для численного решения разобьем интервал управления [0, T] на N равных участков длительностью $\Delta t = T / N$.

Дискретный аналог функционала качества имеет вид:

$$h = \sum_{i=1}^{N} fuzzy(n_i, P_i, rock(h_i)) \cdot e^{-\sum_{k=1}^{i} fuzzy_wear[n_k, P_k, rock(h_k)]\Delta t} \Delta t \quad (20)$$

Дискретный аналог уравнения управлением:

$$h_{i+1} = h_i + fuzzy(n_i, P_i, rock(h_i)) \cdot e^{-\sum_{k=1}^{i} fuzzy_wear[n_k, P_k, rock(h_k)]\Delta t} \Delta t \quad (21)$$

Движение начинается из начального состояния $h(t)\big|_{t=0} = 0$, конечное состояние $h(t)\big|_{t=T}$ свободно.

Нечеткое решение - это пересечение нечеткой цели с нечетким ограничением:

$$D_i = C_0 \cap C_1 \cap ... \cap C_{N-1} \cap G_N \quad (22)$$

где G_N - нечеткое множество целевой функции. И соответственно для функции принадлежности имеем:

$$\mu_D(u_0, ..., u_{N-1}) = \mu_0(u_0) \wedge ... \wedge \mu_{N-1}(u_{N-1}) \wedge \mu_{Gn}(x_N) \quad (23)$$

для управления объектом:

$$h_{i+1} = f(h_i, u_i), \; i = 0, ..., N-1 \quad (24)$$

На управление и выходную величину наложено ограничение в виде функции принадлежности заданной с помощью колоколообразной функции принадлежности.

В частности для выходной переменной, углубления скважины:

$$\mu(h_i) = \begin{cases} 0; h_i \geq h_{i-1} \\ \dfrac{1}{1 + \left((x - (h_{\max} + h_{i-1})/2)/a\right)^b}; h_{\min} \leq h \leq h_{\max} \\ 0; h \leq h_{\max} \end{cases} \quad (25)$$

Функции принадлежности управления получается в результате пересечения функции принадлежности задающей ограничения $\mu_C(u)$ с функцией принадлежности входного вектора нечеткой базы знаний u к значениям выхода $\mu_{fuzzy}(u)$:

$$\mu(u) = \mu_{fuzzy}(u) \wedge \mu_C(u) \quad (26)$$

Функцию принадлежности для целевой функции, зададим, проведя нормализацию целевой функции:

$$\mu_G(h) = \begin{cases} 0; h \leq 0 \\ h/h_{\max}; 0 \leq h \leq h_{\max} \\ 1; h \geq h_{\max} \end{cases} \quad (27)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению оптимальных стратегий, соответствующих последовательности входных воздействий $u_0,...,u_{N-1}$, максимизирующей μ_D:

$$\mu_D(u_0^*,...,u_{N-1}^*) = \max_{u_0,...,u_{N-1}} \left[\mu_0(u_0) \wedge ... \wedge \mu_{N-1}(u_{N-1}) \wedge \mu_{Gn}(h_N)\right] \quad (28)$$

Функция принадлежности нечеткой цели в момент времени t=N-1, индуцированной заданной целью G_N в момент времени t=N:

$$\mu_{Gn}(h_{N-1}) = \max_{u_{N-1}} \left[\mu_{N-1}(u_{N-1}) \wedge \mu_{Gn}(f(h_{N-1}, u_{N-1}))\right] \quad (29)$$

Повторяя процесс обратных итераций, получаем систему рекуррентных уравнений:

$$\mu_{G_{N-V}}(h_{N-V}) = \max_{u_{N-1}} \left[\mu_{N-V}(u_{N-V}) \wedge \mu_{Gn}(f(h_{N-V}, u_{N-V}))\right], \; v = 1,..., N \quad (30)$$

Таким образом, максимизирующее решение получается последовательной максимизацией величин u_{N-V}, причем u_{N-V}^* определяется как функция от u_{N-V} $v = 1,..., N$.

В результате работы алгоритма получим оптимальную траекторию на диаграмме бурения, а так же соответствующие управляющие воздействия, доставляющие оптимум критерию оптимизации.

Для проверки модели предлагается использовать машинный эксперимент. Использование средств математического моделирования обуславливается отсутствием возможности выполнения полномасштабных экспериментов в натурных условиях, предусматривающих требуемые изменения режимов процесса, а так же широкий географический разброс условий бурения.

Таким образом, реализация гибридных моделей с применением нечетких экспертных систем для автоматизации сложных объектов управления позволит получить более полную модель процесса управления в нечеткой обстановке, а

так же позволит эффективно накапливать знания и разрабатывать математические модели, учитывающие неточность априорной информации.

Гамова Н. А., Томина И. П. ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

(Оренбургский государственный университет)

Особенность нашего времени – это потребность в предприимчивых, деловых, компетентных специалистах в той или иной сфере общественной, социальной, экономической и производственной деятельности. Необходимо быть грамотным в быстро меняющимся мире. Чем выше уровень образованности, тем выше профессиональная и социальная мобильность.

Высшая школа призвана готовить студентов к испытаниям в мире, чтобы они не испытывали страха перед жизнью, смотрели на нее открытыми глазами, воспитывать стремление к постоянному обогащению и обновлению приобретенных знаний, способность видеть перспективы развития отрасли и экономики страны в целом, квалифицированно решать задачи научной организации труда и управления производством. Курс математического анализа должен быть построен так, чтобы студент получил не только общие математические идеи, но и полноценное логическое воспитание.

Изучение математического анализа должно преподноситься так, чтобы у студентов складывалось целостное представление о главных этапах становления современных математических структур, об основных математических понятиях и методах, о роли и месте в различных сферах деятельности.

Преподаватели должны стараться приблизить свои занятия к «практике», то есть по любой теме делать упор на специальность. Это делается для того, чтобы студенты могли любую пройденную тему применить в дальнейшем в сфере своей деятельности. Ведь очень часто приходится слышать от студентов: «Зачем мне нужны эти интегралы? Они мне всё равно не пригодятся!» А благодаря такому методу преподавания, наглядно видно, где можно применить каждую тему на практике.

Математический анализ занимает ведущее место среди фундаментальных наук. От качества усвоения зависит дальнейшая учебная деятельность студентов, так как данный учебный предмет является основой для изучения специальных дисциплин. Математический анализ представляет собой мощный теоретический аппарат для выявления количественных зависимостей между неизвестными величинами, а, следовательно, является практическим средством для решения самых разнообразных научных и технических проблем. Предметом изучения являются количественные отношения и пространственные формы, которые окружают нас в реальном мире. С помощью математических моделей изучаются и прогнозируются различные явления и процессы, происходящие в природе и обществе. Посредством изучения математического анализа формируется дедуктивно-логический стиль мышления. В ходе построения математических умозаключений, с привлечением механизма

логических построений их обоснования, вырабатывается умение формулировать, обосновывать и доказывать различного рода суждения, Кроме того, студент приучается к алгоритмизации своей деятельности, последовательности и точности выполнения сконструированного алгоритма, что в конечном итоге даёт эффект в будущей производственной деятельности, при планировании своей работы и её ответственном выполнении.

Таким образом, можно отметить следующие цели преподавания курса математического анализа:

-сформировать характерные качества мышления (логику, познавательную активность, критичность, рациональность, точность);

-научить конкретным математическим знаниям, необходимым для изучения специальных предметов:,

-развить умения и навыки по приобретению новых знаний;

-создать уровень подготовки по предмету, достаточный для понимания специальной литературы, содержащей математические понятия и символы.

Для достижения перечисленных целей необходим соответствующий отбор учебного материала. Процесс обучения сложен и многообразен. Он дает положительные результаты, если преподаватель владеет различными методами, которые позволяют перенести «центр тяжести» педагогического процесса на личность студента, на развитие его творческого качества.

Трудности обучения и понимания уменьшаются во много раз, когда предмет вызывает интерес. Каждое занятие в аудитории должно быть творческим актом, заставляющим держать собственную мысль в постоянном напряжении и вовремя сделанным замечанием, правильно подобранным примером, сопоставлением подчинить себе волю и разум аудитории, вызвать ее интерес. И здесь каждое проявление инициативы со стороны студентов должно быть поддержано педагогом. Если эта инициатива удачна, то лучше занятие дальше строить на этой базе, если же она чем-то плоха, то нужно деликатно и твердо указать, чем их предложение грешит. Преподаватель высшей школы обязан поставить себя в такое положение, чтобы к нему охотно шли студенты за советом. Поэтому надо заинтересовать их тем, что ещё не сделано, чему должно поучиться.

Однако анализ технологий обучения показывает, что включённые в учебный план дисциплины преподаются без соблюдения принципов преемственности и взаимосвязи, из-за чего зачастую у студентов возникает вопрос о практическом применении математических знаний в их будущей профессии. Одной из ошибок в преподавании, на наш взгляд, является то, что не уделяется должного внимания формированию у студентов мотивации к обучению. Проблема не осознанности изучения материала по курсу возникает отчасти и по той причине, что изучение дисциплины происходит на младших курсах и овладение математическим аппаратом не трансформируется на решение профессионально-значимых задач. Создать у студента психологический настрой «учиться с интересом» и привлечь его на позицию активного, деятельного субъекта познания помогает вынесение на обсуждение ряда вопросов, призванных разъяснить важную роль в подготовке его к дальнейшей работе.

Не секрет, что одни разделы ценны для представителей одной специальности более чем для специалистов другой. Важно не забывать, какого специалиста предполагается готовить, и в соответствии с этим обосновывать включение и объём того или иного раздела изучаемой дисциплины.

Например, при подготовке высококвалифицированных инженеров-электротехников необходимым разделом является «Операционное исчисление». Методы операционного исчисления весьма эффективны, т.к. позволяют во многих случаях посредством простых правил решать достаточно сложные задачи. Идея операционного исчисления заключается в том, что дифференцирование и интегрирование заменяются алгебраическими операциями, дифференциальные уравнения — алгебраическими. Одним же из наиболее распространённых способов изучения явлений математическими методами остаётся по-прежнему моделирование этих явлений в виде дифференциальных уравнений. Методы операционного исчисления дают возможность определив решения соответствующих алгебраических уравнений, по ним восстановить и решения исходных дифференциальных.

Профессиональная направленность преподавания курса повышает заинтересованность студентов к овладению ими системой математических знаний как составляющей в подготовке специалиста, разрешая противоречие между желанием поскорее приобщиться к профессии и необходимостью терпеливого изучения фундаментальных дисциплин. Ориентированность на профессиональную деятельность, включающая в себя реализацию прикладной направленности курса и его меж предметных связей, ни коим образом не противоречит его фундаментальности.

Опыт обучения показывает, что использование заданий с профессиональной направленностью способствует развитию интереса к изучению математического анализа, помогает формированию взглядов на математические абстракции как на результат отражения реальной действительности и научного обобщения, приучают будущих специалистов выполнять работу в установленные сроки при экономном расходовании время, формируют потребность в самообразовании и оптимизации профессиональной деятельности.

Герасименко С.А. О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ СОВРЕМЕННОГО УНИВЕРСИТЕТСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

(Оренбургский государственный университет)

«Математика всегда была неотъемлемой и существеннейшей составной частью человеческой культуры, она является ключом к познанию окружающего мира, базой научно-технического прогресса и важной компонентой развития личности» [1]. В современном информационном обществе роль науки, и в частности, математики многократно возрастает. Актуальные проблемы практики нуждаются не только в уже разработанных математических методах, но и выдвигают новые задачи перед математикой. Информационные технологии все шире внедряются во все сферы жизнедеятельности человека. Современный специалист-математик должен уметь использовать средства вычислительной техники в своей профессиональной деятельности. «…вычислительная техника дает в руки математиков принципиально новые возможности не только для получения численных решений задач, но и для изучения теоретических проблем» [2].

«Математическое образование есть благо, на которое имеет право любой человек и обязанность общества (государства и всемирных организационных структур) предоставить каждой личности возможность воспользоваться этим правом» [1]. Университетское математическое образование должно соответствовать современному этапу развития общества и науки. Необходимо отметить, что «программы университетского образования сложились в тридцатые-пятидесятые годы поколением наших учителей. Наше поколение пропустило свою очередь внести в них существенные коррективы, учитывающие развитие науки за последние полвека. А эти изменения оказались существенными. Необходима определённая ревизия этих программ» [1]. В своей работе [3] В.И. Арнольд отмечает: «Выхолощенное и формализованное преподавание математики на всех уровнях сделалось, к несчастью, системой. Наиболее характерными приметами формализованного преподавания является изобилие немотивированных определений и непонятных (хотя логически безупречных) доказательств. Отсутствие примеров, отсутствие анализа чертежей и рисунков — столь же постоянный недостаток математических текстов, как и отсутствие внематематических приложений и мотивировок понятий математики». Можно согласиться с его мнением, что: «Математика является экспериментальной наукой — частью теоретической физики и членом семейства естественных наук. Основные принципы построения и преподавания всех этих наук применимы и к математике. Умение составлять адекватные математические модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования. Успех приносит не столько применение готовых рецептов (жестких моделей), сколько математический подход к явлениям реального мира» [3].

«Математическое образование должно включать в себя обучение компьютерам, компьютерным технологиям и современным информационным возмож-

ностям. Это — веяния нового времени, но несомненно, что новый век будет веком Компьютеров так же, как были века Пара, Электричества, Атома. И надо иметь ввиду, что в самой математике происходят события первостепенной важности, которые необходимо включать в математическое образование (теория катастроф, фракталы, дискретная математика и т. п.)», пишет в своем докладе [1] В.М. Тихомиров. В этом же докладе он отмечает, что «Особая проблема — подтягивание образования к уровню современной науки. Образование неизбежно консервативно, оно отстает от развития науки. … необходимы шаги по некоторому модифицированию программ» [1].

Все вышесказанное позволяет, на взгляд автора, сформулировать две важные проблемы, стоящие перед современным университетским математическим образованием, а именно: несоответствие содержания образования современным требованиям, предъявляемым жизнью, и низкий уровень применения информационных технологий в подготовке специалиста-математика.

Содержание стандарта по специальности предусматривает подготовку студента-математика к выполнению деятельности, в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии; созданию и использованию математических моделей процессов и объектов; разработке эффективных математических методов решения задач естествознания, техники, экономики и управления; программно-управленческой обеспечению научно-исследовательской, проектно конструкторской и эксплуатационно-управленческой деятельности [4].

В тоже время анализ государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальности 010100 «Математика» подтверждает точку зрения В.И. Арнольда о излишней формализованности университетского курса математики, разрыве его с физикой, «дегеометризации математического образования» [5].

Вуз должен подготовить студента к будущей профессиональной деятельности в условиях широкого распространения информационных технологий. Широкое применение ИТ также требует изменения содержания образования. На взгляд автора дисциплины цикла computer science недостаточно представлены в рассматриваемом стандарте [4].

Современные информационные технологии являются универсальными средствами модернизации обучения и могут широко использоваться в преподавании любых дисциплин. Однако потенциальные возможности их применения в различных предметах неодинаковы. Объективно именно математика как предмет изучения наиболее полно поддается информатизации. Это связано с тем, что изначально средства вычислительной техники применялись, в основном, для решения математических задач. Моделировать с помощью средств ИТ системы математических объектов легче, чем системы объектов из области естественных или гуманитарных наук.

Широкое внедрение вычислительной техники в вузах дает качественно новые возможности преподавания математики. Намного расширяются наборы решаемых учебных задач. Компьютеры позволяют успешно применять в обучении задачи на моделирование. Появляется возможность проведения вычисли-

тельного эксперимента с математической моделью. Большие возможности открываются при работе с математическими пакетами. Освобождая от рутинных вычислений, они помогают выделить основные идеи решаемых задач, быстро провести необходимые исследования, наглядно отобразить результаты. Становится доступной визуализация абстрактных понятий. Таким образом, математические пакеты становятся профессиональным инструментом специалиста-математика. Информатика входит в теснейшее взаимодействие с математикой, влияет на ее изучение, стиль мышления. «Непрерывная математическая подготовка должна производиться с постоянным использованием ЭВМ …, начиная с первого курса» [2].

Решение указанных проблем возможно, по мнению автора, в рамках имеющегося стандарта [4]. Государственный образовательный стандарт ВПО по специальности «Математика» содержит достаточное число часов предназначенных для регионального и вузовского компонентов, дисциплин и курсов по выбору студента, факультативных дисциплин. За счет этих часов можно ввести ряд дисциплин, как знакомящих студентов с самыми современными разделами математики, так и показывающих конкретное приложение математических знаний к актуальным практическим задачам. Часы, запланированные в стандарте на специальные дисциплины и дисциплины специализации, наиболее рационально, на взгляд автора, могли бы быть использованы для усиления подготовки студентов в области компьютерных технологий.

Литература:

1. Тихомиров В.М. О некоторых проблемах математического образования. — Доклад на Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков». Дубна, 18 сентября 2000 года. http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=tikh_rcme
2. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. — 176 с.
3. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире. Москва, 25 августа 2001 года. http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=viarn_sovr_mir
4. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по специальности 010100 «Математика». http://www.edu.ru/db/portal/spe/os_zip/010100_2000.html
5. Арнольд В.И. О преподавании математики. — Расширенный текст выступления на дискуссии о преподавании математики в Palais de De-couverte в Париже 7 марта 1997 г. http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=viarn_oprepmat

Горелик А.А. ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

(Оренбургский государственный университет)

Решение многих задач прикладной математики сводится к построению математической модели некоторого процесса или явления. При этом часто возникает необходимость производить громоздкие вычисления, которые отвлекают от разработки структуры модели и мешают проследить целостность идеи. Использование информационных технологий освобождает от рутинных расчетов и экономит время, потраченное на решения поставленной задачи. Математические пакеты, такие как Mathcad, Maple, Matlab, Mathematika, позволяют уделить содержательному анализу модели большее внимание, чем реализации. Результаты исследований должны быть аккуратно оформлены в виде отчетов, статей, докладов. Математические тексты обычно содержат большое количество формул, таблиц, ссылок, для форматирования которых недостаточно возможностей обычных текстовых редакторов. Такие тексты набираются с помощью специальных пакетов, основанных на TEX.

Студенты специальности «Прикладная математика» достаточно подробно изучают численные методы, их теоретические основы и реализации на языках программирования, но мало времени остается на изучение применения этих методов для решения конкретных задач. А так как использование математических пакетов упрощает большинство вычислений и улучшает наглядность построенной модели, то мы решили ввести изучение математических пакетов и TEX в рамках дисциплины «Практикум на ЭВМ» на III курсе.

Изучение данного практикума тесно связано с изучением численных методов. Для того, чтобы правильно использовать какой-либо реализованный в математическом пакете численный метод, необходимо понимать его сущность. Например, решая численно систему уравнений (обыкновенных или дифференциальных), требуется задать начальные условия, а это невозможно сделать правильно, не зная теоретических основ используемого метода. В то же время, возможность построения графика функции с помощью математических пакетов, позволяет отразить наглядно результаты некоторых численных методов (например, решение дифференциального уравнения).

Данный курс направлен на исследование возможностей математических пакетов Mathcad (16 часов), Matlab (14 часов), и системы подготовки математических и естественнонаучных текстов Latex (6 часов).

Характерной особенностью пакета Mathcad является использование привычных стандартных математических обозначений и принципа WYSIWYG – What You See Is What You Get, то есть документ на экране выглядит точно так же как и обычный математический расчет.

Пакет ориентирован, прежде всего, на проведение численных расчетов, но имеет встроенный символический процессор, что позволяет выполнять ана-

литические преобразования. Mathcad является средой визуального программирования, то есть не требует знания специфического набора команд. Поэтому целью изучения данного математического пакета является не столько умение выполнять расчеты, сколько применение возможностей Mathcad для решения прикладных задач.

Каждая лабораторная работа, направленная на изучение какого-либо метода, содержит ряд задач, при решении которых нужно применить данный метод. Например, умея выполнять различные операции над матрицами, студенты могут просто и наглядно реализовать методы решения систем линейных уравнений (метод Гаусса, метод Крамера, метод обратной матрицы). Умение строить графики используется учащимися для определения начальных условий при решении уравнений и систем уравнений, и для отображения решения дифференциальных уравнений и систем. При изучении методов решения дифференциальных уравнений, студентам предлагается построить модель динамики численности хищников и жертв на замкнутом ареале, заданную системой дифференциальных уравнений Вольтерры-Лотки. Символьные вычисления используются в тождественных преобразованиях выражений, для аналитического интегрирования и дифференцирования. При изучении программирования в Mathcad ставится задача создания собственных функций, реализующих решение некоторой прикладной задачи.

Также в программу включены вопросы оформления документов Mathcad: форматирование блоков, создание скрываемых областей.

Система Matlab принципиально отличается от Mathcad тем, что фактически представляет из себя своеобразный язык программирования высокого уровня, ориентированный на решение научных задач. Он поддерживает математические вычисления, визуализацию научной графики и программирование с использованием легко осваиваемого операционного окружения. Matlab – это интерактивная система, основным объектом которой является массив, для которого не требуется указывать размерность явно. Это позволяет решать многие вычислительные задачи, связанные с векторно-матричными формулировками, существенно сокращая время, которое понадобилось бы для программирования на скалярных языках типа C, Pascal.

Встроенные функции Matlab для обработки элементов матрицы предоставляют возможность осуществлять различные действия над матрицей, не используя циклы для обращения к каждому элементу. Студентам предлагается решить задачи на нахождение сумм элементов матрицы, максимальных и минимальных элементов, выбор элементов по составному условию, перемещение строк и столбцов матрицы, не используя циклов.

Система Matlab – это одновременно и операционная среда и язык программирования. Одним из преимуществ системы является то, что на языке Matlab пользователь может сам написать специализированные функции и программы, которые оформляются в виде M-файлов. По мере увеличения количества созданных программ возникают проблемы их классификации, и тогда можно попытаться собрать родственные функции в специальные папки. Это приводит к концепции пакетов прикладных программ, которые представляют собой кол-

лекции М-файлов для решения определенной задачи или проблемы. Примерами таких пакетов являются Symbolic Mathematics Toolbox, Control Systems Toolbox, Signal Processing Toolbox. Для математической специальности, на наш взгляд, наиболее востребовано изучение Symbolic Mathematics Toolbox. Данный пакет прикладных программ реализует в системе Matlab не только символьные вычисления, но и вычисления с переменной точностью. Пакет поддерживает реализованные в виде М-файлов более 100 символьных и числовых операций. Для изучения возможностей Symbolic Mathematics Toolbox перед студентами ставятся следующие задачи: аналитическое преобразование символьных выражений, решение уравнений и систем обыкновенных и дифференциальных уравнений , дифференцирование и интегрирование функций. Так как подобные задания рассматриваются и при изучении математического пакета Mathcad, то студенты могут сравнить возможности этих двух пакетов: преимуществом Matlab является значительно более высокий уровень аналитических преобразований, а преимуществом Mathcad – простота и наглядность реализации вычислений.

Система TEX была создана Дональдом Кнутом для верстки текстов с формулами. Важными преимуществами данной системы являются ее независимость от платформы, высокое качество и гибкость верстки абзацев и математических формул любой сложности, простота нумерации разделов, организации ссылок, создания оглавления.

Сам по себе TEX представляет собой специализированный язык программирования, на котором пишутся издательские системы, применяемые на практике, такие как Latex, Plain Tex, AMS-Tex. Каждая издательская система на базе TEX представляет собой пакет макроопределений (макропакет) языка TEX.

В содержание дисциплины «Практикум на ЭВМ» на 3 курсе специальности «Прикладная математика» включено изучение издательской системы Latex, так как она является наиболее универсальной системой, созданной на базе TEX, из выше перечисленных. Студентам предлагается создать и отредактировать тексты, содержащие громоздкие математические формулы, организовать нумерацию этих формул и ссылки на них.

Таким образом, изучение возможностей математических пакетов (Mathcad и Matlab) и издательской системы Latex, помогает студентам в дальнейших исследованиях, а также повышает уровень их компьютерной грамотности.

Жумагалиева А.Е., Орлова Л.Г., Карасаева А.И. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» НА СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ИНФОРМАТИКА»

(Западно-Казахстанский государственный университет им. М. Утемисова)

«Истинный педагог постарается сделать учение занимательным, но никогда не лишит его характера серьезного труда, требующего усилия воли»

К. Д. Ушинский.

Современные технологии обучения (кредитная, дистанционное обучение и др.) предъявляют все больше требований к человеку вообще, а к специалисту с высшим образованием тем более, в частности к его способностям самостоятельно пополнять свои знания. Такая необходимость становится особенно острой в условиях рыночного характера структуры общества в связи с обязательными требованиями конкурентоспособности кадров. Поэтому СРС требует творческого подхода и глубокого изучения. Можно выделить следующие виды самостоятельной работы студентов:

- самостоятельное изучение обусловленных некоторых разделов изучаемого курса
- самостоятельное решение задач и самостоятельный вывод определенных формул (доказательство теорем) во время практических и лекционных занятий
- выполнение домашних заданий
- работа по индивидуальным дифференциальным заданиям
- контрольные, коллоквиумы
- участие в олимпиадах по предметам
- проведение научных исследований (творческие задания) под руководством преподавателя

Целью данной статьи является представление примеров тестов, контрольных заданий для самостоятельного изучения некоторых разделов теории вероятностей и объективного контроля знаний студентов по данному курсу.

Рассматриваются три уровня обучения: знания, понимание, применение.

Уровень «знание» предполагает запоминание, воспроизведение изученного материала, приведение примера, доказательство утверждения.

Уровень «понимание» предполагает умение отвечать на косвенные вопросы, объяснить свои действия, обнаруживать логические связи.

Например.

Игральная кость подбрасывается дважды. Событие А ={Оба раза выпало число очков, кратное трем}. Определить испытание, множество элементарных исходов, подмножеств, соответствующих событию А.

Ответ: Испытание – подбрасывание игральной кости; Если G - множество элементарных исходов, то G ={(k,m) I 1 < k, m <6}. Тогда A = { (3,3), (6,3), (3,6),(6,6) } .

Уровень «применение» предполагает умение использовать изученный материал, самостоятельно решать задачи. Для каждого уровня составлены соответствующие контрольные тесты. Применяются тесты двух видов. Первый вид тестов содержит задания, позволяющие проверить, насколько студент может повторить новую информацию.

Например.

1. Сформулируйте классическое определение вероятности события.
2. Дайте определение полной группы событий.
3. Напишите вероятность гипотез если события *A* уже произошло
4. Определите функцию распределения вероятностей случайной величины.

Тесты первого вида соответствуют уровню обучения «знание». Предлагаемая система тестов не содержит условия выбора ответа, чтобы исключить получения ответа наугад. Такой вид тестирования можно назвать содержательным тестом. Количество вопросов данного теста около 10-15, время отводимое на каждый вопрос- 7-10 мин. Задания второго вида тестов позволяют проверить насколько студент понял и научился применять новые знания, т.е. здесь в основном приведены задания с указанием ответов, причем вариантов ответов бывает от 3 до 5 с единственным, правильным вариантом ответа. Количество заданий от 20 до 50, в зависимости от того текущий, промежуточный или итоговый контроль, а время, для определения правильного ответа 4- 5 мин. Тесты второго уровня соответствуют уровням « понимание» и «применение».

Приведем пример:

1. В коробке 4 кубика с буквами М, М, А, А. Какова вероятность того что, извлекая наугад одну за другой буквы, получили слово МАМА.

Ответ а 1/6 Ответ б ¼ Ответ в ½ Ответ г 1

2 Два стрелка стреляют по цели. Найти вероятность того, что они оба попадут в цель, если вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 3/4, а для второго 4/5

Ответ а 3/5 Ответ б 1/8 Ответ в ¼ Ответ г 1

3. Бросают 4 игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпадет одинаковое число очков

Ответ а 4 $(1/3)^4$ Ответ б 6 $(1/6)^4$ Ответ в 5 $(1/6)^3$ Ответ г 1/2

4. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 1/3. найти вероятность того, что при 3 выстрелах цель будет поражена два раза.

Ответ а 2/9 Ответ б 1/9 Ответ в 2/3 Ответ г 1

5.Вопрос Вероятность наступления события А хотя бы один раз при 3 испытаниях равна 0,936. найти вероятность наступления события А при одном испытании.

Ответ а 0,6 Ответ б 0,3 Ответ в 0,4 Ответ г 0,5

К оценки каждого вопроса по тестовым заданиям нужно подойти с двух сторон:

1. Баллы за правильный ответ
2. Баллы за неправильный ответ.

Баллы за правильный ответ – это обычные баллы и они характеризуют степень сложности вопроса. Баллы за неправильный ответ характеризуют степень его важности в процессе обучения. Им придается отрицательный характер. Есть вопросы, незнание которых должно « наказываться», когда другие вопросы можно оценить по принципу: « Знаешь - хорошо, не знаешь – ничего страшного» Диапазон сложности и важности каждого вопроса очень широк. С другой стороны, очень сильная дифференциация этой величины может привести к снижению объективности теста. Скажем тестируемый не отвечает на сложный вопрос и сразу « теряет» большое количество баллов, набрать которые за счет остальных, более легких вопросов не предоставляется возможным. По этим соображениям положительные баллы должны входить в промежуток от 1 до 6, отрицательные – в промежуток от –5 до 0. Итоговый процент вычисляется по формуле:

Pr = 50 (XM + PM – PY) / PM , где P – максимальное количество положительных баллов, M - максимальное количество отрицательных баллов (берется по модулю). Эти два числа у каждого конкретного теста - свои. X – сумма набранных положительных баллов, Y – сумма набранных отрицательных баллов. В эту формулу заложена определенная усредненность результатов, полученных отдельно за сложность и важность вопросов и это только повышает объективность общей оценки. Затем переводим проценты в оценку, причем можно внести в перевод свои корректировки.

Набранные проценты	Оценка	Набранные проценты	Оценка
91-100	5	52-64	3+
85-90	5-	40-51	3
80-84	4+	30-39	3-
71-79	4	24-29	2+
65-70	4-	15-23	2
		0-14	1

Затем нужно провести анализ теста: с какими вопросами не справилось больше всего человек, какие же наоборот, не представили никакой трудности для большинства тестируемых Получив такие данные, следует сделать максимум усилий, чтобы восполнить все пробелы в знаниях, иначе эти пробелы бу-

дут накапливаться, как снежный ком, и весьма неблагоприятно скажутся на последующем обучении. По окончании тестирования нужно сложить все значения величины Pr и разделить на количество тестируемых. Это оценка деятельности учителя!

Кроме заданий контрольных тестов, также составлены контрольные задания. Они разбиты по темам:

1. Определение вероятности (классическое, геометрическое, статистическое) непосредственное вычисление вероятности с применением комбинаторики
2. Алгебра событий. Теоремы теории вероятности.
3. Схема Бернулли
4. Законы распределения вероятностей дискретных случайных величин
5. Числовые характеристики дискретных случайных величин и т. д.

Тестирование позволяет:

- учитывать индивидуальные особенности студентов
- проверять качество усвоение практического и теоретического материала
- охватить больший объем проверяемого материала
- разнообразить процесс обучения
- сэкономить время на опрос
- использовать тесты для компьютерного обучения
- использовать справочные и учебные пособия
- дать более высокую, чем в традиционных методах, объективность контроля

Тесты и контрольные задания составлены так, что дают возможность проверки результатов на любом этапе изучения темы и позволяют установить причину, по которой студент не справился с тем или иным заданием. Таким образом, тесты, контрольные задания являются не только инструментом оценки, но и инструментом диагностики, позволяющим установить причину итоговой неудачи.

Выделение основной группы умений, необходимой при решении каждого из заданий тестов, позволяет преподавателю дать качественную оценку их выполнения и в соответствии с этим планировать свою дальнейшую работу со студентами. Кроме качественной можно дать и количественную оценку выполнения задания в баллах. Анализ работы студентов позволяет выделять «легкие» и «трудные» тесты, «легкие» и «трудные» темы. А это уже информация к размышлению.

Компьютерные технологии представляют несравненно больше возможности и этим надо воспользоваться. Студенты самостоятельно могут проверять свои знания, используя тестовые компьютерные задания, причем повторять данную проверку при получении неудовлетворительного результата, тем самым повышая самоконтроль. Тесты и контрольные задания охватывают весь курс учебного материала и позволяют провести подготовку к экзамену, который проводится в форме тестирования. Содержание тестовых задач и многократное тестирование позволяет даже слабым студентам выполнить часть работы, ми-

нуя психологический стресс экзамена, получит удовлетворительную оценку и овладеть объемом знаний, достаточным для этого.

Зубова И.К. О КУРСЕ «ИСТОРИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ В ВЫСШУЮ МАТЕМАТИКУ», ЧИТАЮЩЕМСЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

(Оренбургский государственный университет)

Понятие "университетское образование студента" предполагает не только наличие определенной суммы знаний в его профессиональной области, но и широкий кругозор, достаточную эрудицию, некоторое представление о науке в целом и о том, какое место занимают точные науки в жизни современного общества. Именно поэтому в учебном плане физико-математического факультета целесообразно предусмотреть чтение гуманитарных курсов, в том числе курса истории математики.

Нередко случается, что студент, даже неплохо справляющийся с требованиями учебной программы, с трудом применяет на практике имеющиеся у него знания, особенно когда в рамках одного предмета сталкивается с проблемой, требующей привлечения сведений из другой дисциплины. Историко-научное образование помогает успешно преодолевать такого рода недостатки, укрепляя межпредметные связи.

Читая в течении многих лет в техническом вузе курсы высшей математики и математического анализа, автор мог заметить, что изложение любой сложной темы можно сделать намного доступнее, если во введении или заключении к ней дать обзор истории формирования изучаемой теории. Такие обзоры можно включить и в курс истории математики, если представляется возможность прочитать его параллельно с курсом математического анализа.

В Оренбургском государственном университете лекции по истории математики читаются с 2003 года. Особенность этого курса состоит в том, что он включен в учебный план первого или второго семестра, тогда как обычно этим курсом завершается образование студентов - математиков. В нашем учебном заведении будущие программисты, изучающие основные математические дисциплины – алгебру, геометрию, математический анализ – в течение первых трех семестров, параллельно знакомятся с историей этих дисциплин. Курс традиционно называется "История математики и техники", но точнее было бы назвать его "Историческое введение в высшую математику". Из нескольких вариантов построения курса наиболее удачным оказался тот, где на него отводилось 68 часов во втором семестре. Распределение материала по лекционным и семинарским занятиям зависит от подготовленности студентов. В сильных группах, как правило, всегда находятся желающие выбрать тему для самостоятельного изучения и подготовить по ней сообщение, которое затем обсуждается и дополняется на семинарском занятии. В более слабых группах целесообразнее больше времени отвести на лекции.

Первое занятие мы начинаем обычно с беседы об элементарной математике и о тех разделах высшей, с которыми студент уже начал знакомиться в университете. Приходится, к сожалению, констатировать, что во втором семе-

стре студент – первокурсник нередко затрудняется при ответах на вопросы, связанные с основными понятиями математического анализа, хотя в это время уже знаком с основами дифференциального исчисления функции одной переменной. Для того, чтобы систематизировать имеющиеся у него знания, мы знакомим его с периодизацией развития математики, предложенной академиком А. Н. Колмогоровым, которая положена в основу построения всего курса.

Выделив основные черты первого этапа развития математической науки (период зарождения математики), мы останавливаемся на формировании понятия числа, системах счисления, а затем – на математике и технике Древнего Египта и Вавилона. На обсуждение этих тем отводится шесть часов.

Следующие шесть часов посвящаются началу второго этапа развития математики (период математики постоянных величин), общей характеристике математики Древней Греции, школам Фалеса (624–548 до н. э.) и Пифагора (ок. 570 – ок. 500 до н. э.), геометрической алгебре древних греков и трём знаменитым задачам древности.

Далее десять часов отводятся математике эпохи эллинизма. Здесь целесообразно выделить следующие темы:

1) аксиоматическое построение курса геометрии в "Началах" Евклида (ок. 340 – 287 до н. э.);

2) возникновение теории конических сечений в трудах Архита (ок. 428 – 365 до н. э.), Менехма (IV в. до н. э.), Аполлония (вторая половина III в. до н. э. – первая половина II в. до н. э.);

3) жизнь и научное творчество Архимеда (ок. 287 – 212 до н. э.).

Обсуждая первую из этих тем, мы вспоминаем изученную в средней школе элементарную геометрию – планиметрию и стереометрию. Особое внимание обращаем на постулаты Евклида. Поскольку курс геометрии на нашем факультете не включает подробных сведений о неевклидовых геометриях, мы делаем попытку дать некоторое представление о них в связи с пятым постулатом Евклида.

Лекцию о конических сечениях Аполлония целесообразно прочитать, если к этому времени в курсе геометрии студенты уже познакомились с кривыми второго порядка. Здесь представляется удобный случай напомнить им об основных свойствах указанных кривых и показать связь этих свойств с эллиптической, гиперболической и параболической задачами геометрической алгебры, объяснив при этом происхождение названий – "эллипс", "гипербола", "парабола".

Жизни и творчеству Архимеда посвящается семинар, который обычно проходит при большой активности студентов. Но, поскольку в курсе математического анализа они к этому времени ещё не подошли к понятию определенного интеграла, занятие имеет скорее общеобразовательный, чем математический характер. К интегрированным методам Архимеда мы возвращаемся позже, рассматривая вопрос о возникновении понятия интеграла в XVII в.

Следующие восемь часов посвящаются математике средневекового Востока. Особое внимание уделяем здесь важнейшим моментам истории арифметики и алгебры – началу широкого применения десятичной позиционной систе-

мы счисления с нулём и решению алгебраических уравнений второй степени. В лекции о Самаркандской школе Улукбека (1394 –1449) сообщаются сведения об астрономических инструментах дотелескопического периода.

Далее следует беглый обзор математики средневековой Европы и эпохи Возрождения. Эти два занятия (лекционные или семинарские) носят в основном общеобразовательный характер.

Шесть следующих часов посвящены истории развития алгебры. Вначале на семинарском занятии студентам поручается выделить основные этапы формирования этой науки до XVI века, а затем читается лекция, посвященная решению уравнений третьей и четвертой степеней Сципионом дель Ферро (1465 – 1526), Никколо Тартальей (1499 – 1557), Джироламо Кардано (1501 – 1576) и Луиджи Феррари (1526 – 1565).

Для того, чтобы завершить исторический обзор развития алгебры, приходится, временно отказавшись от хронологического принципа изложения материала, рассказать о попытках разрешения в радикалах алгебраических уравнений более высоких степеней, поисках условий разрешимости этих уравнений и возникшей в связи с этим теорией Эвариста Галуа (1811 – 1832). Затем дается краткий обзор истории алгебраической символики.

XVII век в истории математики – это начало периода математики переменных величин. Основные темы следующей лекции – общая характеристика науки этого столетия, жизнь и творчество величайших ученых XVII в., предпосылки возникновения дифференциального исчисления. Здесь студентам приходится основательно вспомнить материал курса математического анализа первого семестра.

Далее мы переходим к предпосылкам возникновения интегрального исчисления, начиная с идей Архимеда. К этому времени в курсе математического анализа уже начато ознакомление с понятиями интеграла Ньютона–Лейбница, сумм Дарбу, интеграла Римана, а потому полезно проследить предысторию этих понятий. Всего на математику XVII века, предысторию и формирование дифференциального и интегрального исчисления отводится восемь часов.

Математику XVIII века проанализировать не удается, прежде всего из-за недостаточности знаний у студентов, которые к этому моменту ещё не знакомы ни с теорией рядов, ни с дифференциальными уравнениями и т. п. Поэтому оставшиеся восемнадцать часов можно использовать для лекций и семинаров общеобразовательного характера, посвятив их общей характеристике науки XVIII века, событиям, происходившим в это время в России, биографиям выдающихся математиков столетия. Сведения об их научной деятельности имеет смысл перенести в третий семестр, в завершающую часть курса математического анализа. Последнюю его лекцию можно закончить кратким обзором математики первой половины XIX века, а затем – характеристикой начала периода современной математики. При этом мы создадим у слушателей некоторое предварительное представление о тех математических курсах, которые будут читаться в следующих семестрах – "Дифференциальные уравнения", "Функциональный анализ" и др.

Калиева О. М. ОРГАНИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ БИЗНЕС-ПЛАНИРОВАНИЯ НА ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

(Оренбургский государственный университет)

В современных условиях адаптация к динамичным изменениям рынка и выбор оптимальной стратегии развития становятся центральной проблемой деятельности российских предприятий (в дальнейшем хозяйствующий субъект промышленной сферы). В такой ситуации роль основополагающей подсистемы управления начинает играть информационное обеспечение. Мониторинг и оценка информации о внутренней и внешней среде предприятия, возможностях, предоставляемых рынком, его угрозах являются основой для управления всей производственно-хозяйственной деятельности предприятия.

Проблемы информационного обеспечения хозяйствующего субъекта промышленной сферы требуют нового осмысления, так как наступил новый этап развития современной цивилизации, название которого «информационное общество». Европейские страны, по мнению многих учёных, находятся в начале качественно нового этапа своего развития, который принципиально меняет не только уклад жизни, но и весь характер общественного и технологического развития. Однако относительно масштабов распространения так называемой «цифровой революцией» и возможности смены соответствующего общественного уклада в других странах однозначного мнения не выработано.

На одном полюсе находятся те, кто утверждает, что мир представляет собой единую систему, в которой информация, являясь ведущим ресурсом развития и распространяясь без особых ограничений, позволяет подтянуть слабые звенья и сформировать одноуровневое пространство. Другие утверждают, что информационное преимущество ведёт к углублению технологического разрыва и дальнейшему расколу цивилизации.

Исключительная роль информации в современном научно-техническом прогрессе привела к пониманию информации как ресурса, столь же необходимого и значимого, как энергетические, сырьевые, финансовые, трудовые и др. кроме того, национальные информационные ресурсы являются самым большим национальным источником богатства общества. Информационный ресурс, рассматривается как некий источник или потенциал, который не может существовать в отрыве от связанных с ним потоков по его расходованию и возобновлению; это совокупность экономической информации и организационных, нормативных, правовых, технических и программных средств, обеспечивающих возможность сбора, передачи, накопления, хранения и актуализации информации, а также реализованная возможность предоставления её пользователям в соответствии с конкретными запросами в удобной для них форме, в заданные сроки и по оговоренной цене.

Современные тенденции развития информационного общества находят частичное воплощение на микроуровне, в связи с чем происходит трансформа-

ция структуры хозяйствующего субъекта, возникают разнообразные сетевые и виртуальные организации, деятельность которых построена на принципах аутсорсинга. В сетевом обществе меняются роль и важнейшие технологии различной деятельности хозяйствующего субъекта. Построение информационных систем, а также формирование её отдельных блоков и методического обеспечения их функционирования должны происходить с учётом важнейших трансформаций и требований формирующегося сетевого пространства. Для достижения поставленной цели необходимо:

- выявить свойства используемой финансово-экономической информации как особого ресурса развития предприятия, определяющие эффективность её целевого использования при принятии и обосновании стратегически важных решений;

- уточнить категориально-понятийный аппарат, связанный с обоснованием сущности и взаимосвязи следующих понятий: «информационное обеспечение» - «информационная система» - «система информации»;

- выявить и структуировать информационные потребности необходимые для деятельности хозяйствующего субъекта;

- разработать концепцию формирования системы информационного обеспечения хозяйствующего субъекта;

- сформулировать направления формирования финансово-экономической информационной системы промышленного предприятия.

На данный момент времени, состояние бизнес-планирования хозяйствующих субъектов промышленной сферы требует для успешной работы в будущем широкого использования инструментария стратегического планирования. Кроме того, следует учитывать, что количество информации, которое при этом используется, за последние десять лет увеличилось в геометрической прогрессии. Это связано с тем, что в России произошли следующие изменения в экономических процессах: хозяйствующие субъекты промышленной сферы функционирующие в системе рыночных отношений, вынуждены использовать большое количество информации о самом продукте, о системах его ценообразовании, о позицировании продукта в различных секторах рынка и его продвижении, начиная от момента создания до реализации, после чего, что особенно важно, на наш взгляд, - о послепродажном применении, включая утилизацию. При этом информация является рассредоточенной; увеличивается степень риска участия в различных секторах рынка, в следствии нестабильности экономических процессов, имеющих как объективную, так и субъективную основу. Поэтому хозяйствующие субъекты вынуждены диверсировать свой продукт и, следовательно, увеличивают объёмы необходимой для этого информации.

Потоки информации являются теми нитями, которые связывают все элементы организационной структуры. Фактически информационные массивы объединяют снабжение, производство и сбыт в единое целое, и система начинает работать на общий конечный результат.

Оперативность получения информации оказывает значительное влияние на успешную деятельность хозяйствующего субъекта во внешней среде.

Информация входящая в хозяйствующий субъект, и выходящая из него, образует определённое информационное пространство, которое формируется и функционирует по определённым экономическим законам. Но оно будет иметь свои особенности для организационных структур различной сложности и уровней иерархии.

Особый интерес представляет формирование информационного пространства для хозяйствующего субъекта промышленной сферы, которые участвуют в сложном процессе создания на различных этапах продукта, реализацией произведённого продукта, а далее - осуществляют его технологическое применение.

При этом, хозяйствующий субъект, определяя свою собственную стратегическую проблему, ставит перед собой решение задач по следующим целям:

- формирование банка заказов на выполнение тех или иных работ, связанных с производством, установкой, эксплуатацией, обслуживанием того или иного продукта. Тем самым рыночная среда оказывает влияние на работу субъекта, на основе действия принципов и положений маркетинга;

- минимизация затрат по всей цепочке перемещения материальных, информационных, финансовых, денежных, трудовых потоков, которые вторично формируют информационные потоки о своём функционировании. В данном случае можно наблюдать реализацию принципов логистики. Создаваемая логистическая информационная система должна выполнять множество специфических функций, в том числе и функцию обслуживания потребителя, функцию планирования и управления, функцию координирования. Благодаря функционированию логистической информационной системы управления производственно-хозяйствующего субъекта достигается выполнение целей определённого уровня. Как правило, выделяют четыре уровня дерева целей хозяйствующего субъекта, при этом для каждого уровня требуется своя собственная информация. Соответственно информационную систему хозяйствующего субъекта целесообразно представлять в виде четырёхуровневой пирамиды. На первом (оперативном) уровне осуществляется обработка оперативных сделок и ответы на запросы. На втором (контролирующий орган) создаются массивы информации для оперативного планирования и контроля. На третьем уровне (средний уровень руководства) формируется управленческая информация для тактического планирования и принятия решений. На четвёртом уровне (высший уровень руководства) формируется информация для выработки стратегии и политики принятия решений. Главный принцип создания оптимальной информационной системы состоит в том, что, во-первых, данные должны собираться на самом низком уровне агрегирования, и, во-вторых, они должны быть сопоставимы в пространстве и во времени;

- согласованное обеспечение выполнения бизнес плана как на самом хозяйствующем субъекте, выпускающем продукцию, так и на хозяйствующих субъектах, которые осуществляют подачу сырья необходимого для технологического процесса;

- создание условий для проведения действующих технологических процессов на основе формирования «индивидуального знания» хозяйствующего субъекта, их особенностей, включая приёмы, оснастку, тестирование и т.п.;

- минимизация затрат, связанная с эксплуатацией зданий, сооружений, оборудования и т.п., принадлежащей субъекту, или арендуемых им на определённый срок;

- создание соответствующих благоприятных условий внутри коллектива, что формируется за счёт человеческого фактора;

- создание условий финансовой и экономической устойчивости всей организационной структуры в целом.

Решение задач подобного уровня требует большого количества не просто информации. Она должна быть определённым образом получена, проанализирована, проклассифицирована, передана для принятия решений. Решения, которые определяют данные цели, в общем случае векторно направлены не только не в одну сторону, но и, как правило, находятся в разных плоскостях. И это требует дополнительного объёма информации.

Для того чтобы обосновать финансово-экономическую целесообразность той или иной продукции, необходимо в комплексе работ по разработке бизнес-плана для хозяйствующих субъектов, создать интегрированную систему обработки экономической информации, предусматривающей достижение аналитичности и целостности данных учёта за счет привлечения более эффективных методов и форм организации хранения, поиска и обработки информации.

Важным шагом в реализации этой задачи является разработка и внедрение комплексов электронной обработки данных. Однако опыт внедрения комплексов вскрыл ряд недостатков, касающихся ограниченных возможностей проведения качественного финансово-экономического анализа и нерациональной организации технологического процесса.

Функционирующие в настоящее время банки данных по различным финансово-экономическим показателям и системы электронной обработки данных спроектированы достаточно жёстко и не позволяют оперативно и гибко менять набор выходных форм. Кроме того, на федеральном уровне к разработанным автоматизированным банкам данных систем финансово-экономической информации, не предусматривает прямого доступа к данным суперсервера с персональных компьютеров, если не принимать каких либо специальных процедур. Поэтому, в связи с лингвистической, организационной и форматной несовместимости интеграция баз данных сильно затруднена.

Таким образом, проблема информационных технологий в системе бизнес-планирования финансово-экономических процессов хозяйствующих субъектов, должна быть построена на единой методологической основе. Всё это возможно только при условии объединения всех вычислительных центров обработки финансово-экономической и статистической информации в единое целое посредством унификации форм представления и состава информации, каналов связи и специального программного и аппаратного обеспечения для управления обменом информации.

Одним из вариантов решения данной задачи, на наш взгляд, является организация автоматизированных банков данных на основе использования регистровой формы хранения и обработки данных, позволяющих накапливать большие массивы информации, совершенствовать методы поиска и выдачи экономико-статистических показателей во всевозможных комбинациях, используя при этом возможности современных технологий обработки данных.

В регистрах предполагается хранить технико-экономические показатели по каждому объекту наблюдения, независимо от их принадлежности к конкретной форме финансово-экономических показателей. Метод записи информации может быть основан на описании объекта учёта в виде многоранговой матрицы, представляющей собой динамическую информационную модель этого объекта. В составе каждого объекта выделяется множество элементов (финансово-экономических и статистических показателей), характеризующих данный объект. Совокупность нескольких описанных объектов может составлять объект более высокого уровня (например, при группировке объектов по территории). Информационную модель такого объекта можно представить как совокупность информационных моделей всех его элементов, содержащих постоянные признаки и характеристики.

Следует отметить, что условия организации и ведения регистров для различных типов хозяйствующих субъектов с их финансово-экономическими показателями бизнес-плана неодинаковы, однако методы их разработки должны быть основаны на единых методологических принципах. Анализ, проведённый нами, показал, что формирование информационных ресурсов финансово-экономических и статистических показателей для создания и разработки бизнес плана, на основе регистровой формы хранения и обработки данных позволяет решать комплексы задач систематического характера, причём с их помощью возможен глубокий анализ многих экономических процессов. Несмотря на различную хозяйственную направленность субъектов наблюдения, принципы построения регистров во многих аспектах едины. В организационном аспекте регистры должны иметь иерархическую структуру, предполагающую создание распределённых баз данных на всех уровнях финансово-экономической информационной системы. Создание должно осуществляться на основе теоретических разработок с экспериментальной проверкой в реальных условиях функционирования.

Рациональность методологии построения регистров в значительной степени определяет эффективность их работы, от оптимальности решений и принципов, закладываемых в методологию построения регистров, зависит правильность организации технологического процесса обработки данных, и как следствие, уменьшение затрат на обработку и хранение информационных массивов регистра. Основой для проведения экспериментальной разработки регистра является методика проектирования, предусматривающая решение теоретических и методологических аспектов. На разных этапах проектирования регистра осуществлялось: исследование вопросов классификации финансово-экономических задач; вопросов кодирования технико-экономической информации; проведение анализа по проведению показателей, включаемых в регистр; определение

организационной структуры регистра; определение технологических процессов обработки данных; разработка информационного, математического и программного обеспечения.

Одним из первых этапов проектирования регистра является классификация финансово-экономических задач, необходимость которой обусловлена тем, что для каждого типа задач определяются условия и форма образования однородной финансово-экономической совокупности в качественном и количественном отношениях.

В результате проведённого анализа выявлены основные классы задач, к которым относятся задачи изучения структуры, динамики и коррелятивные задачи. На основе такой классификации можно составить стандартные выходные таблицы регистра (динамические, структурные, группировочные). Кроме того, нами создан информационно-поисковый язык, который позволяет осуществлять поиск любых показателей по каждому объекту регистра. При решении проблемы идентификации хозяйствующих объектов наблюдения можно воспользоваться, как одним из вариантов, Единой системой классификации и кодирования, в частности для регистра предприятий – Общероссийского классификатора предприятий и организаций (ОКПО). Использование классификатора даёт возможность: создать единый информационный фонд данных; осуществлять постоянный обмен информацией между различными уровнями управления; устанавливать соответствие при обработке массивов информации, подготовив тем самым условия для совместного и согласованного функционирования всех информационных систем и их взаимодействия между собой с системами общегосударственного значения.

Информационную основу формирования регистра должны составлять финансово-экономические показатели, позволяющие решать комплекс взаимосвязанных финансово-экономико-статистических задач, отражающих экономические процессы деятельности объектов наблюдений. Основной предпосылкой включения финансово-экономико-статистических данных в регистр является соответствие критериям использования, стабильности и возможности актуализации хранимых данных, поэтому при создании информационной базы регистров хозяйствующих объектов наблюдений (РХОН) особое внимание необходимо уделять рациональному сочетанию основных первичных показателей отчётных единиц и агрегированных показателей.

Целесообразным представляется хранить в регистре только основные первичные показатели (агрегируемые аналитические показатели), являющиеся наиболее представительными с точки зрения возможности комплексного анализа для составления бизнес-плана. Поэтому можно сделать следующие выводы:

- на первом этапе разработки в регистр включаются показатели, которые отображают годовые итоги деятельности хозяйствующих объектов наблюдений и являются одновременно основными при составлении бизнес плана;

- как правило, не хранятся производные показатели, но иногда включаются многократно использующие и требующие сложных вычислений, при условии, что их хранение более эффективно, чем расчёт;

- включаются показатели, предложенные пользователям системы в органах управления на основе опытных оценок важности и частоты обращения к ним;

- содержатся показатели, дающие возможность комплексного анализа деятельности хозяйствующих объектов наблюдений;

- отбираются показатели, на основе которых можно получать ряд производных, дополняющих характеристику финансово-экономической совокупности.

Перечень показателей регистра ориентирован на возможность сбора и разработки данных, обеспечивающих прежде всего получение в достаточно полном объёме той финансово-экономической информации, которая содержится в действующих формах отчётности используемых при создании бизнес-плана хозяйствующего субъекта наблюдений. Однако РХОН позволяет содержать все необходимые показатели для определения полного набора свойств объектов обеспечения данными, которые не содержатся в действующей финансово-экономической отчётности и необходимы для решения аналитических задач.

Успешное функционирование регистра в значительной степени зависит от правильной разработки его организационной структуры, поэтому одной из важнейших задач является выбор рациональной организационной структуры регистра. Эффективность организационной структуры может оцениваться несколькими критериями – показателями, отражающими то, насколько удовлетворяет требования к регистру как технологическому комплексу. К ним относятся: время реакции на обработку запроса пользователя, количество одновременно работающих пользователей, безопасность обработки данных и др.

Возможность выбора той или иной организации потоков информации по уровням управления сводится к выбору между архитектурами «файл сервер» (ФС) и «клиент-сервер» (КС). Архитектура ФС предполагает наличие единого сервера, предназначенного для хранения и обеспечения доступа пользователей к общим файлам системы, и клиентских предложений, реализующих всю логику разрабатываемой системы. Второй вариант, основан на сетевой среде, в которой клиент инициирует запрос к серверу, выполняющему запрос, где сервер – прикладная часть, которая реализует функции системы (управление данными, администрирование, политика безопасности и др.), а клиент – приложение, которое отвечает за ввод, отображение и предварительную обработку информации по данному приложению.

Оба варианта имеют свои преимущества и недостатки, поэтому обоснование выбора архитектуры организационной структуры регистра должно проводиться с использованием алгоритмов многокритериальной задачи принятия решений.

Учитывая специфику задач того или иного уровня государственного планирования и требования территориальных и центральных органов управления, целесообразно организовывать регистры в виде иерархической системы, сочетающей централизованный и децентрализованный методы организации.

Список использованной литературы:

1. Алексеева М. М. Планирование деятельности фирмы. Учебно-методическое пособие.-М.: Финансы и статистика, 1999.-150 с.
2. Автоматизированные информационные технологии в экономике: Учебник/Под ред. Проф. Г. А. Титоренко.– М.: Компьютер, Юнити, 1999.-400 с.
3. Волков С. И., Романов А. Н. Организация машинной обработки экономической информации. – М.: Финансы и статистика, 1988.-400 с.
4. Горемыкин В. А., Богомолов А. Ю. Планирование на предприятии. Учебник – М.: Филинъ, 1999.-356с.
5. Железняков А. Ю. Оценка экономической эффективности в рыночных условиях хозяйствования: Автореф. дис. канд. экон. наук. – Вологда, 1998.-23с.
6. Жеребин В. М. Информационное обеспечение АСУ. – М.: Наука, 1975.
7. Информационные системы управления промышленными предприятиями: Учеб.пособие/ Киселёв А.Н., Копанёв А.А., Францев Р. Э. –СПб, 2001.-128с.
8. Просихин В. П. Методология построения архитектуры безопасности распределённых компьютерных систем: Автореф. дис. д-ра техн. наук.-СПб., 2001.-34с.
9. Шептухина О. М., Шептухин С.М. Стратегии новой информационной технологии при формировании и функционировании локальных информационных систем/ Формирование и функционирование информационного пространства в условиях рынка: Сб.науч.тр.-Пенза.: ПДЗ, 2000, 175-177с.
10. Шептухина О. М., Шептухин С. М. Системный подход к вопросу оценки целевой и экономической эффективности информатизации хозяйствующих субъектов/ Всероссийская научно-практическая конференция «Проблемы социальной устойчивости региона»: Сб. науч. тр.-Пенза.: ПДЗ, 2001, 124-126с.
11. Шифрин М.Б. Оценка экономической привлекательности рынка телекоммуникационных услуг: Автреф. Дис. канд. экон. наук. – СПб., 1999.-44с.

Короткова Л.Г. КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ МАТЕМАТИКИ

(МОУ «Средняя общеобразовательная школа №7»)

За последние годы число школ и классов с углубленным изучением математики резко увеличилось. Поэтому особенно важно сейчас осмысление накопленного опыта.

Гибкость форм и методов работы, чуткость к запросам учащихся с одной стороны и общества в целом с другой, привлекают к себе профильные школы.

Такова особенность педагогического труда, что то, что имеет, может быть, самое важное значение в работе учителя – живой голос, интонация, взгляд, манера общения, не поддаются письменному переложению. Рассказывая об опыте работы, приходится говорить лишь о его отражении – в учебных планах, программам, видах контрольных работ и т.д.

Типовые программы для математических классов ориентированы на четырехгодичное углубленное изучение математики, между тем предполагается и двухгодичное обучение. Учитывая конкретные условия, обучение должно строиться с учетом достигнутого уровня обученности и, забегая вперед, выводить ученика на более высокий уровень.

Имеющийся опыт работы позволяет сделать вывод о том, что обучение в профильном классе проходит более плодотворно, если в его основе лежат дидактические принципы системы Л.В. Занкова. Их суть в следующем:

1. Построение обучения на высоком уровне сложности.

Только такое обучение дает пищу для напряженной умственной работы, в противном случае всегда есть опасность «недогрузить мозг»

2. Прохождение материала быстрым темпом

Учащиеся осваивают программу данного класса в более короткие, чем предусмотрено сроки. Этот принцип может показаться странным, ведь учителя часто жалуются на недостаток времени. А все дело в том, что излишне растянутое обучение не способствует развитию умственных способностей.

3. Резкое повышение удельного веса теоретических знаний.

Оно необходимо для того, чтобы преодолеть узость эмпирического мышления.

При такой системе обучения особенно важную роль приобретает структурная организация учебного материала. Повысить информационную емкость обучения позволяет идея укрепления дидактических единиц. Наиболее существенный вклад в исследование этой проблемы и её внедрение в практику преподавания математики внес П.М. Эрдниев. По его определению «укрупненная дидактическая единица – это клеточка учебного процесса, состоящая из логически различных элементов, обладающих в то же время информационной

общностью» в профильном классе. Применение УДЕ в преподавании математики в классах с углубленным изучением математики дает хороший эффект

Итак, обучение в профильном классе должно быть развивающее, опережающее, научно-теоретическое.

Одно из основных направлений обновления содержания образования – достижение оптимального сочетания фундаментальных и практических знаний, направленность образовательного процесса не только на усвоение знаний, но и на развитие способностей учащихся самостоятельно добывать требуемые им знания и навыки, изучение не набора фактов, а способа и технологий их получений, расширение различного рода практикумов, интерактивных и совместных форм работы.

Компьютерные технологии являются мощным информационным средством, доступным и интересным для детей, поэтому они активно участвуют в процессе образования. Использование компьютеров в школьном образовании неизбежно. Остается определить наиболее эффектный способ применения компьютерных технологий, найти ответы на два вопроса: «Какие задачи математического образования должен решать компьютер, и каковы технологии их решения?»

Живучесть классических форм образования определяются следующими факторами:

- передача информации как в визуальной, так и в звуковой форме;
- наличие обратной связи с учащимися, в том числе и контроля самостоятельной работы;
- эмоциональное воздействие преподавателя, способствующее усвоению материала.

Внедрение новых технологий будет целесообразным, если удастся сохранить преимущества устоявшихся форм обучения, устранив при этом их недостатки. Существование разнообразных учебников в настоящее время, позволило существенно расширить возможности самообучения учащихся. Однако учебники не могут обеспечить эффектную подачу информации и обратную связь, не говоря уже об эмоциональном воздействии. Именно эти причины делают самообразование второстепенным.

Появившийся электронный учебник постепенно занимает прочное место в учебном процессе.

Использование компьютерных технологий будет эффективным при наличии электронных учебников, которые помогут обеспечить следующее:

- имитацию занятий (уроков или лекций);
- контроль знаний (с помощью системы заданий и тестов);
- возможность расширения знаний вне учебной программы (наличие в программе справочника, углубленного материала);
- индивидуальную программу для каждого пользователя.

Электронный учебник должен содержать весь учебный материал, который нужен пользователю.

Построение существующих уже электронных учебников (алгебра, стереометрия, планиметрия) обеспечивает возможность преподавателю де-

монстрировать учебный теоретический материал, осуществлять с помощью компьютера контроль знаний, использовать компьютерный справочник. Можно надеяться на повышение заинтересованность в учебе при использовании компьютерных средств обучения.

Для того, чтобы обучение было успешным, необходимо, чтобы ученик мог воспринимать материал и работать с ним. Но для этого ученику необходимо предъявить некоторую материальную модель. Курс стереометрии состоит из системы аксиом, определений, теорем и из задач, в процессе решения которых теоретический материал отрабатывается и применяется к практике. Поэтому в курсе стереометрии необходимо добиваться, прежде всего, отчетливого осознания учащимися содержания теории и умения решать задачи на основе теории.

Такому осознанию способствует наглядное представление изучаемых объектов. Использование моделей в преподавании геометрии помогает развитию абстрактного мышления ученика, развитию его пространственного воображения. Однако, учащиеся испытывают трудности при переносе воображаемой модели на плоский чертеж. Разрешить эту проблему помогает электронный учебник «Открытая математика 2.5. Стереометрия», который содержит теорию по всем вопросам школьного курса стереометрии и задачи: текстовые, с пошаговым решением.

Каждый раздел изучаемого материала сопровождается интерактивными моделями, которые можно перемещать в пространстве, рассматривать их под разным углом зрения, менять их размеры и форму.

Интерактивные модели очень важное средство наглядности, позволяющее решить многие проблемы обучения. Иллюзия трехмерности, создавшая на экране, позволяет сразу ввести учащихся в курс стереометрии.

Проведя серию уроков с применением электронного учебника, можно сделать выводы о предварительной подготовке к такому уроку. Для его проведения следует:

- объяснить учащимся основные приемы работы с электронным учебников, его структуру, особенности разделов;
- сравнить материалы учебника, лежащего в основе школьного курса с материалами электронного учебника, это позволит избежать путаницы в определениях, способах доказательства, формулировках правил и т.д.
- учитывая ограниченный набор контрольных вопросов тестирования, использовать разделы электронного учебника в комплексе со своими заданиями.

В процессе изучения геометрии были разработаны и проведены уроки с применением электронного учебника в 11 классе по следующим темам:

«Многогранники. Пирамида», «Призма», «Тела вращения», «Практикум по решению стереометрических задач»

В 8-м классе использовался учебник «Открытая математика. Планиметрия». Проведены уроки по темам: «Четырехугольники», «Решение задач на построение с помощью циркуля и линейки», «Прямоугольный треугольник».

Познакомившись с электронными учебниками, учащиеся стали самостоятельно моделировать фрагменты уроков с применением мультимедийной технологии.

Например, учащиеся 11 класса разработали урок по теме: «Метод дополнительных построений при решении стереометрических задач», а учащиеся 8-го класса выбрали теме: «Площади многоугольников».

Учащимся нравятся уроки с использованием электронного учебника. На вопрос «как вы считаете, нужны ли электронные учебники в школе? 100% опрошенных ответили «да». Среди указанных причин наиболее распространенными были ответы:

- с электронными учебниками проще работать, чем с обычными;
- легче воспринимать и усваивать материал;
- повышается интерес к предмету;
- быстрый доступ к любой теме;

Применение компьютеров на уроке позволяет преподавателю значительно повысить эффективность учебного процесса.

Интеграция информационных технологий в общеобразовательные предметы способствует повышению интереса обучающихся к предмету, расширению информационного пространства, ориентирует учителя на введение новых дидактических заданий, которые не только решают проблемные вопросы, но и расширяет внедрение современных технологий преподавания.

Косткина О.С. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПОСОБОВ ПРИНЯТИЯ МАРКЕТИНГОВЫХ РЕШЕНИЙ НА ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

(Оренбургский государственный университет)

Модели принятия решений используются в различных ситуациях при решении многих проблем, в том числе и при имитационном моделировании. Рассматриваемый ниже вариант модели принятия решений не привязан к каким-либо типам объектов и может быть, как настроен на объект определенного вида, так и применяться самостоятельно в форме достаточно универсального алгоритма принятия решений, используя “дерево” решений.

Структура модели построена на основе анализа и имитации методов, используемых человеком в практической деятельности. Человек является одной из самых сложных из доступных наблюдению систем и имеет пока наиболее эффективные и универсальные методы решения проблем различного вида.

Особенно хорошо им решаются плохо формализуемые задачи. Человек может оценить любую проблемную ситуацию по каким-либо критериям на основании предшествующего опыта подобных ситуаций и другого опыта, взвесить все положительные и отрицательные стороны проблемы и, опираясь на результаты проведенного анализа, выработать конкретное решение. Иными словами можно сказать так: человек при решении определенной проблемы *A* (выбор каких-либо параметров, действий, оценка ситуаций) в некоторой системе аксиом *G* (его опыт и знания) относительно определенного критерия *K* опирается на ряд положительных и отрицательных по отношению к критерию аналогов (фактов) *F*, имеющих определенную значимость. Сравнение положительных и отрицательных аналогов между собой дает заключение, определяющее решение данной задачи.

Формальное описание такого подхода и процедур, способных реализовать указанный алгоритм, пусть пока и не может полностью воспроизвести человеческие способности, но позволит получить интересные приложения в различных областях человеческой деятельности.

Формализация модели принятия решений

Пусть X – конечное пространство элементарных событий x, с σ -алгеброй $F(f_1, f_2, ..., f_n, ...)$ x-множеств. На σ -алгебре $F(f_1, f_2, ..., f_n, ...)$ определена вероятностная мера P. Пусть система $F(f_1, f_2, ..., f_n, ...)$ есть отображение процессов, протекающих в реальной системе $A(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_q)$ по законам, определяемым системой аксиом $G = G_1(\lambda), G_2(\lambda), ..., G_p(\lambda)$.

Пусть система F по отношению к A разбивается на две части

$$\left.\begin{array}{l} F(f_1, f_2, ..., f_n) \supset F^+(f_1, f_2, ..., f_i) \\ F(f_1, f_2, ..., f_n) \supset F^-(f_1, f_2, ..., f_j) \end{array}\right\},$$

(1)

где $i + j = n$ и

$$\left.\begin{array}{l} F^+ \cup F^- \subset F \\ F^+ \cup F^- = \emptyset \end{array}\right\}.$$

(2)

Определим введенные символы.

1. Система $A(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_q)$ – реальная динамическая система с критерием функционирования *K*, в которой действуют законы, определяемые системой аксиом *G*.

2. Система аксиом $G = G_1(\lambda), G_2(\lambda), ..., G_p(\lambda)$, при этом $G_d(\lambda)$ – отдельная аксиома функции λ, $d = \overline{1, p}$; λ представляет какое-либо пространство, либо время, либо оба эти параметра одновременно.

3. $F^+(f_1, f_2, ..., f_n, ...) \subset F$ состоит из *x*-множеств, удовлетворяющих критерию функционирования *K*.

4. $F^-(f_1, f_2, ..., f_n, ...) \subset F$ состоит из *x*-множеств, не удовлетворяющих критерию функционирования *K*.

Поскольку на *F* существует вероятностная мера *P*, то каждому $f_l \in F$ можно поставить в соответствие некоторое число $P(f_l)$, называемое его вероятностью, при условии $\lambda = \text{const}$. Назовем абсолютной вероятностью положительных F^+ и отрицательных F^- *x*-множеств соответственно числа

$$\left.\begin{array}{l} P(F^+) = \sum\limits_{k=1}^{i} P(f_k^+) \\ P(F^-) = \sum\limits_{l=1}^{j} P(f_l^-) \end{array}\right\} \qquad (3)$$

и введем ограничение

$$\sum_{k=1}^{i} P(f_k^+) + \sum_{l=1}^{j} P(f_l^-) = 1.$$

(4)

В дальнейшем *x*-множества, относящиеся к F^+ и F^-, для удобства будем именовать соответственно положительными и отрицательными фактами, а систему *F* – системой фактов. Следовательно, имеем *i* – число положительных фактов и *j* – отрицательных фактов. Исходя из этого

$$\frac{i}{i+j} \quad \text{и} \quad \frac{j}{i+j} \tag{5}$$

определяют положительную и отрицательную части всех рассматриваемых фактов, которые в то же время можно трактовать как вероятности положительного и отрицательного решения задачи с количественной точки зрения (считая факты равновероятностными).

Рассмотрение и выбор фактов, необходимых для того или иного доказательства, сложны, если учесть, что факты могут иметь различную значимость. Поэтому наряду с абсолютной вероятностью фактов в некоторых случаях будем использовать характеристику фактов с информационной точки зрения, а именно:

$$\left.\begin{aligned} H^{+} &= \sum_{k=1}^{i} P(f_k^{+}) \log P(f_k^{+}) \\ H^{-} &= \sum_{l=1}^{j} P(f_l^{-}) \log P(f_l^{-}) \end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

Выражения (6) определяют собственные энтропии положительных и отрицательных систем фактов.

Степенью правоты некоторого доказательства в системе $A(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_q)$ относительно некоторого критерия K при действии аксиом $G = G_1(\lambda), G_2(\lambda), ..., G_p(\lambda)$ назовем величину S при условии (3) и величину S^0 при характеристике фактов (6), где

$$S = \log \frac{P(F^+)}{P(F^-)},$$

(7)

$$S^0 = \log \frac{H^+}{H^-}.$$

(8)

Выражения (7) и (8) справедливы при $\lambda = \text{const}$.

Исходя из них будем иметь

$$S \to \begin{cases} > 0 \text{ при } P(F^+) > P(F^-) \\ = 0 \text{ при } P(F^+) = P(F^-) \\ < 0 \text{ при } P(F^+) < P(F^-) \end{cases}.$$

(9)

При $S > 0$ доказательство считается справедливым, $S = 0$ – невозможно сделать окончательного заключения о доказательстве, $S < 0$ – доказательство считается несправедливым.

Рассмотрим значение степени правоты при $\lambda = \text{var}$. При переменном λ меняются система аксиом и значения x-множеств относительно критерия K. Вследствие этого вероятности отдельных фатов изменяются, в результате чего получим распределение вероятностей $P(f, \lambda)$. Выражения (3) и (6) при этом примут вид:

$$\left.\begin{aligned} P(F^+,\lambda) &= \sum_{k=1}^{i} P(f_k^+,\lambda) \\ P(F^-,\lambda) &= \sum_{l=1}^{j} P(f_l^-,\lambda) \end{aligned}\right\},$$

(10)

$$\left.\begin{aligned} H^+(\lambda) &= \sum_{k=1}^{i} P(f_k^+,\lambda)\log P(f_k^+,\lambda) \\ H^-(\lambda) &= \sum_{l=1}^{j} P(f_l^-,\lambda)\log P(f_l^-,\lambda) \end{aligned}\right\}.$$

(11)

Соответственно, степень правоты станет переменной величиной и будет иметь вид:

$$S(\lambda) = \log\frac{P(F^+,\lambda)}{P(F^-,\lambda)},$$

(12)

$$S^0(\lambda) = \log\frac{H^+(\lambda)}{H^-(\lambda)}.$$

(13)

Ряд, составленный из значений степени правоты за период T_λ в функции λ, определяет изменение степени правоты за этот период, а именно:

$$S(\lambda)_{T_\lambda} = S(\lambda_1), S(\lambda_2),..., S(\lambda_\delta),..., S(\lambda_\nu),$$

(14)

причем

$$T_\lambda = \nu\Delta\lambda,$$

(15)

где ν – число замеров степени правоты за период T_λ;

$\Delta\lambda$ – интервал между замерами.

Введем понятие “коэффициент правоты”, по величине которого можно судить о возможностях доказательства в настоящий момент времени и о его тенденциях в будущем:

$$R = \log\frac{S(\lambda_{\delta+1})}{S(\lambda_\delta)}.$$

(16)

Отметим, что при $R > 0$ степень правоты $S(\lambda)$ возрастает, при $R = 0$ $S(\lambda)$ =const, при $R < 0$ $S(\lambda)$ убывает.

Если рассматривать ряд степени правоты, то коэффициент правоты R определится следующим образом. Представим ряд (14) в виде системы (17):

$$\left.\begin{aligned} S^{+}(\lambda)_{T_\lambda} &= \int_0^{T_\lambda} S^{+}(\lambda)d\lambda \\ S^{-}(\lambda)_{T_\lambda} &= \int_0^{T_\lambda} S^{-}(\lambda)d\lambda \end{aligned}\right\},$$

(17)

тогда коэффициент правоты обозначим как R^0 и рассчитаем по формуле (18):

$$R^0 = \log \frac{S^{+}(\lambda)_{T_\lambda}}{S^{-}(\lambda)_{T_\lambda}}.$$

(18)

Коэффициент R^0 дает представление о доказательстве за период T_λ .

Для примера рассмотрим некоторый холдинг промышленных предприятий, к маркетинговым задачам которого относится планирование основных показателей работы и выделение соответствующих средств предприятиям, входящим в этот холдинг. Маркетинговая служба холдинга выполняет двоякую роль: с одной стороны, стремится получить максимальную прибыль, а с другой – не потерять свой рынок на перспективу, т.е. устанавливать разумные цены. Оптимальное объединение этих сторон часто затруднительно. В таком положении, прежде чем планировать объемы выпускаемой продукции, прибыль, цены и т.п., целесообразно оценить предприятия с помощью критерия по какой-нибудь модели, позволяющей сохранить рынок и получить максимальную прибыль. Ниже приведем одну из возможных моделей, построенную на предложенном выше алгоритме.

Рассматривается холдинг $A(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_q)$ с предприятиями $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_q$.

Определим систему аксиом.

А.1. Критерий функционирования холдинга $K(k_1, k_2, ..., k_u, ..., k_n)$ зависит от заранее установленных частных критериев работы $k_1, k_2, ..., k_n$. Каждому частному критерию k_u ставится в соответствие некоторое число, определяющее его значимость по отношению к общему критерию функционирования $K(k_1, k_2, ..., k_n)$.

А.2. Критерий функционирования холдинга

$$K(k_1, k_2, ..., k_n) = \sum_{u=1}^{n} k_u .$$

А.3.Предприятия имеют текущий показатель работы $B_s(b_1, b_2, ..., b_u, ..., b_n)$ с составными частями $b_1, b_2, ..., b_n$. Каждому показателю b_u присваивается число, определяющее степень влияния данного показателя на общий показатель работы предприятия $B_s(b_1, b_2, ..., b_n)$, который определяется как:

$$B_s(b_1, b_2, ..., b_n) = \sum_{u=1}^{n} b_u \ .$$

А.4. Величины $b_u - k_u = f_u$ и $B_s - K = f_s^0$ называются фактами, характеризующими работу соответственно предприятий и холдинга. Знак факта определится знаком этих выражений.

А.5. Построение вероятностного пространства, характеризующего работу предприятий, сводится к вычислению функции

$$P(f) = \frac{|f_u|}{\sum_{u=1}^{n} |f_u|}.$$

А.6. Построение вероятностного пространства, характеризующего работу холдинга, сводится к вычислению функции

$$P(f_s^0) = \frac{\left|f_s^0\right|0}{\sum_{s=1}^{n} \left|f_s\right|}.$$

Предположим, холдинг содержит пять промышленных предприятий: $q = 5$.

Частные критерии k_u следующие: k_1 – выпуск продукции промышленного назначения, k_2 – план реализации продукции, k_3 – прибыль, k_4 – производительность труда, k_5 – качество продукции, k_6 – выполнение плана номенклатуры изделий, k_7 – расход фонда заработной платы, k_8 – выполнение плана договорных поставок, k_9 – себестоимость продукции, k_{10} – расход электроэнергии, k_{11} – социальный состав рабочих и служащих, k_{12} – выполнение плана по новой технике, k_{13} – стратегическое значение предприятия, k_{14} – климатические условия, k_{15} – географическое положение.

В таблице 1 приведены текущие значения показателей b_u, C_u, критерии k_u, факты f_u. C_u определяет максимально возможное значение показателя b_u.

Для $\lambda = t_1$ в таблице 2 даны расчетные показатели и вероятностные пространства (согласно аксиомам А.5 и А.6) и значения степени правоты $S(t)$ для предприятий и холдинга.

Таблица 1 – Показатели предприятий холдинга

C_u	k_u	α_1		α_2		α_3		α_4		α_5
		b_u	f_u	b_u	f_u	b_u	f_u	b_u	f_u	b_u
600	300	500	200	100	-200	80	-220	100	-200	34
250	200	150	-50	120	-80	70	-130	120	-80	26

300	200	180	-20	150	-50	100	-100	120	-80	150
100	80	85	5	60	-20	50	-30	90	10	10
80	60	75	15	65	5	75	15	70	10	45
100	50	40	-10	45	-5	70	20	60	10	60
60	30	50	20	35	5	50	20	50	20	40
80	40	60	20	25	-15	60	20	70	30	50
100	50	20	-30	20	-30	70	20	45	-5	40
40	20	25	5	30	10	35	15	60	40	40
60	30	35	5	40	10	50	20	20	-10	50
60	50	40	-10	30	-20	55	5	40	-10	40
60	30	45	15	40	10	50	20	60	30	35
80	40	50	10	45	5	60	20	80	40	30
20	10	20	10	20	10	15	5	20	10	15
1190						$\sum_{u=1}^{n} C_u = 1990$				

Аналогично можно определить значения показателя $S(t)$ для $t_2, t_3, ..., t_y$.

Коэффициенты правоты R и R^0 позволяют определять тенденции в изменении показателя $S(t)$. Например, для α_3 в момент времени t_4 - t_5

$$R = \log \frac{S(t_4)}{S(t_5)} = \log 18 = 1{,}22.$$

Положительный коэффициент правоты R = 1,22 показывает тенденцию к повышению показателя S в период t_4–t_5.

Таблица 2 – Расчетная таблица

Показатель	Предприятие				
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
B_s	1375	825	890	1005	1305
$F = \sum_{u=1}^{n} \lvert f_u \rvert$	425	475	660	585	305
$F^+ = \sum_{k=1}^{i} f_k$	305	55	180	200	210

$F^- = \sum_{l=1}^{j} f_l$	-120	-420	-480	-385	-95
$P(F^+)$	0,7176	0,116	0,273	0,342	0,689
$P(F^-)$	0,2824	0,884	0,727	0,658	0,311
Для всего холдинга					
f_s^0	185	-365	-300	-185	115
$F = \sum_{s=1}^{q} \left\| f_s^0 \right\| = 1150$		$F^+ = 300$		$F^- = 850$	
$P(F^+) = 0,2609$		$P(F^-) = 0,7391$		$S(t_1) = -0,452$	

Коэффициент правоты R^0 показывает тенденцию изменения показателя S за период T_λ . Для α_3 он определится как

$$S^+(t)_{T_\lambda} = \int_0^{T_\lambda} S^+(t)dt = 0,1t + 0,02t + 0,09t = 0,21t$$

$$S^-(t)_{T_\lambda} = \int_0^{T_\lambda} S^-(t)dt = 0,21t + 0,20t + 0,2t + 0,1t + 0,01t = 0,72t$$

$$R^0 = \log\frac{0,21t}{0,79t} = -0,58 .$$

В данном случае $R^0 = -0,58$, что характеризует неудовлетворительную работу предприятия α_3 за период T_λ , хотя показатель R говорит об оптимистической перспективе в будущем. Подобный метод оценки можно использовать для отдельных предприятий, анализируя работу его цехов, участков.

Таким образом, предложенная модель принятия решений позволяет сопоставить различные несоизмеримые характеристики между собой и формировать показатели степени правоты, коэффициент правоты и тому подобные, которые могут служить оценкой “отношений порядка” между отдельными элементами имитационной модели. Так, в рассмотренном примере произведена сопоставимая оценка 5 предприятий. Данные показатели можно использовать для оценки “отношений порядка” между этими предприятиями. При построении имитационной модели отрасли, приоритетность взаимодействия вышестоящего элемента с нижестоящими может строиться исходя из значений степени правоты. Механизм взаимоотношений может быть промоделирован при помощи каких-либо логических, расчетных или иных процедур, задаваемых вышестоящим элементом (в нашем случае холдингом).

Список использованной литературы:

1. Багаутдинова Н.Г., Новиков Д.С., Саламашкин В.А. Промышленный маркетинг. – М.: ЗАО “Издательство “Экономика”, 2004. – 238 с.

2. Кобелев Н.Б. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем. – М.: Издательство “Дело”, 2003. – 336 с.

3. Кобелев Н.Б. Практика применения экономико-математических моделей. М.: Финстатинформ, 2000. – 322 с.

4. Просветов Г.И. Прогнозирование и планирование: Задачи и решения. – М.: “РДЛ”, 2005. –285 с.

5. Федосеев В.В. Экономико-математические методы и прикладные модели. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 246 с.

Крючкова И.В. К ВОПРОСУ ИЗУЧЕНИЯ МАТРИЧНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

(Оренбургский государственный университет)

За последнее десятилетие кардинально изменилась система подготовки экономистов в Российских вузах. После снятия идеологических барьеров и перехода страны к рынку вузовские экономические учебные программы обратились к общемировым стандартам, по которым образование экономиста в вузе держится на трех китах: макроэкономика, микроэкономика и эконометрика /2/. В стране было издано много новых учебников, в том числе и переведенных известных на Западе учебников по макро- и микроэкономике. Также обстоит дело и с учебной литературой по эконометрике. Первыми появились в конце 90-х годов учебники по эконометрике К.Доугерти /1/ и Я.Р.Магнуса /2/.

Любой западный учебник по эконометрике предполагает знание математики на том или ином уровне, соответствующем уровню подготовки специалиста (бакалавр, магистр). К примеру, К.Доугерти /1/ сокращает до минимума математические требования к читателю. Учебник Я.Р.Магнуса /2/, напротив, требует серьезных математических познаний, о чем можно судить хотя бы по тому, что этот учебник апробировался в Российской Экономической Школе (РЭШ), слушателями которой были выпускники экономического, механико-математического факультетов, факультета ВМК МГУ, причем вступительный экзамен в РЭШ сдавался, в том числе, и по математике. В Оренбурском государственном университете учебник Я.Р.Магнуса /2/ практически не используется из-за недостаточной математической подготовки студентов.

В разделе алгебры курса математики образовательный стандарт по большинству экономических специальностей позволяет рассчитывать на то, что студенты будут готовы в дальнейшем к восприятию серьезного доказательного курса эконометрики. В разделе дифференциального исчисления, к сожалению, это не так. Дифференциальное исчисление матричных функций ($R^n \to R^m$) не содержится ни в одном из образовательных стандартов экономических специальностей. Без использования аппарата матричного дифференцирования невозможны основные эконометрические выводы, в том числе и доказательство теоремы Гаусса-Маркова. К тому же за последние годы резко уменьшилось количество часов математики на экономических специальностях, что крайне удивительно, так как в начале XXI века экономика признана наиболее математизированной наукой и большинство Нобелевских премий по экономике были присуждены за исследования в области математической экономики.

Следствием выхода из ситуации, когда доказательное изложение эконометрики невозможно, стало появление учебной литературы «облегченного типа», авторы которых избегают математической строгости и четкости изложения. К примеру, основная теорема эконометрики – теорема Гаусса-Маркова может даже не упоминаться. Для восприятия такой литературы не требуется ника-

кой математической подготовки, кроме навыков вычислений и, может быть, нахождения производных. Как иронично пишет В.Н.Тутубалин: «Компьютерная революция привела к тому, что вообще нет необходимости знать формулы, по которым производятся вычисления. Это большое облегчение для тех учащихся, кому математика вообще противопоказана» /3/. Принято считать, что система образования классического университета отличается академической строгостью, доказательностью и согласованностью курсов. Понятно, что «облегченные учебники» не соответствуют этим требованиям.

В Оренбургском государственном университете эконометрика читается не только на экономических специальностях, но и на некоторых специальностях факультета информационных технологий (ФИТ). Студенты ФИТ имеют серьезную математическую подготовку. Обидно не использовать этот потенциал и ориентировать студентов на чтение «облегченных учебников». В тоже время и этим студентам без изучения дополнительных глав математического анализа не понять основных эконометрических выводов и доказательств.

Матричное дифференцирование не изучается в курсе математического анализа. Образовательные стандарты по математическому анализу на специальностях факультета информационных технологий слишком общи: «дифференциальное и интегральное исчисления». В большинстве случаев лекторы останавливаются на дифференциальном исчислении функции одной переменной и дифференциальном исчислении функций нескольких независимых переменных. Традиционные учебники по математическому анализу также не содержат матричного дифференцирования. В последние годы появилась переводная литература, содержащая этот раздел, в основном это узконаправленные издания в помощь пользователям прикладных программных продуктов. Их можно рассматривать как справочники, но не как полноценные учебные пособия. К тому же при переводе возникает проблема несоответствия терминов.

В русскоязычной математике нет понятия производной функции нескольких переменных – используется понятие градиента: $gradf = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$. В учебнике Я.Р.Магнуса /2/ под производной по векторному аргументу понимается градиент. В классическом изложении математического анализа, основанном на аппарате «$\varepsilon - \delta$ », обычно употребляют термин «ε -окрестность точки n-мерного пространства». В переводных учебниках чаще употребляется «$n-$ мерный шар». Понятие аффинной функции трудно найти в русскоязычных математических справочниках, чаще употребляется линейная векторная функция $f(X) = A \cdot X$. Нашему студенту привычно обозначение частных производных $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}$, а в переводной литературе чаще встречаем $D_i \cdot f_j$.

Таким образом, для построения согласованных курсов, доказательного изложения методов прикладных наук (как это принято в классических универ-

ситетах) существует необходимость рассмотрения матричного дифференцирования в курсе математического анализа. Автор считает следующие понятия основными при изучении матричного дифференцирования:

1. скалярные функции матричного аргумента (собственные значения, определитель); векторные функции матричного аргумента (собственные вектора); матричные функции (обратная, сопряженная, МП-обратная);
2. дифференциал определителя;
3. дифференциал обратной функции;
4. дифференциал присоединенной матрицы;
5. дифференцирование собственных значений и собственных векторов;
6. второй дифференциал собственного значения;
7. дифференциалы первого порядка и матрицы Якоби;
8. дифференциалы второго порядка и матрицы Гессе.

Список использованных источников:

1. Доугерти К. Введение в эконометрику. Пер. с англ. –М.:ИНФРА-М, 1997. (оригинальное издание – 1992 г.) –XIV, 402 с.
2. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. Учебное пособие. М.: Дело, 1996. – 248 с.
3. Тутубалин В.Н. Эконометрика: образование, которое нам не нужно. – М.: ФАЗИС, 2004. - 168 с.
4. J.R.Magnus, H.Neudecker. Matrix differential calculus with applications in statistics and econometrics. J.Wiley&Sons Ltd, 1999.

Кулиш Н.В. ПОВЫШЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ РЕЙТИНГОВОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

(Оренбургский государственный университет)

Математизация и компьютеризация практически всех областей знаний требует более глубокого подхода к математическому образованию в высшей школе. Курс математики должен быть обеспечен дидактическими материалами, способствующими формированию математических знаний и умений студентов.

Дидактические материалы с профессиональной направленностью позволяют успешно решить проблему формирования самостоятельности учения студентов. Эта проблема лежит на стыке обучения и воспитания и является одной из основных в современном обучении. Можно утверждать, что реализация целей образования зависит от устойчивой самостоятельности учения студентов как одной из ведущих характеристик его личностной направленности.

Основными факторами процесса самостоятельности студентов вуза при изучении математики являются: повышение самостоятельности студентов в контроле усвоения знаний, усиление информативной емкости содержания образования за счет активизации субъектной позиции студента, развитие навыков его самостоятельного учебного труда.

Самостоятельная работа студентов требует наличия информационно-предметного обеспечения: учебников, учебных и методических пособий, конспектов лекций, опорных конспектов, средств информационной поддержки ПЭВМ в виде автоматизированных курсов или другой информации, обеспечивающей получение знаний, справочников по тому или другому вопросу изучаемого предмета, соответствующей материальной базы (лабораторное оборудование, тренажеры, ТСО, ПЭВМ и т.п.). Методические материалы должны обеспечивать возможность самоконтроля студента по тому или иному блоку учебного материала или предмета в целом. Рекомендуется также соответствующая научная и специальная монографическая и периодическая литература.

В учебном плане не случайно увеличена доля времени, приходящаяся на самостоятельную работу студентов. Традиционное изложение вузовских курсов естественно – научных дисциплин носит информационный характер. Огромный объем новой информации, усвоение которой, кроме всего прочего, затрудняется большой численностью студентов на лекциях, не может быть усвоен вне их самостоятельной работы.

Практика подготовки специалистов в высших учебных заведениях показывает, что традиционные формы и методы оценки качества усвоения студентами изученной информации недостаточно стимулируют процесс самостоятельности их в этой деятельности, не способствуют адекватности этой оценки действительному уровню знаний, умений и навыков.

Качество контроля усвоения учебной информации можно повысить лишь на базе прогрессивных обучающих технологий, ориентированных на реализа-

цию таких дидактических норм как интенсификация и оптимизация самоконтроля знаний студентами в учебном процессе, индивидуализация и дифференциация учебной деятельности обучающихся, объективизация поэтапного и итогового контроля результатов обучения. На данный период времени разработаны теоретические предпосылки компьютерной технологии обучения, обеспечивающей реализацию основных принципов дидактики, связанных не только с процессом обучения, но и с процессом учения студентов, их самостоятельной познавательной деятельностью, обучением самоконтролю предметных знаний по курсу математики.

В настоящее время в высшей школе педагогический тест используется, как правило, лишь как средство объективного контроля знаний после окончания каждого учебного модуля. Включение различных форм тестовых заданий в процессе самообучения и самоконтроля повышает психологическую привлекательность обучающей программы, реализует на деле субъектную позицию студента в обучении. Автоматизированная адаптивная модульно-рейтинговая система обучения и контроля знаний студентов представляет собой комплекс дидактических и программных средств, предназначенных для автоматизации учебного процесса, и охватывает в рамках единой дидактической системы решение задач обучения, подготовку учебных курсов, управление средствами обучения и исследование эффективности процесса обучения.

Поэтому применение такой дидактической системы позволяет активизировать самостоятельное мышление студента, автоматизировать адаптивную контролирующую систему педагогических действий по модульно-рейтинговой оценкой знаний обучающихся, осуществить студентам интериоризацию умений и навыков в решении профессиональных задач. Тестовый контроль знаний студентов в виде банка критериально- ориентированных тестов достижений по математике с использованием системы автоматизированной обработки результатов контроля существенно меняет позицию преподавателя в учебном процессе. Функция информационного обеспечения учебного процесса в деятельности преподавателя становится менее значимой, чем функция организации процесса самопознания студента как носителя математических знаний.

К прогрессивным методам контроля следует отнести рейтинговый метод как способ осознания студентом степени самостоятельности в оценке собственных знаний, умений и навыков по математике. Этот метод обладает такими важными преимуществами перед традиционными методами контроля знаний, как более высокая объективность контроля и дифференциация оценки (результаты тестов могут быть представлены, если необходимо, в более дифференцированных шкалах, содержащих больше градаций оценки). Поэтому увеличиваются и возможности студентов в самоконтроле знаний по математике.

Тестирование обладает заметно более высокой эффективностью и в систематизации знаний студентов по математике, чем традиционные методы контроля. У студентов появляется возможность сравнительной оценки полноты и всесторонности знаний по основным разделам курса математики. Это процесс носит массовый характер, поскольку тесты можно одновременно проводить на больших группах студентов. Да и обработка результатов для получе-

ния окончательных оценок проводится легче, быстрее, чем, скажем, проверка-контрольных работ.

Рейтинг служит развитию и закреплению системного подхода студентов к изучению дисциплины. Обобщая достоинства рейтинговой системы как одного из инновационных методов контроля знаний, можно констатировать, что рейтинговая система- это не только оценка уровня усвоения знаний студентов, но и метод системного подхода к развитию их самостоятельности в изучении такой дисциплины как математика.

При рациональном, с дидактически оправданной позиции, разделении математики на блоки, становится возможным ее усвоение каждым обучающимся самостоятельно. В этом случае самостоятельная работа студентов, ее реализация в вузе, создает условия для развития личности студента.

Самостоятельная деятельность по приобретению студентами знаний и умений предполагает четкую регламентацию обучения в зависимости от содержания предмета, условий обучения, уровня подготовленности студентов к восприятию и усвоению материала. Поэтому при рейтинговом контроле знаний следует тщательно прорабатывать и затем сообщать студентам пооперационный состав их деятельности по самооценке математических знаний.

Тесты, при профессиональном конструировании и применении, экономят время педагога на проведение однообразных операций контроля знаний. Но ни в одной современной дидактической системе они не являются единственным средством контроля. Сложные знания и умения отдельные тестовые задания действительно не могут измерять. Но любое сложное задание можно, при определенной переработке, представить в виде суммы простых (например, в виде блочных тестов).

В качестве составной части самостоятельной работы студентов в вузе целесообразно рекомендовать компьютерный практикум по математике. Целью внедрения средств автоматизации математических расчетов являются не только расширение фундаментальных знаний студентов как результата исследования и анализа математических понятий и фактов, но и формирование навыков самостоятельной оценки степени овладения практическими приемами работы в изучении математики. Эти приемы закрепляются в курсовом, дипломном проектировании и научной работе студентов.

Список использованной литературы:

1.Формирование профессиональной культуры специалистов XXI века в техническом университете: Труды 3-й Междунар. науч.-практ.конф. СПб.: Изд-во СПбПУ, 2003.840 с.

2.Чернилевский Д.В. Дидактические технологии в высшей щколе: Учеб.пособие для вузов.-М.:ЮНИТИ-ДАНА,2002.-437 с.

Лелонд О. В. ОГРАНИЧЕННОСТЬ МУЛЬТИПЛИКАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВАХ ЛОРЕНЦА

(Тольяттинский государственный университет)

Пусть $\overline{A} = (A_0, A_1)$ – банахова пара, то есть два банаховых пространства, алгебраически и топологически вложенные в некоторое отделимое топологическое линейное пространство $\mathcal{A}$. Суммой пространств $A_0 + A_1$ называется множество элементов $x \in \mathcal{A}$ таких, что $x = x_0 + x_1$, $x_0 \in A_0$, $x_1 \in A_1$, с нормой

$$\| x \|_{A_0 + A_1} = \inf_{x_0 + x_1 = x} (\| x_0 \|_{A_0} + \| x_1 \|_{A_1}).$$

На пересечении $A_0 \cap A_1$ вводится норма

$$\| x \|_{A_0 \cap A_1} = \max(\| x \|_{A_0}, \| x \|_{A_1}).$$

Пространства $A_0 + A_1$ и $A_0 \cap A_1$ являются банаховыми пространствами.

Пусть заданы три банаховы пары $\overline{A} = (A_0, A_1)$, $\overline{B} = (B_0, B_1)$, (A, B). Предположим, что

$$A_0 \cap A_1 \subset A \subset A_0 + A_1, \quad B_0 \cap B_1 \subset B \subset B_0 + B_1.$$

Пара (A, B) называется интерполяционной относительно пар $\overline{A}$, $\overline{B}$, если всякий линейный оператор T, ограниченно действующий из A_i в B_i, $i = 0,1$, ограничен из A в B и

$$\| T \|_{A,B} \le C \max_{i=0,1} \| T \|_{A_i, B_i},$$

где C не зависит от T. Если $A = B$, $A_0 = B_0$, $A_1 = B_1$, то говорят, что пространство A интерполяционно относительно пространств A_0, A_1.

На $R_+^1 \times (A_0 + A_1)$ определим выпуклый функционал

$$K(t, x, \overline{A}) = K(t, x) = \inf_{x_0 + x_1 = x} (\| x_0 \|_{A_0} + t \| x_1 \|_{A_1}).$$

Заметим, что $K(t,x)$ эквивалентен $\| x \|_{A_0 + A_1}$ при $t > 0$.

Пусть $0 < \theta < 1$, $1 \le p \le \infty$. Через $(A_0, A_1)_{\theta, p}$ обозначим множество тех x из $A_0 + A_1$, для которых конечна норма

$$\| x \|_{\theta, p} = \begin{cases} \left(\int\limits_0^\infty (K(t,x) t^{-\theta})^p \dfrac{dt}{t} \right)^{1/p}, & p < \infty; \\ \sup\limits_{t > 0} K(t,x) t^{-\theta}, & p = \infty. \end{cases}$$

Пара пространств $((A_0, A_1)_{\theta, p}, (B_0, B_1)_{\theta, p})$ является интерполяционной относительно пар $\overline{A}, \overline{B}$. Более того,

$$\| T \|_{(A_0, A_1)_{\theta, p}, (B_0, B_1)_{\theta, p}} \le \| T \|_{A_0, B_0}^{1-\theta} \| T \|_{A_1, B_1}^{\theta}$$

для любого оператора $T \in L(A_0,B_0) \cap L(A_1,B_1)$ и всех θ, p. (Здесь через $L(A_i,B_i)$ обозначено множество всех линейных ограниченных операторов, действующих из A_i в B_i.) Отображение $(0,1)\times[1,\infty]\times\overline{A} \to \overline{A}_{\theta,p}$ называется функтором вещественной интерполяции.

Приведём теперь конструкцию функтора комплексной интерполяции. Обозначим через $F(\overline{A})$ пространство функций со значениями в $A_0 + A_1$, ограниченных и непрерывных в полосе $0 \le \mathrm{Re}\, z \le 1$, голоморфных в открытой полосе $0 < \mathrm{Re}\, z < 1$ и таких, что

$$f(j+it) \in A_j \text{ для всех } t \in R^1, \quad \lim_{t\to\infty} \| f(j+it) \|_{A_j} = 0,$$

$f(j+it)$ – непрерывная функция в A_j, $j = 0,1$. В $F(\overline{A})$ вводится норма

$$\| f \|_{F(\overline{A})} = \max_{j=0,1} \sup_{t\in R^1} \| f(j+it) \|_{A_j}.$$

Если $0 < \theta < 1$, то через $[A_0,A_1]_\theta$ обозначается множество таких $x \in A_0 + A_1$, что $x = f(\theta)$ для некоторой $f \in F(\overline{A})$, с нормой

$$\| x \|_\theta = \inf_{f(\theta)=x} \| f \|_{F(\overline{A})}.$$

Отображение $(0,1)\times\overline{A} \to [A_0,A_1]_\theta$ называется функтором комплексной интерполяции. Если $T \in L(A_0,B_0) \cap L(A_1,B_1)$ и если норму T как оператора из $[A_0,A_1]_\theta$ в $[B_0,B_1]_\theta$ обозначить через $\| T \|_\theta$, то

$$\| T \|_\theta \le \| T \|^{1-\theta}_{A_0,B_0} \| T \|^{\theta}_{A_1,B_1}.$$

Приведённые выше определения и факты, касающиеся интер-поляционных пространств, взяты из [1] и [5].

Функциональное банахово пространство E на $[0,1]$ с мерой Лебега называется симметричным, если

1) из того, что $y \in E$ и $|x(t)| \le |y(t)|$ почти всюду на $[0,1]$ вытекает $x \in E$ и $\| x \|_E \le \| y \|_E$;
2) из того, что $y \in E$ и функция $|x(t)|$ равноизмерима с функцией $|y(t)|$, следует $x \in E$ и $\| x \|_E = \| y \|_E$.

Если E – симметричное пространство (СП), то через E' обозначается множество измеримых на $[0,1]$ функций, для которых

$$\| x \|_{E'} = \sup_{\| y \|_E \le 1} \int_0^1 x(t)y(t)dt < \infty.$$

Известно, что E' также СП. Если E сепарабельно, то E' совпадает с сопряжённым пространстваом E^* и их нормы равны.

Важным классом СП являются пространства Лоренца L_{pq} [1,5,7,8].

Пусть $1 < p < \infty$, $1 \le q \le \infty$. Пространством Лоренца L_{pq} называется множество всех суммируемых функций на $[0,1]$ таких, что $\| x \|_{pq} < \infty$, где

$$\|x\|_{pq}=\begin{cases}\left[\dfrac{q}{p}\displaystyle\int_0^1\left(t^{1/p}x^*(t)\right)^q\dfrac{dt}{t}\right]^{1/q}, & 1<p<\infty,\ 1\le q<\infty,\\ \sup\limits_{t\in(0,1]} t^{1/p}x^*(t), & 1<p<\infty,\ q=\infty.\end{cases}$$

Здесь $x^*(t)$ – перестановка функции $|x(t)|$ в убывающем порядке. Заметим, что при $p=q>1$ $L_{pp}=L_p$ и $\|x\|_{pp}=\|x\|_{L_p}$. Для $1\le q_1\le q_2\le\infty$ пространство L_{pq_1} вложено в пространство L_{pq_2} и $\|x\|_{pq_2}\le\|x\|_{pq_1}$. При $q>p$ $\|\cdot\|_{pq}$ – квазинорма, эквивалентная некоторой норме.

Системой Хаара называют ортонормированную на $[0,1]$ систему функций

$$\chi_0^0(t)\equiv 1,\quad \chi_n^k(t)=\begin{cases}2^{n/2}, & (k-1)2^{-n}<t<(k-1/2)2^{-n},\\ -2^{n/2}, & (k-1/2)2^{-n}<t<k2^{-n},\\ 0 & \text{для остальных } t\in[0,1],\end{cases}$$

где $1\le k\le n$, $n=0,1,\ldots$. Множество индексов (n,k), определяющих систему Хаара, обозначим через Ω. Иногда удобно использовать одноиндексную систему Хаара с естественной нумерацией. Формула $m=2^n+k$ устанавливает взаимно однозначное соответствие между Ω и множеством натуральных чисел.

Система Хаара является базисом в любом сепарабельном СП E, т. е. любой элемент $x\in E$ однозначно представим в виде $x=\sum\limits_{(n,k)\in\Omega} c_{n,k}(x)\chi_n^k$, причём коэффициенты $c_{n,k}(x)$ определяются формулами

$$c_{n,k}(x)=\int_0^1 x(t)\chi_n^k(t)dt.$$

Всякая последовательность $\lambda=(\lambda_{n,k})_{(n,k)\in\Omega}$ порождает мультипликатор Λ, который на полиномах по системе Хаара определяется следующим образом:

$$\Lambda\left(\sum_{n,k} c_{n,k}\chi_n^k\right)=\sum_{n,k}\lambda_{n,k}c_{n,k}\chi_n^k.$$

В дальнейшем будем рассматривать сепарабельные или сопряжённые к сепарабельным СП.

Все изложенные выше сведения о СП содержатся в [5, 9], о системе Хаара – в [3, 4, 9, 10].

Теорема 1 [2]. Пусть E и F – СП на $[0,1]$. Если Λ непрерывен из E в F, то Λ непрерывен из F' в E' и $\|\Lambda\|_{E,F}=\|\Lambda\|_{F',E'}$.

Пара СП (E,F) порождает нормированное пространство последовательностей $[E,F]$ с нормой $\|\lambda\|_{[E,F]}=\sup\limits_{\|x\|_E\le 1}\|\Lambda x\|_F$.

Теорема 2 [10,12.1]. Для всех $1<p\le q<\infty$

$$\|\Lambda\|_{L_p,L_q}\approx\sup_{(n,k)\in\Omega}2^{n(1/p-1/q)}|\lambda_{n,k}|,$$

где знак $\approx$ означает двусторонние оценки с константами, зависящими только от p и q.

Теорема 3 [2]. Пусть $1 < p < q < \infty$. Если мультипликатор Λ ограниченно действует из L_p в L_q, то Λ ограниченно действует из $L_{p,r}$ в $L_{q,r}$ для любого $1 \le r \le \infty$. В частности, Λ ограничен из L_p в $L_{q,p}$.

Рассмотрим мультипликаторы Λ такие, что $\lambda_{n,k}$ не зависит от k, и обозначим

$$\lambda_{n,k} = \lambda_n \tag{1}$$

Ради краткости обозначим норму мультипликатора Λ из $L_{p,\infty}$ в $L_{p,1}$ через $\| \Lambda \|_p$.

Теорема 4 [2]. Пусть $1 < p < \infty$, Λ – мультипликатор вида (1) и $|\lambda_0| \ge |\lambda_1| \ge |\lambda_2| \ge \ldots$. Для непрерывности Λ из $L_{p,\infty}$ в $L_{p,1}$ необходимо и достаточно, чтобы $\lambda \in l_1$. Более того, $\| \Lambda \|_p \approx \| \lambda \|_{l_1}$, причём константы эквивалентности зависят только от p.

Теорема 5. Пусть

$$1 < p \le q < \infty,\ 1 < r < \infty,\ 1 \le \nu \le \mu \le \infty,\ \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{r},\ |\lambda_{n,k}| \le \lambda_n 2^{n(1/q - 1/p)},$$

где $\lambda_n \downarrow 0$ и $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots) \in l_r$. Тогда мультипликатор Λ ограничен из $L_{p,\mu}$ в $L_{q,\nu}$.

Для доказательства теоремы 5 нам потребуется

Лемма. Пусть (E_0, E_1), (F_0, F_1) – две банаховы пары ((E_0, E_1) - пара пространств последовательностей), и пусть линейный оператор A определён на конусе K неотрицательных монотонно убывающих к нулю последовательностей и

$$\| A\lambda \|_{F_i} \le C_i \| \lambda \|_{E_i}, \quad i = 0,1,$$

для всех $\lambda \in K \cap E_i$. Если для любых $\lambda \in (E_0 + E_1) \cap K$

$$K(t, \lambda, E_0, E_1) = \inf_{\substack{u+v=\lambda \\ u \in E_0 \cap K \\ v \in E_1 \cap K}} (\| u \|_{E_0} + t \| v \|_{E_1}), \tag{2}$$

то

$$\| A\lambda \|_{(F_0, F_1)_{\theta,p}} \le C_0^{1-\theta} C_1^{\theta} \| \lambda \|_{(E_0, E_1)_{\theta,p}}$$

для любого $\lambda \in (E_0, E_1)_{\theta,p} \cap K$, где $0 < \theta < 1$, $1 \le p \le \infty$.

Доказательство леммы проводится точно так же, как и доказа-тельство теоремы 3.1.2 [1] об интерполяции линейных операторов в пространствах вещественного метода.

Доказательство теоремы 5. Если $|\lambda_{n,k}| \le 2^{n(1/q - 1/p)}$ $(p < q)$, то Λ ограничен из $L_{p,s}$ в $L_{q,s}$ для любого $s \in [1, \infty]$ (теорема 3). В частности, Λ

ограничен из $L_{p,\infty}$ в $L_{q,\infty}$. Для фиксированного полинома по системе Хаара x рассмотрим оператор $A\lambda = \lambda x$. Сформулированный выше результат означает, что оператор A ограничен из l_∞ в $L_{p,\infty}$ и

$$\| A \|_{l_\infty, L_{p,\infty}} \le C_0 \| x \|_{L_{p,\infty}} . \tag{3}$$

В теореме 4 доказано, что если

$$\lambda_{n,k} = \lambda_n \text{ для } k = 1,2,\ldots,2^n \text{ и } \lambda_n \downarrow 0, \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n < \infty ,$$

то Λ ограничен из $L_{p,\infty}$ в $L_{p,1}$. Так как $\| \lambda \|_{L_{p,\infty}, L_{p,\infty}} < \infty$, если $|\lambda_{n,k}| \le 1$ для всех $(n,k) \in \Omega$ [10, th. 6.6], то

$$\| A \|_{l_1, L_{p,\infty}} \le C_1 \| x \|_{L_{p,\infty}} \tag{4}$$

для $|\lambda_{n,k}| \le \lambda_n$ и $\lambda_n \downarrow 0$.

Заметим, что условие (2) леммы будет выполнено (см. док-во теор. 5.2.1 из [1]). Применяя лемму и неравенства (3), (4), получаем, что оператор A ограничен из $K \cap (l_\infty, l_1)_{\theta, \frac{1}{\theta}}$ в $(L_{p,\infty}, L_{p,1})_{\theta, \frac{1}{\theta}}$, $0 < \theta < 1$, и

$$\| A \|_{(l_\infty, l_1)_{\theta, \frac{1}{\theta}}, (L_{p,\infty}, L_{p,1})_{\theta, \frac{1}{\theta}}} \le C_0^{1-\theta} C_1^{\theta} \| x \|_{L_{p,y}} . \tag{5}$$

Хорошо известно [1, теор. 5.2.1], что

$$(l_\infty, l_1)_{\theta, \frac{1}{\theta}} = l_{\frac{1}{\theta}} . \tag{6}$$

В силу [1, теор. 5.3.1] при $1 < p < \infty$, $0 < \theta < 1$ с точностью до эквива-лентности

$$(L_{p,\infty}, L_{p,1})_{\theta, \frac{1}{\theta}} = L_{p, \frac{1}{\theta}} . \tag{7}$$

Из (5), (6) и (7) вытекает, что A ограничен из $l_{\frac{1}{\theta}}$ в $L_{p, \frac{1}{\theta}}$ и

$$\| A \|_{l_{\frac{1}{\theta}}, L_{p, \frac{1}{\theta}}} \le C_2 \| x \|_{L_{p,\infty}} ,$$

где константа C_2 зависит только от p и θ. Это означает, что муль-типликатор Λ ограничен из $L_{p,\infty}$ в $L_{q,r}$. В силу теоремы 1 Λ ограничен из $(L_{q,r})'$ в $(L_{p,\infty})'$. Известно (см. [6], [8]), что $(L_{q,r})' = L_{q',r'}$. Поэтому Λ ограничен из $L_{q',r'}$ в $L_{p',1}$. Так как

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{q'} - \frac{1}{p'} ,$$

то Λ ограничен из $L_{p,r'}$ в $L_{q,1}$ и

$$\| \Lambda \|_{L_{p,r'}, L_{q,1}} \le C_2, \quad \| \Lambda \|_{L_{p,\infty}, L_{q,r}} \le C_2$$

для некоторого $C_2 > 0$.

Применяя к этим двум парам комплексный метод интерполяции [1, теор. 4.1.2] получаем

$$\| \Lambda \|_{[L_{p,r'}, L_{p,\infty}]_\theta, [L_{q,1}, L_{q,r}]_\theta} \le C_2$$

для любого $\theta \in [0,1]$. В силу [1, теор. 4.7.2]

$$[L_{p,r'}, L_{p,\infty}]_\theta = L_{p, \frac{1-\theta}{r'} + \frac{\theta}{\infty}} = L_{p, \frac{1-\theta}{r'}}, \quad [L_{q,1}, L_{q,r}]_\theta = L_{q, \frac{1-\theta}{1} + \frac{\theta}{r}}.$$

Так как

$$1 - \theta + \frac{\theta}{r} - \frac{1-\theta}{r'} = (1-\theta)\left(1 - \frac{1}{r'}\right) + \theta \frac{1}{r} = \frac{1-\theta+\theta}{r} = \frac{1}{r},$$

то, обозначая

$$\frac{1-\theta}{r'} = \frac{1}{\mu}, \quad 1 - \theta + \frac{\theta}{r} = \frac{1}{\nu},$$

получаем, что Λ ограничен из $L_{p,\mu}$ в $L_{q,\nu}$. ▪

Литература

1. Берг Й. Интерполяционные пространства. Введение / Й. Берг, Й. Лёфстрём. – М.: Мир, 1980. – 264 с.
2. Брыскин И. Б. Мультипликаторы рядов Фурье – Хаара / И.Б. Брыскин, О.В. Лелонд, Е.М. Семёнов // Сибирский математический журнал. –2000. –Т.41, №4. – С. 758 – 766.
3. Голубов Б. И. Ряды Фурье по системе Хаара / Б.И. Голубов // Математический анализ. – М.: ВИНИТИ, 1971. – С. 109 – 146. (Итоги науки).
4. Кашин Б.С. Ортогональные ряды / Б.С. Кашин, А.Л. Саакян. – М.: Наука, 1984. – 496 с.
5. Крейн С.Г. Интерполяция линейных операторов / С.Г. Крейн, Ю.И. Петунин, Е.М. Семёнов. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
6. Carothers N.L. Geometry of Lorentz spaces via interpolation / N.L. Carothers, S.J. Dilworth // Functional analysis. Proc. 4th Annu. Semin., Austin / TX (USA), 1985-86. Austin, TX : University of Texas, 1986. – P. 107–133.
7. Creekmore J. Type and cotype in Lorentz $L_{p,q}$ spaces / J. Creekmore // Indag. Math. (N.S.) – 1981. – Vol. 43, № 2. – P. 145–152.
8. Hunt R.A. On $L(p,q)$ spaces / R.A. Hunt // L' Enseignemcnt Math.– 1966.–№12. – P. 249– 276.
9. Lindenstrauss J. Classical Banach Spaces II. Function Spaces / J. Lindenstrauss, L. Tzafriri. – Berlin : Springer–Verlag, 1979. – 243 pp.
10. Novikov I. Haar series and linear operators / I. Novikov, E. Semenov // Dordrecht : Cluver Acad. Publ. – 1997. – 218 pp.

Липилина В.В., Усова Л.Б. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ВООБРАЖЕНИЯ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ – АРХИТЕКТОРОВ

(Оренбургский государственный университет)

При изучении проблемы формирования аксиологического потенциала будущих инженеров – строителей, архитекторов мы обнаружили несоответствие содержания и методов математической подготовки с современными требованиями к специалистам этого профиля, возросшей потребностью в инженерно – технических кадрах, способных анализировать, моделировать реальные производственные процессы, прогнозировать в области производственной и управленческой деятельности.

Особое внимание в данной статье мы уделяем проблеме разрешения противоречия между традиционным принятым в техническом вузе построением курса математики (в частности, геометрии), ориентированным на типовую программу государственного стандарта и необходимостью учета современных требований и реалий.

При определении понятия «аксеологический потенциал» и диагностики о сформированности этого потенциала формулируются понятия компонентов и показателей математической подготовки, исследуется вопрос структуры математического мышления. Большинство ученых (психологов, педагогов) выделяют общие факторы математического мышления: общие, вычислительные, вербальные, пространственные, рассуждение. И в качестве одного из наиболее важных компонентов в структуре математического мышления выделяют фактор пространственного мышления.

Среди отечественных авторов по интересующему нас фактору следует отметить труды Д. Мордухай – Болтовского, который пытался выделить не только компоненты математического мышления, но и различные его типы. А.Н. Колмогоров выделяет «геометрическое воображение» как качество ума, определяющее состав математических способностей. В.А. Крутецкий проводит исследование структуры математической одаренности и в числе важнейших компонентов математического мышления рассматривает способность к пространственным представлениям. Попытку разработать структуру умственной деятельности обучаемых в области геометрии предпринял Г.Д. Глейзер. Он выделяет в этой структуре «пространственный компонент», и предлагает модель его структуры. Исследованию структуры и поиску путей формирования пространственного мышления посвящены труды И.С. Якиманской, В.А. Далингера, И.Я. Каплуновича.

При изучении различных подходов к определению термина «пространственное мышление» и формулировке обобщенного понятия этого процесса нами выяснено, что пространственное мышление рассматривается учеными как «сложный психический процесс, в котором представлены результаты непосредственного чувственного восприятия реального мира, ... их понятийной

обработки и мысленного преобразования этих результатов под влиянием требований задачи, субъективных установок личности, особенностей прошлого опыта, профессиональных интересов и намерений» (И.С. Якиманская).

Пространственное мышление формируется главным образом в процессе решения графических задач, где вычленение пространственных соотношений, их преобразование, осуществляется уже на основе условно – знаковых изображений (рисунков, чертежей, схем и т.п.). В ходе решения таких задач возникает объективная необходимость создания и оперирования пространственными образами, в структуре которых отражены форма, соотношения между объектами геометрического пространства, а также количественные характеристики объектов и проекционные признаки их пространственного размещения (Г.Ф. Быкова, А.Д. Ботвинников, Б.Ф. Ломов, ВС. Столетнев).

Проанализировав различные подходы к определению термина «пространственное мышление», мы делаем вывод, что это – вид умственной деятельности человека, который обеспечивает создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения каких-либо задач. В своей наиболее развитой форме оно представляет собой оперирование образами, воспроизводящими пространственные свойства и отношения объекта. Поэтому далее мы рассматриваем процесс создания образа на различной наглядной основе и его преобразования с учетом условий поставленной задачи.

В качестве наглядного материала, на основе которого формируется образ, могут выступать:

1. Натуральные (вещественные) модели (предметы, геометрические тела, макеты, муляжи и т.п.)

2. Условно – графические изображения (чертежи, проекции, разрезы, сечения, схемы и т.п.).

3. Знаковые модели (графики, графические карты, диаграммы, различные формулы и символы, и другие интерпретированные знаковые системы).

4. Компьютерные модели (передаваемые по сети текст или изображение, различные способы представления информации на экране компьютера, графика, звук и др.).

Все эти виды учебной наглядности чувственно воспринимаемы, но их содержание принципиально различно, что определяет характер возникающих на их основе пространственных образов с различной степенью обобщенности условности, динамичности. Это обусловливает особенности оперирования образами, перекодировки их в ходе решения задачи.

Однако структура пространственного образа определяется не только характером наглядной основы, но и той функцией, которую образ выполняет в процессе решения конкретной графической задачи. В зависимости от функции в образе фиксируются не все свойства и признаки отображаемого объекта, а лишь те, которые необходимы для реализации деятельности. Следовательно, образ возникает под воздействием двух тесно связанных детерминант: наглядной основы и требований деятельности, обусловленной условиями конкретной задачи.

Пространственное мышление, будучи разновидностью образного мышления, выполняет специфическую функцию в познании и обучении. Оно позволяет вычленять из совокупности свойств реальных объектов теоретических (графических) моделей пространственные свойства и отношения, делать их объектом анализа и преобразования. Основные характерные составляющие образного мышления (динамичное перекодирование образов, оперирование ими в целях создания новых, переход к разным системам отсчета и т. п.) проявляются в пространственном мышлении в своей наивысшей форме.

Была изучена структура пространственного мышления и выделены типы оперирования пространственными образами. При этом мы опирались на метод системного анализа, согласно которому изучение структуры любого явления предполагает знание составляющих ее элементов, их взаимосвязи, уровня развития.

Мы выделяем основные компоненты пространственного мышления: создание пространственного образа на наглядной или абстрактной основе; видоизменение исходного образа в новых условиях в соответствии с требованиями новой задачи; воспроизведение образа в измененных условиях и оперирование им; создание новых образов на основе обобщенных образов, созданных ранее.

Опираясь на выделенные компоненты пространственного мышления и на исследования И.С. Якиманской, мы рассматриваем следующие типы оперирования образами:

I тип – оперирования, приводящие к изменению положения воображаемого объекта. Характеризуется тем, что исходный образ, созданный на графической основе, в процессе решения задачи мысленно видоизменяется в соответствии с условиями задачи. Эти изменения касаются пространственного положения и вида образа и не затрагивают его структурных особенностей.

II тип – оперирования, приводящие к изменению структуры воображаемого объекта. Характеризуется тем, что исходный образ под влиянием условий задачи преобразуется по структуре. Это достигается благодаря различным трансформациям исходного образа путем мысленной перегруппировки его составляющих элементов с помощью различных приемов наложения, совмещения и т.д.

III тип – оперирования, приводящие к изменению как положения, так и структуры воображаемого объекта. Характеризуется тем, что преобразования исходного образа выполняются длительно и неоднократно. Они представляют собой целую серию умственных действий, последовательно сменяющих друг друга и направленных на преобразование исходного образа одновременно и по пространственному положению, и по структуре.

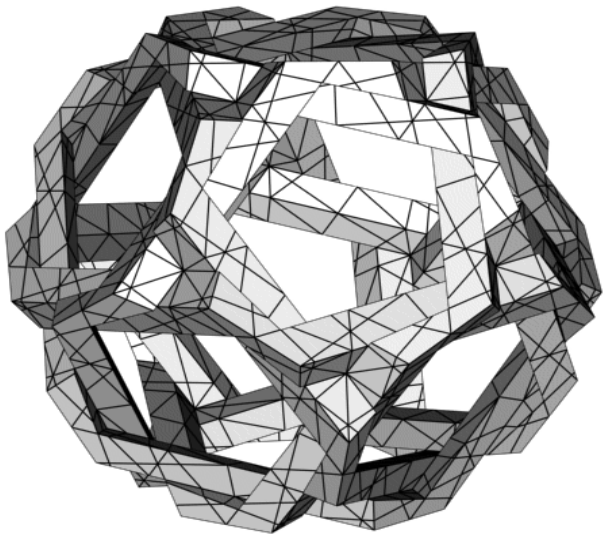
С учетом всего вышесказанного, необходимо подойти к построению курса геометрии для строителей, архитекторов и дизайнеров. Для развития пространственного мышления, для более глубокого овладения математическим методом будущими специалистами архитектурно – строительного факультета представляется необходимым включение в учебный план таких специальных дисциплин, как аналитическая, проективная, дифференциальная геометрии, топология, компьютерная геометрия. Необходимо более глубокое изучение аф-

финных и проективных преобразований, математического моделирования, что позволит студентам овладеть геометрическими основами компьютерной графики, а также методами проективографии.

Более подробно остановимся на этом методе, открытом профессором В.Н Гамаюновым. Знаменитый математик прошлого века Герман Вейль призывал всех архитекторов учиться у пчелы. Пчелиные соты имеют в потенциале 12 плоскостей. Каждую ячейку таких сот называют четырехмерным кубом, в них задействованы все 13 осей симметрии куба.

В.Н. Гамаюнову удалось открыть законы развития форм при помощи специальных чертежей – эпюр, возникающих из «кубической» и «икосаэдрической» симметрий. В пространстве икосаэдрическая эпюра позволяет задействовать до 120 плоскостей. Они могут вращаться вокруг 31 оси симметрии. И, что немаловажно, получаемые объекты упорядочены пропорцией золотого сечения. Этот новый способ построения форм он назвал проективографией. Идея проективографии оказалась настолько красивой эстетически и математически, что все операции, необходимые для создания таких конструкций были переведены на компьютерный язык, так как на практике «вручную» просто невозможно справиться с пространственным построением подобной сложности.

Теперь в считанные минуты можно просмотреть любое из миллионов возникших трехмерных формообразующих решений. Если нужно, сопроводить их двухмерными чертежами со всеми размерами, необходимыми для дальнейшей работы над объектом. Количество получаемых форм практически бесконечно. Мы как бы вносим в пространство некий «центр кристаллизации», и вокруг него начинают адсорбироваться различные пространственные формы. Благодаря этой идеологии и появился на свет объект



из 30 деревянных брусьев. Бруски соединены без всяких крепежных элементов, их заменяют шарики. Возможно, они необходимы только в процессе сборки, так как жесткость конструкции обеспечивается 20 тройными и 30 двойными узлами. Всего двойных соединений – 90. Удаление в любом месте одного бруска, двух или даже пяти, не изменяют жесткости, а удаление хотя бы одного

бревна, например, из стены бревенчатого дома грозит обрушиться верхним. Характерно, что чем больше сдавливаешь эту конструкцию, тем плотнее бруски соединяются в своих стыковочных узлах.

Сам Гамаюнов уверен, что такая конструкция может быть модулем для небоскреба. «Если бы башни рухнувших (11 сентября 2001 года) небоскребов были собраны из этих модулей, как из герметических капсул, они, по нашим соображениям, устояли бы и даже не расплавились в ходе дальнейшего обрушения».

Высокую оценку этому методу дал известный публицист математики И.М. Яглом, который был поражен виртуозным решением элементарной задачи начертательной геометрии о пересечении двух пирамид на его основе. В редком учебнике начертательной геометрии это решение доводится до конца, включая пересечение граней и составление из них разверток. Уже слишком долог путь их построения. Все построения при отображении этого решения новым методом умещаются на одном поле чертежа, при чем, во многих вариантах решения. Метод Гамаюнова дал пятидесятикратную фору традиционному методу Монжа.

Для освоения этого метода необходима иная логика пространственного абстрактного мышления. Природа этого нового качества пространственного мышления проясняется, если путем комбинаторных перестановок мы начнем представлять изменяемые расположение элементов одного и того же однородного множества. Автору нового метода удалось перешагнуть ранее запретный барьер при переходе из трехмерного пространства в двухмерное, так как был найден способ достоверного отображения элементов пространства на поле чертежа. Этот метод повлек за собой множество открытий и возможностей, например, были расшифрованы гиперпространства, которые происходили от антипризм и бипирамид, а также их целых многоярусных гирлянд гиперструктур. Остается открытым только один вопрос: сколько же существует таких модификаций пространственных симметрий, в которых действуют те же комбинаторные операции перестановок? Но этот вопрос может быть решен классической теорией групп. Имеется в виду – групп пространственных симметрий, о разновидностях которых нет исчерпывающего представления. Примечательно, что необходимость новых знаний, фундаментальности математических знаний подвигла В.Н. Гамаюнова, имевшего уже художественное образование, к учебе в аспирантуре на кафедре геометрии и защитить диссертацию по техническим наукам. Это яркое подтверждение того, что в современных условиях той математической подготовки, которую получают будущие архитекторы, явно недостаточно.

Авторы данной статьи поставили перед собой цель подготовить разработки фрагментов курса геометрии и издание учебного пособия по геометрии для архитекторов.

Липилина В.В., Узенбаев Ф.Г. ОБ ОПЫТЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ В ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ №7 ПО ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО И ВУЗОВСКОГО ФИЗИКО – МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

(Оренбургский государственный университет)

В соответствии с концепцией модернизации российского образования на период до 2010 года на старшей ступени общеобразовательной школы предусматривается профильное обучение, основной задачей которого является «создание системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся…»

Идея создания профильных классов в сш№7 родилась в 2001г. и, после проработки, стала реализовываться в 2002г. Необходимость создания профильных классов в школе была обусловлена двумя основными факторами: во-первых, желанием родителей и, конечно, самих учащихся изучать углубленно ряд предметов в обычной общеобразовательной школе, во-вторых, потребностью в более основательной подготовке наших учащихся к поступлению в высшее учебные заведения (так как в этот период прослеживается резкий разрыв между уровнем подготовки учащихся в общеобразовательных школах и уровнем вступительных экзаменов в ВУЗ).

В течении 2002 года был заключен договор о сотрудничестве с Оренбургским государственным университетом. По этому договору 2002- 2003, 2003-2004, 2004-2005 учебных годах формируются 8 – 11 классы, в которых ведется дополнительная подготовка по предметам: физики, математики и информатики.

Зачисление в профильные классы школы осуществляется по результатам конкурсных испытаний по физике и математике и собеседования с учащимися и их родителями.

Обучение в физико-математических классах ведется по программам, утвержденным Министерством Образования Российской Федерации, выполняются требования государственных образовательных стандартов к качеству знаний, умений и навыков выпускников общеобразовательных школ и уровню их подготовки к ЕГЭ, реализуются программы углубленной подготовки по физике, математике и информатике.

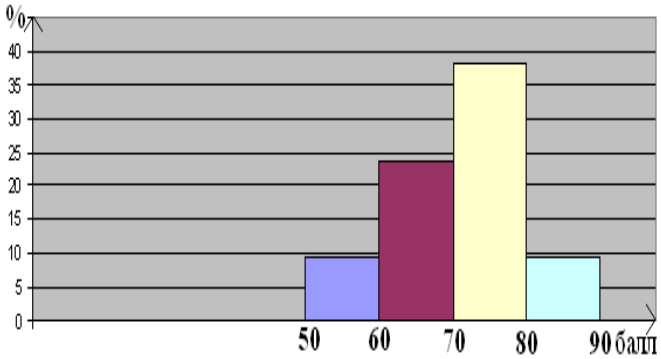
Преподавание в профильных классах физики, математики, информатики, а также элективных курсов осуществляются преподавателими ОГУ: доцент кафедры ОФ Узенбаев Ф.Г., зав. кафедрой алгебры, доцент, Липилина В.В., доцент кафедры алгебры Сикорская Г.А., старший преподаватель кафедры ПМ Василего И.П., преподаватель кафедры ОФ Усманова Э.К., старший преподаватель кафедры ОФ Кучеренко М.А., преподаватель кафедры ОФ Волков Е.В., преподаватели кафедры МОИС Петренко Н.Ю., Шнякина Е.А.

Преподаватели ОГУ работают по авторским программам, утвержденным на кафедрах математического и физического факультетов, на НМС факультетов. Часть занятий лабораторного практикума проводят на базе университета.

За три года эксперимента проведено два первых выпуска (21 и 16 человек) учащихся профильных классов, обучавшихся по двухлетней программе сш.№7 и все выпускники стали студентами вузов.

Выпуск физико-математического класса сш № 7 в 2004 году

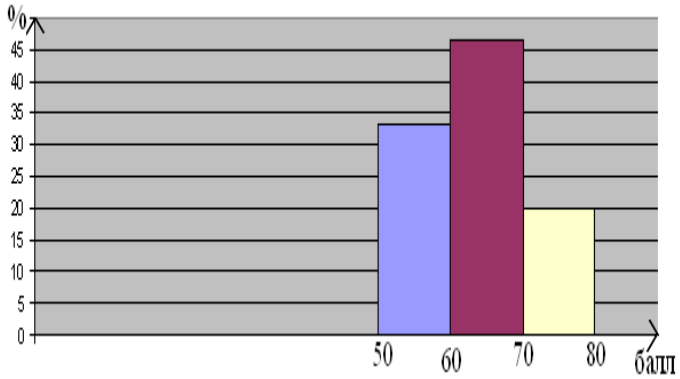
Результаты ЕГЭ по математике



Выпуск – 21 человек.
Поступили:
в **ОГУ** – 17, из них:
на эконом. специальности – 6;
на фак. природных ресурсов – 2;
ФИТ – 2;
Транспортный факультет – 2;
Энергетический факультет – 2;
АКИ – 1;
Прикладная математика – 1;
Мат. методы в экономике – 1.
ОГАУ – 3;
ОГИМ – 1.

Выпуск физико-математического класса сш № 7 в 2005 году

Результаты ЕГЭ по математике



Выпуск – 16 человек.
Поступили:
в **ОГУ** – 9, из них:
ЭиУ – 3;
АСФ – 1;
ФПП – 1;
Энергетический факультет – 2;
ФИТ – 1.
ОГАУ – 4.
ОГИМ – 1.

ИГМА – 2

Самарская авиационная академия -1.

Замечание: средний балл ЕГЭ по математике по Оренбургу – 53 балла.

Далее в таблице помещена информация о дополнительных часах по физико-математическому профилю для учащихся 10-11 классов

Предмет	Недельная нагрузка	Часы к оплате
Математика	**8 часов** из них**:** 6 часов **–** общие занятия со всем	**10 часов (10 класс);** **11 часов (11**

	классом (4а+2) 2 часа – класс делится на подгруппы для решения расчетных задач повышенной сложности	**класс)+1 час геометрия (спецкурс)**
Физика	**7 часов** 6 часов – общие занятия с классом 1 час – класс делится на подгруппы для решения задач повышенной сложности и лабораторного практикума	**8 часов**
Информатика	**4 часа – 10кл., 3 часа – 11 кл.**	**7 часов**
Всего	**19 часов – 10 кл., 18 часов – 11 кл.**	**25 часов**

для учащихся 8-9 классов

Предмет	Недельная нагрузка	Часы к оплате
Математика	**6 часов** из них: 5ч. – общие занятия всем классом (3а+2ч) 2 часа – класс делится на подгруппы для решения расчетных задач повышенной сложности; 1 спецкурс (геометрия)	**8 часов**
Физика	**5 часов** 2 часа - класс делится на подгруппы для лабораторного практикума 2 часа – на занятия всем классом 1 час – делится на подгруппы для лабораторного практикума	**8 часов**
Информатика	**3 часа** для занятий по информатике класс делится на подгруппы	**6 часов**
Всего	**14 часов**	**22 часа**

В соответствии с концепцией профильного школьного образования реализуется глубокая дифференциация математической и физической программ по математике, физике и информатике своих основных принципах направленная на осуществление гармонического сочетания интересов личности и общества основанная на идее личностно-ориентированного обучения. В качестве центрального тезиса выделяется уровневая и профильная дифференциация обучения, как в наибольшей степени соответствующие современным идеям российской и мировой педагогики и психологии один из главных принципов концепции состоит в осуществлении двух функций школьного математического образования: образования с помощью математики и собственно математическое образование. Обе эти функции являются социально значимыми. Социальная значимость «собственно математического образования» обусловлена необходи-

мостью поддержания и повышения традиционного высокого уровня изучения математики, сложившегося в отечественной школе, формирования будущего кадрового научно-технического и гуманитарного потенциала российского общества. Проблема преемственности школьного и вузовского математического образования остается актуальной, так как при реформе образования могут быть потеряны многие достижения российского фундаментального образования.

Основной и ведущей целью работы физико-математических классов является подготовка учащихся к продолжению образования, понимаемой в широком смысле как подготовка к успешному дальнейшему обучению.

Основой содержания обучения в таких классах является его взаимосвязь с обязательным курсом математики и физики, целесообразность такой связи следует из того, что, с одной стороны, дальнейшее образование в вузе строится на школьном курсе, а, с другой стороны, должен быть ликвидирован разрыв в требованиях школы и вуза. Успешное обучение в вузе предполагает умение учащихся устанавливать внутрипредметные и межпредметные связи, т. е. синтезировать междисциплинарные знания. Подобные навыки формируются при углубленном изучении физики. Физическое образование сочетает в себе глубокое теоретическое понимание физических явлений и макромира и классической физики и квантовой физики, умение представить соответствующие законы в математической форме, проанализировать их с помощью математических и компьютерных методов и, как следствие, уметь применить полученные знания в практической деятельности, т. е. реализовать их в материальных объектах или в духовной сфере, искусстве, общественной деятельности.

Содержание, формы и методы обучения в физико-математических классах развивают более высокий уровень умений, более сознательное овладение математическими понятиями, развивают прикладной характер в направлении понимания роли математического аппарата в приложениях, развивают владение математическим методом, как инструментом познания действительности.

Сотрудники кафедр алгебры, прикладной математики и общей физики ведут активную работу по систематизации и обобщению опыта работы физико-математических классов, подготовку к изданию учебников и учебных пособий для учителей и школьников.

На кафедре алгебры математического факультета зарегистрирована тема НИР «Осуществление преемственности средней и общей школы в математическом образовании». Еженедельно на кафедре проводятся консультации по учебным и учебно-исследовательским проблемам для школьников.

На базе сш№7 функционирует методический семинар «Дифференцированное обучение математике» для учителей города, занятия на котором проводят преподаватели-участники эксперимента.

Малахов Ю.Д. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

(Оренбургский государственный университет)

Известно, какую существенную роль играют задачи прикладного характера в подготовке инженера: они оживляют учебный процесс и вызывают интерес к изучению математики. Однако в существующих сборниках задач по математике для втузов содержательных инженерных задач недостаточно, в особенности это относится к теории вероятностей.

В данной работе приведены две задачи прикладного характера.

ЗАДАЧА 1.

Произвести расчет шарнирно-опертой балки, находящейся под действием случайной нагрузки P, распределенной по нормальному закону

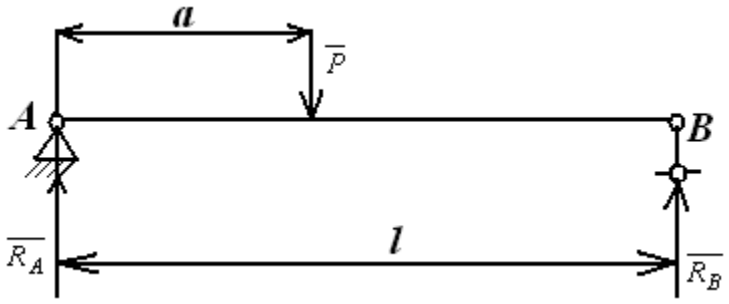


рис.1

РЕШЕНИЕ.

I. Стандартный расчет (методами теоретической механики и сопротивления материалов)

1) Находятся опорные реакции. В нашем случае $R_A = \frac{P(l-a)}{l}$; $R_B = \frac{P \cdot a}{l}$.

2) Определяется максимальный изгибающий момент. В нашем случае такой момент находится под силой P и вычисляется по формуле

$$M_{\max} = \frac{P(l-a)a}{l}.$$

3) Находится максимальное нормальное напряжение по формуле $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{w}$, где w – допустимый момент сопротивления.

В нашем случае $\sigma_{\max} = \frac{Pa(l-a)}{l \cdot w}$ (1)

4) Находится допустимый момент сопротивления w из следующего условия прочности: $\sigma_{\max} \le \sigma_0$ (2)

где σ_0 - допустимое напряжение на прочность, т.е. в нашем случае $\frac{Pa(l-a)}{l \cdot w} \le \sigma_0$ и $w \ge \frac{Pa(l-a)}{l \cdot \sigma_0}$ обычно принимается наименьшее значение *w*, т.е.

$$w = \frac{M_{\max}}{\sigma_0} = \frac{Pa(l-a)}{l \cdot \sigma_0} \qquad (3)$$

По этому значению *w* подбирается поперечное сечение балки.

Расчет балки закончен.

II. Вероятностный расчет.

Целью этого расчета также является получение w для поперечного сечения балки.

Пусть сила *P* – случайная величина (*CB*) со следующими характеристиками:

$\overline{P}$ - математическое ожидание (*MO*),

P_σ - среднее квадратическое отклонение (СКО).

Так как *CB P* распределена по нормальному закону, то ее плотность распределения имеет вид

$$f(P) = \frac{1}{P_\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[- \frac{(P - \overline{P})^2}{2P_\sigma^2} \right] \qquad (4)$$

Для определения w условие (2) заменяется следующим

$$P(\sigma_{\max} \le \sigma_0) = P_0 \qquad (5)$$

Это означает, что неравенство (2) осуществляется с заданной вероятностью P_0, причем P_0 задается в зависимости от степени ответственности балки. Теперь для решения задачи надо знать плотность распределения *CB* $\sigma_{\max}$, которая из стандартного расчета определяется по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{a(l-a)P}{l \cdot w}$$

Так как *CB P* распределена по нормальному закону, то $\sigma_{\max}$ также будет распределена по нормальному закону со следующими характеристиками:

$$\left.\begin{array}{l} M(\sigma_{\max}) = \overline{\sigma}_{\max} = \dfrac{a(l-a)}{l\,w}\,\overline{p} \\ (\textit{Здесь использовано свойство } M(cx)) = c \cdot M(x) \\ D(\sigma_{\max}) = (\sigma_{\max})_\sigma^2 = \left(\dfrac{al - a^2}{l\,w} \right) D(p) \qquad (D(c\,x) = c^2 \cdot D(x)) \\ \sigma(\sigma_{\max}) = (\sigma_{\max})_\sigma = \dfrac{al - a^2}{l\,w}\,p_\sigma \end{array}\right\} \qquad (6)$$

Теперь запишем функцию плотности распределения для $\sigma_{\max}$:

$$f(\sigma_{\max}) = \frac{1}{(\sigma_{\max})_\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[- \frac{\left(\sigma_{\max} - \overline{\sigma}_{\max}\right)^2}{2(\sigma_{\max})_\sigma^2} \right] \qquad (7)$$

Зная $f(\sigma_{max})$, находим

$$P(\sigma_{max} \le \sigma_0) = \int_{-\infty}^{\sigma_0} f(\sigma_{max})d\sigma_{max} = \Phi\left[\frac{\sigma_0 - \sigma_{max}}{(\sigma_{max})_\sigma}\right] - \Phi(-\infty) = \Phi\left[\frac{\sigma_0 - \sigma_{max}}{(\sigma_{max})_\sigma}\right] + 0{,}5, \quad (8)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ - нечетная функция Гаусса, причем $\Phi(x) = 0{,}5$.

Итак, условие (5) перейдет в следующее уравнение для определения *W*:

$$\Phi\left[\frac{\sigma_0 - \bar{\sigma}_{max}}{(\sigma_{max})_\sigma}\right] = p_0 - 0{,}5 \quad (9)$$

или $$\frac{\sigma_0 - \bar{\sigma}_{max}}{(\sigma_{max})_\sigma} = \Phi^{-1}(p_0 - 0{,}5), \quad (10)$$

где $\Phi^{-1}(x)$ - функция обратная *Ф(x)*

Вывод: Задаваясь вероятностью p_0 по таблице интеграла вероятности – функции Гаусса *Ф(x)*, найдем значение $\Phi^{-1}(p_0 - 0{,}5)$.Затем, подставляя его в (10), получим уравнение для определения *W*.

Рассмотрим численный пример

Пусть *a*=50 см, *l*=150см, $\sigma_0 = 2100 кг/см2$

$\bar{p} = 210кг$, $p_\sigma = 30кг$, $p_0 = 0{,}95$. Подсчитаем $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{w} = \frac{a(l-a)}{l \cdot w}p = \frac{100}{3}\cdot\frac{p}{w}$

$$M(\sigma_{max}) = \frac{100}{3}\cdot\frac{\bar{p}}{w}, \quad \sigma(\sigma_{max}) = (\sigma_{max})_\sigma = \frac{100}{3}\cdot\frac{p_\sigma}{w}.$$

По таблице интеграла вероятности найдем значения функции $\Phi^{-1}(0{,}95 - 0{,}5) = \Phi^{-1}(0{,}45) = 1{,}64$. Подставляя полученные значения в (10), имеем:

$$\frac{2100 - \frac{100}{3}\cdot\frac{\bar{p}}{w}}{\frac{100}{3}\cdot\frac{p_\sigma}{w}} = 1{,}64 \Rightarrow w = 4.1см^3.$$

Итак, если принять, что неравенство $\sigma_{max} < \sigma_0$ осуществляется с вероятностью p_0=0,95, то момент сопротивления балки надо брать равным $4{,}1см^3$. Теперь отметим, что СВР распределена по нормальному закону, и, согласно правилу трех сигм, ее максимальное значение $P_{max} = \bar{P} + 3P_\sigma = 300кг$.

Если провести стандартный расчет на эту постоянную нагрузку, равную 300*кг*, то *W*=4,7 см^3.

Приведем таблицу значений *W* при других значениях P_0:

P_0	0,8	0,9	0,95	0,97	0,98
W	3,73	3,95	4,1	4,24	4,3

По данным этой таблицы построен график (рис.2) изменения *W* ~ от P_0, по которому видно, что

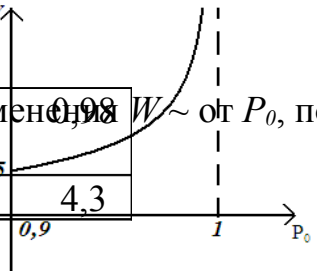
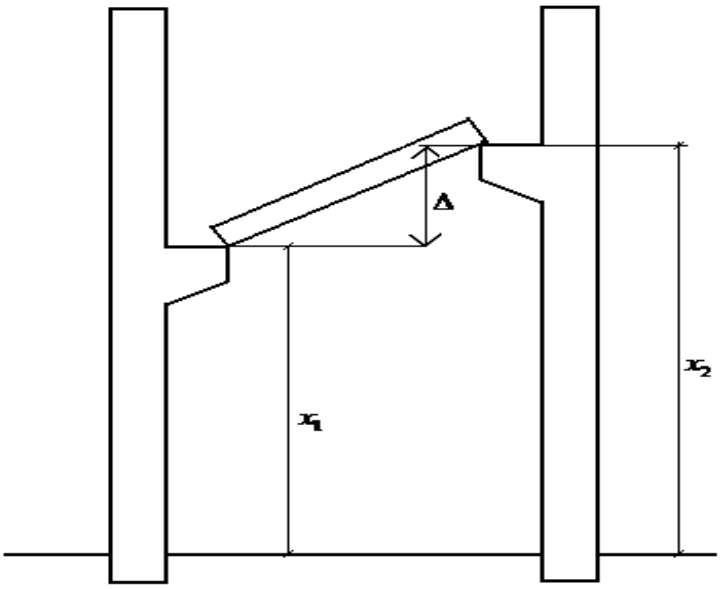


рис.2

если задатьность $P_0 \approx 1$, то получим непомерное увеличение размеров поперечного сечения балки, т.е. задание большой вероятности P_0 экономически не обоснована.



ЗАДАЧА 2.

Балка, опирающаяся на консоли колонн (рис. 3) должна располагаться горизонтально. Однако при монтаже колонн возможно отклонение отметки консоли от проектного положения, что приводит к перекосу балки. Предполагая, что отметки консоли есть случайные величины (СВ), распределенные по нормальному закону, найти среднее отклонение балки от горизонтального положения.

рис.3

РЕШЕНИЕ.

Если обозначить через x_1 и x_2 отметки консолей, то отклонением балки от горизонтального положения можно считать $\Delta = |x_1 - x_2|$. Это отклонение есть положительная величина, возможные значения которой лежат в интервале $0 \le \Delta \le \Delta_{max}$.

Случайные величины x_1 и x_2 распределены по одному и тому же нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-x_n)^2}{2\sigma^2}},$$

где $x_n = M(x_1) = M(x_2)$ - проектная отметка консолей;

σ – среднее квадратическое отклонение фактических (после монтажа) размеров x_1 и x_2 от проектных.

Для определения среднего зазора $\bar{\Delta}$, т.е. математического ожидания M(Δ), необходимо знание закона распределения Δ. Его можно найти, т.к. вследствие устойчивости нормального закона СВ $y=x_1 - x_2$ также будет распределена по нормальному закону с параметрами:

$$M(y) = M(x_1) - M(x_2) = x_n - x_n = 0,$$

$$\sigma(y) = \sqrt{D(y)} = \sqrt{\sigma^2(x_1) + \sigma^2(x_2)} = \sigma\sqrt{2}.$$

Итак, $f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}\cdot\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}$.

Так как $\Delta = |y|$, то для получения закона $f(\Delta)$ надо исключить левую ветвь функции $f(y)$, которая отвечает отрицательным значениям y, а для выполнения условия $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta)d\Delta = 1$.

Умножим получившийся закон на 2:

$$f(\Delta) = 2 \cdot f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{\Delta^2}{4\sigma^2}}.$$

Теперь найдем среднее отклонение

$$\bar{\Delta} = M(\Delta) = \int_0^{\infty} \Delta \cdot f(\Delta) \cdot d\Delta = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{\Delta^2}{4\sigma^2}} \cdot d\Delta \approx 1{,}13\sigma .$$

Если известно максимально возможное отклонение размера x_1 (или x_2) от конкретного $\delta x_{\max}$, то, согласно правилу трех сигм,

$\delta x_{\max} = 3\sigma$ и тогда $\sigma = \frac{\delta x_{\max}}{3}$.

Подставляя полученное σ в $\bar{\Delta}$, получим

$$\bar{\Delta} = 1{,}13 \cdot \frac{\delta x_{\max}}{3} = 0{,}38\delta x_{\max}.$$

Зная закон $f(\Delta)$, можно определить и максимально возможное отклонение Δ_{max}, например, такое, что вероятность получить большее, чем Δ_{max}, отклонение равна 0,001.

По формуле $P\{|\Delta| \geq \Delta_{\max}\} = 0{,}001$ или $P\{|\Delta| \leq \Delta_{\max}\} = 1 - P\{|\Delta| \geq \Delta_{\max}\} = 0{,}999$. С другой стороны, по формуле $P\{|x| < \delta\} = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$. Получим

$P\{|\Delta| \leq \Delta_{\max}\} = 2\Phi\left(\frac{\Delta_{\max}}{\sigma\sqrt{2}}\right) = 0{,}999$, откуда $\frac{\Delta_{\max}}{\sigma\sqrt{2}} = 3{,}29 \Rightarrow \Delta_{\max} = 3{,}29 \cdot \sigma\sqrt{2} = 4{,}64\sigma = 1{,}55\delta x_{\max}$.

Зная эту величину, можно рассчитать наклонную балку с этим перекосом.

Матвейкина В. П. ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЯХ

(Оренбургский государственный университет)

В настоящей статье рассматриваются проблемы строгости изложения курса высшей математики для экономистов, необходимость иллюстрации применения основных математических понятий в экономических задачах, необходимость доказательств, а также значение математики при формировании общей культуры специалиста.

Трудности при обучении любому предмету возникают уже при отборе материала, которому собираются учить, и, быть может, еще больше при установлении принципов, которыми следует руководствоваться при обучении. Эти трудности усугубляются тем, что обычно каждый педагог, каждый специалист в своей области искренне убежден, что он хорошо знает, что и как надо преподавать по его специальности, и обычно весьма нетерпимо относится к другим мнениям по этим вопросам. Мало что подвергается такой постоянной критике как существующая система образования.

Вопреки расхожему мнению, что экономика является наукой чисто словесной и для нее достаточно применения элементарных арифметических действий, высшая же математика нужна только для естествознания и технических наук, простое ознакомление с содержанием международных журналов по экономике и тем, за что присуждались Нобелевские премии по экономике, показывает, что это не так!

Действительно, оба наши соотечественника – В. В. Леонтьев и Л.В. Канторович – получили свои Нобелевские премии за применение математики к экономике – леонтьевскую балансовую модель и методы программирования. Без знания высшей математики невозможно понять содержание нобелевских лекций Эрроу, Саймона и Солоу. Математическими формулами, в частности из математического анализа, пестрят работы другого нобелевского лауреата – Самуэльсона. Все это указывает на то, что математика не является только «языком неживого» и поэтому эффективна лишь при описании физической Вселенной. Новый толчок в направлении математизации экономики дает компьютерная революция. Поэтому нетрудно предвидеть, что большинство экономических текстов в будущем будет написано на математическом языке.

Но эффективность математического образования экономистов в значительной степени зависит от формы, в которой преподается математика. Конечно, содержание математики не зависит от того, где применяется понятие интеграла – в физике или экономике. Однако успехи естественных наук привели к тому, что в массовом сознании первая и вторая производная почти всегда связываются в первую очередь с понятиями механической скорости и ускорения, и одной из главных трудностей экономистов является неумение перевести свои понятия на математический язык. Так, изучая последовательности, следует познакомить студентов с элементами финансовой математики – последовательно-

стью сумм накопления в схеме простых и сложных процентов, ролью числа e в зависимости годовой суммы накоплений от числа начислений процента. Исследование функции необходимо связать с важным понятием производственной функции Кобба-Дугласа и с экономической моделью Солоу. Эти и другие примеры приучают будущих экономистов мыслить математически.

Иногда высказывается сомнение в необходимости проведения доказательств при обучении математике студентов экономических специальностей, которым важны лишь её применения. Но доказательства помогают выработать у студента необходимые для использования математического аппарата навыки, помогают овладеть математическими методами, приобрести нужную для их грамотного применения математическую культуру. Часто доказательство помогает лучше осознать границы применяемости рассматриваемого математического аппарата и тем самым предостеречь от возможных ошибок в его использовании. Другое достоинство доказательств состоит в том, что они помогают раскрыть смысл вводимых математических понятий, помогают овладеть ими и, следовательно, правильно использовать их на практике. Например, доказательство того, что во внутренней точке экстремума производная, если она существует, равна нулю, основанное на аналитическом определении производной, помогает раскрыть его смысл и освоить его. А доказательство теоремы Ролля, основанное на указанном свойстве точек экстремума, помогает лучше понять последнее и запомнить его. Важно, что при проведении доказательства демонстрируется применение математических идей, понятий, математического аппарата в действии, т. е. происходит обучение студента самому важному: умению проводить решение задачи математическими методами. Теоремы существования необходимы для математического образования специалистов в области приложения математики. Доказательство их служит своеобразной проверкой, математическим экспериментом, дающим оправдание изучению рассматриваемой модели для данного явления. Если удаётся доказать теорему существования, единственность решения и корректность самой постановки задачи, то, как правило, создается объективная уверенность в том, что исследования проводятся в правильном направлении.

В заключении следует подчеркнуть большую роль математики при формировании общей культуры человека. Изучение математики совершенствует общую культуру мышления, дисциплинирует её, приучает человека логически рассуждать, воспитывает у него точность и обстоятельность аргументации. Весьма выразительно черты математического образования, влияющие на культуру человека в целом, были сформулированы в докладе В. Сервэ на XIX Международной конференции по народному образованию: «Среди интеллектуальных свойств, развиваемых математикой, наиболее часто упоминаются те, которые относятся к логическому мышлению: дедуктивное рассуждение, способность к абстрагированию, обобщению, специализации, способность мыслить, анализировать, критиковать. Упражнение в математике содействует приобретению рациональных качеств мысли и её выражения: порядок, точность, ясность, сжатость. Оно требует воображения и интуиции. Оно дает чутьё объективно-

сти, интеллектуальную честность, вкус к исследованию и тем самым содействует образованию научного ума.

Изучение математики требует постоянного напряжения, внимания, способности сосредоточиться; оно требует настойчивости и закрепляет хорошие навыки работы.

Таким образом, математика выполняет важную роль как в развитии интеллекта, так и в формировании характера».

Список использованной литературы:

1. Всероссийская конференция «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», Дубна, сентябрь 2000.-М.: МЦНМО, 2000.-664 с.

2. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и её изучении - М., 1977.-112 с.

3. Ведина О. И.,Десницкая В. Н., Варфоломеева Г.Б. Математический анализ для экономистов: Учебник/Под ред. д. ф. - м. н., проф. А. А. Гриба. 2-е изд., перераб. и доп.-СПб.: Издательство «Лань», 2004.-344 с.

Мозалева Е.М., Локтионова Г.Н. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ ВУЗА: СУЩНОСТЬ И ЕЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ

(Оренбургский государственный университет)

Перед высшими учебными заведениями, готовящими кадры, поставлены в настоящее время большие задачи, главная из них – сформировать у выпускников более высокий уровень профессионального мастерства. Большое теоретическое и практическое значение приобретает разработка проблемы профессиональной направленности обучения студентов конкретным специальным дисциплинам.

Для математических предметов особую остроту указанной проблеме придают, с одной стороны, ведущее положение математики как среди фундаментальных, так и среди прикладных наук, и с другой – специфическая трудоемкость математики как учебного предмета, обусловленная, прежде всего многоступенчатым характером присущих ей абстракций.

Под математической подготовкой студента вуза будем понимать организованный процесс и результат усвоения предусмотренных учебной программой математических знаний, умений и навыков, а также приемов мышления и способов познания; умение применять эти знания в будущей профессиональной деятельности.

Анализ научно-исследовательской литературы позволил сделать вывод о том, что математическая подготовка выпускников вузов имеет ряд существенных недостатков: слабое знание выпускниками школьного курса математики, недостаточно четкое понимание связей школьных и вузовских дисциплин; формализм математических знаний, их недостаточная действенность; невысокий уровень математической культуры и мышления; отсутствие необходимого опыта математической деятельности, слабые навыки и умения в решении математических задач; рецептурность методических представлений; недостаточная развитость таких компонентов готовности выпускника к предстоящей деятельности, как интерес к математике как к науке и как к учебному предмету, знания о предстоящей деятельности. Таким образом, за период обучения в вузе не в полной мере отрабатывается необходимый для решения задач нынешнего этапа развития высшей школы уровень основ профессионального мастерства будущего специалиста. Под основами профессионального мастерства будущего специалиста мы понимаем синтез необходимого для успешной работы уровня знаний, умений и навыков, математической культуры, идейной убежденности.

В этой связи важно, чтобы математическая подготовка студентов базировалась на концепции профессиональной направленности обучения. Она выражает необходимость целенаправленного и непрерывного формирования у студентов основ профессионального мастерства, опирающихся на активные и глубокие знания школьного курса математики, его научных основ и методического

обеспечения, приобретаемых на благоприятном эмоциональном фоне положительного отношения к будущей профессии и к математике как к научной дисциплине и как к учебному предмету. Эта концепция, в свою очередь, опирается на методологическую концепцию диалектического единства теории и практики, воспитывающего и развивающего обучения.

Мы согласны с автором статьи «О профессионально-педагогической направленности математической подготовки студентов» А.Г. Мордковичем в том, что необходима фундаментальная, но не оторванная от нужд приобретаемой профессии математическая подготовка студента. Это положение называется им рациональной фундаментальностью.

Концепция профессиональной направленности обучения выдвигает на первый план идею связи конкретного математического курса вуза с соответствующим школьным предметом, реализация которой обеспечивает целенаправленность курса, понимание студентами перспектив его изучения, а также преемственность между школьным и вузовским курсами математики. Эта идея должна стать ведущей в любом математическом курсе вуза, соглашаясь с А.Г. Мордковичем, мы ее называем ведущей идеей. Она призвана решить важнейшую задачу отбора материала на основе критерия значимости, осознанности и заинтересованности и такого его изложения, при котором у студентов не создается ложного представления о том, будто бы вузовская математика для работы не нужна. Напротив, у них будет крепнуть убеждение, что без ее знаний не может быть полноценного специалиста. При изучении того или иного математического курса студент должен понимать, зачем изучается конкретный вопрос и как он связан с профессиональной деятельностью, уметь сравнивать в наиболее существенных случаях школьный и вузовский варианты изложения фрагмента теории.

Организация материала вокруг ведущей идеи делает наглядной структуру учебного предмета, способствует успешности познавательного процесса, облегчает усвоение и прочное запоминание. Если же ведущая идея сопряжена с интересами специальности, то организация учебного материала вокруг такой идеи содействует решению одновременно двух задач: формированию основ профессионального мастерства студентов и эффективности процесса обучения конкретной математической дисциплине.

Также А.Г. Мордкович выделяет еще один принцип профессиональной направленности обучения – принцип непрерывности. Математические курсы, участвующие в процессе непрерывного уровня постижения профессиональной деятельности, могут содействовать тому, чтобы студент с первых дней обучения в вузе переводился с позиции школьника на позицию специалиста.

Итак, рациональная фундаментальность и ведущая идея доминируют при отборе содержания обучения, непрерывность – при выборе форм и средств обучения.

Ведущее место в математической подготовке студентов должно занять выявление связей науки с практикой. Если студент не видит реальных истоков математических понятий, то изучаемые абстракции представляются ему произ-

вольными, случайными и надуманными, что препятствует их сознательному усвоению.

Важное место в курсе математики имеет пропедевтическая линия. Пропедевтика может реализовываться по двум направлениям: первое – вводные лекции перед изучением того или иного раздела, где ограничиваются наглядными соображениями, правдоподобными рассуждениями, очерком основных понятий; второе – использование понятия до его строгого и формального определения на незавершенном конкретно-интуитивном уровне (простейший пример – вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла до развертывания теории квадрируемости). Первое направление раскрывает перед студентом цели и структуру курса, формулирует проблемы, которые предстоит решить. Второе – способствует воспитанию математической культуры и диалектического мировоззрения студента, ибо показывает процесс возникновения понятия в его развитии.

С научной и методической точек зрения при обучении математике существен вопрос о выборе уровня строгости. Преподавателю необходимо понять, что логические рассуждения – отличительный признак математики, характерная черта математического мышления и культуры; развитое в математике умение строго рассуждать есть элемент общей культуры человека.

Студенту нужно в процессе своей математической подготовки научиться составлению и применению алгоритмов и алгоритмических предписаний, ибо этим характеризуется современный стиль обучения математике. Воспитание алгоритмической культуры и у школьника и у студента вуза – непременное условие компьютеризации учебного процесса. Это отнюдь не принижает творческой линии в математике и не делает менее значительным вклад математики как науки и как учебного предмета в становление характера, мышления и общей культуры обучаемого: в типовых ситуациях вряд ли полезно заниматься эвристикой, в таких ситуациях поиск может носить стандартизированный характер.

С психологической точки зрения алгоритмы необходимы для того, чтобы вырабатываемое умение было разумным, обобщенным, сознательным и подконтрольным.

Качественная математическая подготовка будет достигнута лишь при выполнении целого комплекса педагогических условий, которые могут служить повышению эффективного обучения, приводить в движение содержание учебного материала, методов и организационных форм обучения.

Одним из важных условий математической подготовки студентов мы выделяем мотивационно-потребностное ядро формирующей личности специалиста. Оно лежит в основе готовности к преобразующей деятельности.

Мы считаем, что профессиональная подготовка специалистов определяется как результат воздействия на интеллектуальную, мотивационно-ценностную сферы и поведенческий аспекты личности и выдвигаем это в качестве первого условия его продуктивной организации.

Осознанная потребность в математических знаниях, умениях и навыках становится основой мотивации учения, являющейся залогом успешной учебной

деятельности студентов. Потребности и мотивы развивают интерес к изучению дисциплины, который также лежит в основе успешности обучения.

Межпредметные связи позволяют закрепить потребности в математических знаниях, умениях и навыках как профессиональные потребности, поскольку без них невозможно изучение специальных дисциплин. Мотивы изучения математики также становятся частью профессиональных мотивов, а интерес к изучению математики, с одной стороны, вызывается интересом к изучению профессионально значимых дисциплин, а, с другой стороны, наоборот, подогревает профессиональные интересы. Профессиональные потребности, мотивы и интересы являются базой формирования важнейшего качества личности студента – профессиональной направленности, без которого невозможно успешное осуществление профессиональной деятельности.

Математическая подготовка студентов к будущей профессиональной деятельности будет эффективной, если одним из способов развития их математического мышления будет решение задач. Это положение мы выделяем в качестве второго педагогического условия.

Способность четко мыслить, полноценно логически рассуждать и ясно излагать свои мысли в настоящее время необходима каждому. Поэтому в процессе реформирования математического образования важной задачей является разработка методики, направленной на развитие математического мышления студентов. Для того, чтобы выполнить поставленную задачу, необходимо четко знать, что представляет собой мышление, каковы пути его развития. Только зная закономерности, раскрываемые психологическим исследованием, педагог сможет не только обучать, но и развивать, не только сообщать знания, но и формировать мышление. А без формирования у студента мышления не произойдет и усвоение им знаний, которым его обучают, потому что само усвоение знаний невозможно без их анализа и обобщения.

В основе математического мышления лежит некоторая предметно-содержательная реальность, подлежащая мысленному преобразованию, а его продуктом является новое математическое знание или решение новой математической задачи. Поэтому при работе с математическим материалом выполнение мыслительных действий приобретает специфику, связанную с выявлением количественных отношений, а мышление приобретает тенденцию к оперированию «математизированными» объектами, становится носителем собственного содержания и способов выполнения действий.

Процесс математического мышления, как и мышления вообще, берет свое начало в проблемной ситуации. В результате анализа этой проблемной ситуации появляется задача. Решение задач занимает в математическом образовании огромное место. Можно сказать, что основой математической деятельности студентов является решение задач. Поэтому изучение и развитие математического мышления в процессе решения задач наиболее эффективно. Но решение математических задач вызывает трудности у большинства студентов. Согласно мнению психологов, это происходит в результате того, что не стимулируется постоянный анализ студентами своей деятельности по решению этих задач, их теоретического осмысления и обоснования. Обстоятельство, что анализ не все-

гда осуществляется, свидетельствует о том, что человек, перед которым ставится задача, не всегда осознает необходимость такого анализа, не испытывает потребности его произвести. Поэтому основной задачей преподавателя математики, как и любого другого преподавателя, является воспитание у студентов потребности в анализе, синтезе и мышлении вообще.

Как уже отмечалось, главной задачей высшего учебного заведения является подготовка творчески мыслящих, инициативных специалистов. Для ее выполнения нужно научить студентов искусству самостоятельного нахождения и накопления необходимых им сведений (как математического, так и нематематического характера) и умению ими распоряжаться. Поэтому, все больше возрастает значение таких качеств личности преподавателя математики как педагогическое мастерство, профессиональная компетентность, духовная и методологическая культура.

По нашему мнению, преподавателю, обладающему всеми вышеперечисленными качествами, необходимо задуматься над вопросом, как привести методы, способы и формы обучения в соответствие с требованиями высшей школы, чтобы студенты достигли высокой математической подготовки. Для этого преподавателю нужно обладать профессиональными математическими знаниями и владеть методикой преподавания математики, что мы и выделяем в третье педагогическое условие.

Таким образом, математическую подготовку будущих специалистов следует рассматривать как неотъемлемую часть общекультурной подготовки личности и, на наш взгляд, конечным результатом выдвинутой нами системы педагогических условий должно стать повышение уровня математической подготовки студентов.

Мулдагалиев В.С., Жумагалиева А.Е., Орлова Л.Г. ОБ ОЦЕНКАХ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРЕДЕЛЬНОЙ ТЕОРЕМЕ ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕКТОРОВ СО ЗНАЧЕНИЯМИ В ПРОСТРАНСТВЕ L_2

(Западно-Казахстанский государственный университет им. М.Утемисова)

1. Пусть $X_1, X_2, ..., X_n$ - последовательность независимых одинаково распределенных

случайных векторов (c,b) со значениями в $L_2 : EX_1 = 0, E \| X_1 \|^2 = 1, E \| X_1 \|^3 < \infty$.
Здесь $\|.\|$ обозначает норму в L_2.

Положим

$$\delta j^2 = EX_1^2 j, \beta j = E \mid X_1 j \mid^3, \beta = E \| X_1 \|^3$$

Без ограничения общности можно считать, что $\delta_j \geq \delta_{j+1}$ для $j = 1,2,,...$

Пусть $Z = \{Z_1, Z_2, ..., Z_j, ...\}$ - нормально распределенный с.в. в L_2 удовлетворяющий условиям $EZ_j^2 = \delta_j^{\,2}$.

Положим $S_n = n^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^{n} X_{ij}$. Обозначим через S и j j – ую координату с.в. S_n

т.е.

$$S_{nj} = n^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^{n} X_{ij}$$

Пусть

$$\Delta n = \sup_x \| P\{\| S_n \| < x\} - P\{\| Z \| < x\}$$

По аналогии с одномерным случаем можно поставить следующую задачу: найти функцию двух переменных $f(x,y)$ такую, что для любого y>0 $f(x,y) \to 0$ при $x \to 0$, для каждого x>0 $\lim f(x,y) = 0$ при $y \to \infty$ и для любой последовательности $X_1, X_2, ..., X_n$, удовлетворяющей переменным выше условиям

$$\Delta n \leq f(\beta, u) \quad (1)$$

Приведем пример, показывающий что эта задача не имеет решения, даже если координаты с.в. X_1 не зависимы.

Условимся считать, что символ c будет означать абсолютную постоянную, не обязательно одну и ту же.

Пример1. Пусть $\forall j (1 \leq j \leq u) X_{1j}$ принимает значения – 1,0,1 с вероятностями соответственно $\frac{p}{2}, 1-p; \frac{p}{2}$, где $p = \frac{1}{u}$ и $X_{1j} = 0$ с вероятностью $1 \forall j > u$.
Легко видеть, что $EX_1 = 0, E \| X_1 \|^2 = 1.$

Покажем, что

$$\Delta n > c\beta \qquad (2)$$

Действительно, как нетрудно убедиться, $E \exp\{itS_{n1}\sqrt{n}\} = \exp\{-\frac{t^2}{2}\}.$

Следовательно, распределения $S_{nj}\sqrt{n}$ и $Z_{nj}\sqrt{n}$, не сближаются между собой в равномерной метрике при $u \to \infty$. Это означает, что

$$\sup_x |P\{S_{nj} < x\} - P\{Z_j < x\}| \underset{n\to\infty}{\to} 0$$

С другой стороны,

$$DS_{nj}^2 = \frac{3}{n^2}(1 - \frac{1}{n^2}), DZ_j^2 = \frac{2}{u^2}, j \le n \quad (4)$$

На первый взгляд, может показаться, что малость слагаемых в суммах $\sum_{j=1}^{u} Sn_j^2$ и $\sum_{j=1}^{u} Zn_j^2$, которая следует из (4), обеспечивает стремление Δu к 0. Однако, как показывают приводимые ниже выкладки, это не так.

В самом деле, как нетрудно проверить, отношения Ляпунова для $\sum_{j=1}^{u} Sn_j^2$ и $\sum_{j=1}^{u} Zn_j^2$ стремятся к нулю при $n \to \infty$. Поэтому

$$\lim_{n\to\infty} \sup_x |P\{\| S_n \|^2 < x\} - \phi(\frac{(x-1)\sqrt{n}}{\sqrt{3(1-\frac{1}{n})}})| = 0,$$

$$\lim_{n\to\infty} \sup_x |P\{\| Z_n \|^2 < x\} - \phi(\frac{(x-1)\sqrt{n}}{\sqrt{2}})| = 0 \quad (5)$$

$$\sup_x |\phi(\frac{(x-1)\sqrt{n}}{\sqrt{3(1-\frac{1}{n})}}) - \phi(\frac{(x-1)\sqrt{n}}{\sqrt{2}})| = \sup_x |\phi(\frac{x}{\sqrt{3(1-\frac{1}{n})}}) - \phi(\frac{x}{\sqrt{2}})| \underset{u\to\infty}{\to} 0 \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что

$$\Delta_u > c \quad (7)$$

Покажем, что

$$\beta = E\| X_1 \|^3 < c \quad (8)$$

В работе [1] доказано неравенство

$$E|\sum_{i=1}^{n} \xi_i|^3 \le c\left[\sum_{i=1}^{u} |\xi_i|^3 + (\sum_{i=1}^{u} E\xi_i^2)^{\frac{3}{2}}\right],$$

где $\xi_i, i = 1,2,...,u,$ - любая последовательность случайных величин с нулевыми математическими ожиданиями.

С другой стороны, в силу известного неравенства Марцинксвеля и Зигмунда [2]

$$E(\sum_{i=1}^{n} \xi_i)^{\frac{3}{2}} \le c \; E|\sum_{i=1}^{u} \xi_i|^3$$

Таким образом

$$E(\sum_{i=1}^{n} \xi_i)^{\frac{3}{2}} \le c\left[\sum_{i=1}^{u} E|\xi_i|^3 + (\sum_{i=1}^{u} E\xi_i^2)^{\frac{3}{2}}\right], \quad (9)$$

откуда вытекает (8). Из неравенств (7) и (8) следует (2).

Можно попытаться получить оценку вида (1), налагая дополнительные ограничения на ковариационный оператор с.в. X_1. Сформулируем результаты, которые удается получить этим путем.

Всюду в дальнейшем будем предполагать независимость координат с.в. X_1.

Для целых $k \geq 1$ обозначим

$$\Delta_n^{(k)} = \sup_x \left| P\{\sum_{j=1}^{k} S_{nj}^2 < x\} - P\{\sum_{j=1}^{n} Z_j^2 < x\} \right|.$$

Теорема 1. Справедлива оценка

$$\Delta_n \leq c\left[n^{-\frac{1}{2}} \left(\prod_{j=1}^{4} \delta_j \right)^{-\frac{3}{4}} \sum_{j=5}^{\infty} \beta_j + \Delta_u^{(4)} \right]. \qquad (10)$$

Теорема 2.

$$n^{-\frac{1}{2}} \left(\prod_{j=1}^{3} \delta_j \right)^{-1} * \sum_{j=4}^{\infty} \beta_j < 1,$$

то

$$\Delta_n \leq c\left\{ n^{-\frac{1}{2}} \left(\prod_{j=1}^{3} \delta_j \right)^{-1} * \sum_{j=4}^{\infty} \beta_j \left[1 + \ln\left(n^{\frac{1}{2}} n^{-\frac{1}{2}} \prod_{j=1}^{3} \delta_j * (\sum_{j=4}^{\infty} \beta_j)^{-1} \right) \right] + \Delta_u^{(3)} \right\}. \qquad (11)$$

Если

$$n^{-\frac{1}{2}} \left(\prod_{j=1}^{3} \delta_j \right)^{-1} * \sum_{j=4}^{\infty} \beta_j \geq 1,$$

то

$$\Delta_n \leq c\left\{ n^{-\frac{1}{2}} \left(\prod_{j=1}^{3} \delta_j \right)^{-1} * \sum_{j=4}^{\infty} \beta_j + \Delta_u^{(3)} \right\}. \qquad (11')$$

Теорема 3. Справедлива оценка

$$\Delta_n \leq c\left\{ u^{-\frac{1}{3}} (\delta_1 \delta_2)^{-1} * (\sum_{j=3}^{\infty} \beta_j)^{\frac{2}{3}} + \Delta_n^{(2)} \right\}. \qquad (12)$$

Теорема 4. Справедлива оценка

$$\Delta_n \leq c\left\{ u^{-\frac{1}{6}} (\delta_1)^{-1} * (\sum_{j=2}^{\infty} \beta_j)^{\frac{1}{3}} + \Delta_n^{(1)} \right\}. \qquad (13)$$

Оценивая $\Delta_n^{(k)}$ в терминах абсолютных моментов, получаем

Следствие 1. Справедлива оценка

$$\Delta_n \leq c u^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\prod_{j=1}^{4} \delta_j \right)^{-\frac{3}{4}} * \sum_{j=5}^{\infty} \beta_j + \sum_{j=1}^{4} \delta_j^{-3} \beta_j. \right]. \qquad (14)$$

Если оценив $\Delta_n^{(k)}$ в терминах псевдомоментов третьего порядка

$$\upsilon_j = 3\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \left| P\{X_{1j} < x\} - \phi\left(\frac{x}{\delta_j}\right)\right| dx$$

то можно получить соответственно

Следствие 1'. Справедлива оценка.

$$\Delta_n \le cn^{-\frac{1}{2}}\left[\left(\prod_{j=1}^{4}\delta_j\right)^{-\frac{3}{4}} * \sum_{j=5}^{\infty}\beta_j + \sum_{j=1}^{4}\max\left\{\frac{\upsilon_j}{\delta_j^3} * \left(\frac{\upsilon_j}{\delta_3^3}\right)^{\frac{1}{4}}\right\}\right] \quad (15)$$

Неравенство (10) может рассматриваться как оценка типа (1) в классе распределений, удовлетворяющих дополнительному условию $\delta_u \ge c > 0.$ Аналогичное замечание можно сделать и для оценок (11), (11'), (12) и (13).

Любопытно, что например, что оценка (13) не может заменена на оценку вида $\Delta_n < c * \beta^{\frac{1}{3}} * n^{-\frac{1}{6}-\delta}$ ни при каком $\delta > 0.$ Приведем соответствующий пример.

Пример 2.Пусть $\forall j > 2 \quad X_{1j} = 0$, X_{12} принимает значения $-n^{\frac{1}{3}}, 0, n^{\frac{1}{3}}$ с вероятностями соответственно $\frac{1}{n}, 1-\frac{1}{u}, \frac{1}{2u}, X_{11}$ нормальна $N(0,\delta_1), \delta_1^2 = 1-u^{\frac{1}{3}}.$

Введем обозначение

$$\Delta n(x) = P\{\| S_n \|^2 < x\} - P\{\| Z \|^2 < x\}.$$

Не трудно видеть, что в рассматриваемом случае

$$\Delta n = \int_0^x \left(P\{S^2{}_{n2} < x-y\} - P\{Z_2{}^2 < x-y\}\right) d\phi_1(y), \text{ где } \phi_1 = P\left\{Z_1^2 < x\right\}.$$

Отсюда $\forall x \ge 0$

$$\Delta n(x) \ge \left|P\{S_{n2} = 0\} - P\{Z_2{}^2 < x\}\right| * \phi_1(x). \quad (16)$$

Далее

$$P\left\{Z_2^2 < \frac{\delta_2^2}{16}\right\} = \Phi\left(\frac{1}{4}\right) - \Phi\left(-\frac{1}{4}\right) < \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} < \frac{1}{5}. \quad (17)$$

С другой стоны, в силу того, что $\delta_2 \le \delta_1$,

$$\Phi\left(\frac{\delta_2^2}{16}\right) = 2.\Phi\left(\frac{\delta_2}{4\delta_1}\right) - 1 > \frac{\delta_2}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{18}} \quad (18)$$

Наконец, при достаточно больших и

$$P\{S_{nz} = 0\} \ge \left(1-\frac{1}{n}\right)^u \ge \frac{1}{3} \quad (19)$$

Из неравенства (16) – (19) вытекает оценка

$$\Delta_n\left(\frac{\delta_2^2}{16}\right) > \frac{\delta_2}{30\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{32}}$$

Заметим теперь, что $\delta_2 = n^{-\frac{1}{6}}$ и $\beta_2 = 1$

Последнее, в силу (9), означает, что $\beta > c.$ Таким образом , в данном случае

$$\Delta_n > c(\frac{\beta}{\sqrt{n}})^{\frac{1}{3}} \qquad (20)$$

У нас имеется пример (аналогичный предыдущему), который показывает, что в классе распределений, удовлетворяющих ограничению $\delta_1 \geq c,$ при любом $\delta_2 \geq n^{-\frac{1}{6}}$ может выполняется неравенство.

$$\Delta_u > \frac{c}{\delta_2}(\frac{\beta}{\sqrt{n}})^{\frac{21}{3}} \quad (21)$$

Приведем теперь без доказательства один результат об оценках снизу скорости сходимости к нормальному закону для одного специальному закону для одного специального класса распределений. Рассматривается последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин $\eta_1,\eta_2,...,\eta_n$ с функцией распределения

$$P(\eta_1 < x) = (1-p)*\Phi(x+a,b^2)+pT(x),$$

$$\Phi(x_1,x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x_2}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2x^2}}du,$$

$$T(x) = \begin{cases} 0, если x \leq d, \\ 1, если x > d, \end{cases}$$

$0 < p < 1, a, b, d$ - положительные числа, удовлетворяющие условия.

$I_1 : a = \frac{dp}{1-p}; I_2 : up \leq \frac{1}{2}; I_3 : d = \varepsilon b\sqrt{n},$ где ε - некоторое фиксированное число, $0 < \varepsilon \leq \frac{1}{2}, F_n(x) = P\left\{\left(n^{-\frac{1}{2}}\sum_{j=1}^{n}\eta_j\right)^2 < x\right\}, G(x) = P\{\gamma_\delta^2 < x\},$ где γ_δ имеет нормальное $N(0,\delta)$ распределение, $\delta^2 = D\eta_j.$

Предложение 1. Существуют положительные числа $co, co(\varepsilon)$ и номер $n(\varepsilon)$ такие, что при $u \geq n(\varepsilon), up \leq co, u^2 p \geq co(\varepsilon), \sqrt{x} \leq b$ справедливо неравенство:

$$F_n(x) - G(x) > \frac{d^2 p}{b^2\sqrt{n}}\varepsilon\left(c_1\frac{\sqrt{x}}{b} - c_2\varepsilon\right) - \frac{(np)^2}{2}, \text{ где}$$

$$c_1 = \frac{1}{48\sqrt{2\pi e}}, c_2 = \frac{c_3(15+10c_3^2+c_3^4)}{5!\sqrt{2\pi}}, c_3 = 1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{6}{5}}$$

В заключении приведем пример, характеризующий точность оценок в теоремах 1 – 4.

Пример 4. Рассмотрим последовательность независимых, одинаково распределенных случайных векторов

$X_i = \{X_{i1}, X_{i2},..., X_{ij},...\}, i = 1,2,...,n$,

где координаты X_{ij} нормальны $N(0,\delta_1)$ для $j = 1,2,3, \delta_3 \leq \delta_2 \leq \delta_1, X_{14}$ определяется η как в предложении 1, причем $DX_{14} \equiv \delta_4^2 = \delta^2 \leq \delta_3^2, X_{1j} = 0$ для $j > 4.$ Пусть Z_j нормальны $N(0,\delta_j), j = 1,2,3,4$

$$\Delta_n = \sup_x \left| \prod_{j=1}^{4} F_{uj}(x) - \prod_{j=1}^{4} G_j(x) \right|.$$

Предположим, что

$$d^3 p = c_{31}, \quad (22)$$

Где c_{31} - некоторое положительное число.

Покажем, что при достаточно малых ε и up, достаточно больших n и $\left(\sqrt{n}\right)^3 p$

$$\Delta_n = \geq c_{33}(\delta_1 \delta_2 \delta_3 \sqrt{n})^{-1} * \beta_4, \qquad (23)$$

Где c_{33} – некоторое положительное число.

Заметим, что по условию I_3 $b^3 = d^3 p(\sqrt{n} up \varepsilon^3)^{-1}$. Поэтому из (22) и I_2 следует ограничение на $b : b \geq c * n^{-\frac{1}{6}}$.

Из (22) также следует, сто при достаточно большом $\left(\sqrt{n}\right)^3 p$

$$\beta_4 \leq 2c_{31} \quad (24)$$

Действительно, в силу I_1 и I_2, $a = \varepsilon b \sqrt{n} p(1-p)^{-1}$. Поэтому, пользуясь условием I_3, легко убедиться, $a \leq b$. Следовательно,

$$\beta_4 = (1-p)\int_{-\infty}^{\infty} |x^3| dx \Phi\left(x + a, b^2\right) + d^3 p = \frac{1-p}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} |yb - a|^3 e^{-\frac{y^2}{2}} dy + d^3 p < b^3 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (|y| + 1)^3 e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$+ dp^3 = d^3 p \left[\frac{1}{\left(\sqrt{n}\right)^3 p \varepsilon^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(|y| + 1\right)^3 e^{-\frac{y^2}{2}} dy + 1 \right],$$

Откуда при достаточно большом $\left(\sqrt{n}\right)^3 p$ следует (24).

Из нормальности $X_{ij}, j = 1,2,3,$ вытекает, что

$$\Delta_n = \sup_x \left| \left[\prod_{j=1}^{4} G_j * \left(F_{n4} - G_4\right) \right] \right| (x).$$

Поэтому, применяя предложение 1, получаем, что при достаточно больших n и $\left(\sqrt{n}\right)^3 p$

$$\Delta_n \geq \int_0^{b^2} [F_{n4}(x) - G_4(x)] \overline{\varphi}_3 (b^2 - x) dx \geq \frac{d^3 p}{b^4 \sqrt{n}} * \varepsilon * c \int_0^{b^2} \sqrt{x \varphi_3} (b^2 - x) dx - \left[\frac{d^3 p}{b^3 \sqrt{n}} * \varepsilon^3 * c_2 + \frac{(up)^2}{2} \right] *$$

$$* \int_0^{b^2} \overline{\varphi}^3 (b^2 - x) dx, \qquad (25)$$

где $\overline{\varphi} k(x)$ - плотность о распределении случайной величины $\sum_{j=1}^{k} z_j^2$. Для дальнейших рассуждений потребуется следующая

Лемма 1. Для любого $x \geq 3$

$$\sqrt{x}\left(\sqrt{2\pi}\,\delta_1 \delta_2 \delta_3\right)^{-1} \exp\left\{ -\frac{x}{2} \sum_{J=1}^{3} \delta_j^{-2} \right\} \leq \overline{\varphi}_3(x) \leq \sqrt{x}\left(\sqrt{2\pi}\,\delta_1 \delta_2 \delta_3\right)^{-\varepsilon}.$$

Доказательство: обозначим через $\varphi_j(x)$ плотность распределения случайной величины Z_j^2.

Поскольку $\varphi_j(x) = \left(\sqrt{2\pi}\,\delta_j\right)^{-1} x^{\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{x}{2\delta_j^2}\right\}$, имеем

$$\overline{\varphi}_2(x) = \int_0^x \varphi_2(x-t)\varphi_1(t)dt = \left(2\pi\delta_1\delta_2\right)^{-1}\int_0^x [(x-t)t]^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{x-t}{2\delta_2^2} - \frac{t}{2\delta_1^2}\right\} dt \geq$$

$$\left(2\pi\delta_1\delta_2\right)^{-1} \exp\left\{-\frac{x}{2}\left(\delta_1^{-2} + \delta_2^{-2}\right)\right\}\int_0^x [(x-t)t]^{-\frac{1}{2}} dt = \left(2\delta_1\delta_2\right)^{-1} \exp\left\{-\frac{x}{2}\left(\delta_1^{-2} + \delta_2^{-2}\right)\right\}.$$

Поэтому

$$\overline{\varphi}_3(x) = \int_0^x \varphi_3(x-t)\overline{\varphi}_2(t)dt \geq \left(2\sqrt{2\pi}\prod_{j=1}^3 \delta_j\right)^{-1}\int_0^x (x-t)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{x-t}{2\delta_3^2} - \frac{t}{2}\left(\delta_1^{-2} + \delta_2^{-2}\right)\right\} dt \geq$$

$$\geq \left(\sqrt{2\pi}\prod_{j=1}^3 \delta_j\right)^{-1} \sqrt{x} \exp\left\{-\frac{x}{2} * \sum_{j=1}^3 \delta_j^{-2}\right\}.$$

С другой стороны, как не трудно показать,

$$\overline{\varphi}_2(x) \leq \left(2\delta_1\delta_2\right)^{-1} \text{ и } \overline{\varphi}_3(x) \leq \left(2\sqrt{2\pi}\prod_{j=1}^3 \delta_j\right)^{-1}\int_0^x (x-t)^{-\frac{1}{2}} dt = \sqrt{x}\left(\sqrt{2\pi}\prod_{j=1}^3 \delta_j\right)^{-1}.$$

Лемма 1 доказана.

Продолжим доказательство неравенство (23).

Поскольку $\sqrt{x} \leq b^{\upsilon}$, в силу предложения 1, при достаточно больших n $b^2 \leq \delta_4^2 \leq \delta_j^2$ для $j = 1,2,3,$ вследствие леммы 1 получим:

$$\exp^{-\frac{3}{2}}\left(\sqrt{2\pi}\,\delta_1\delta_2\delta_3\right)^{-1} * \sqrt{x} \leq \overline{\varphi}_3(x) \leq \sqrt{x}\left(\sqrt{2\pi}\,\delta_1\delta_2\delta_3\right)^{-\varepsilon} \qquad (26)$$

Так как

$$\int_0^{b^2} \sqrt{x(b^2 - x)}dx = \frac{\pi}{\gamma}b^4, \int_0^{b^2} \sqrt{b^2 - x}dx = \frac{2}{3}b^2$$

Из (25) и (26) вытекает, что

$$\Delta_n \geq \frac{d^3p}{\sqrt{n}\prod_{j=1}^3 \delta_j} * \varepsilon * c_{32} - \left[\frac{d^3p}{\sqrt{n}c^3} + \frac{(np)^2}{2}\right]\frac{2b^3}{3\prod_{j=1}^3 \delta_j},$$

где

$$c_{32} = \frac{c_1 e^{-\frac{3}{2}}\sqrt{\pi}}{8\sqrt{2}}.$$

Следовательно,

$$\Delta_n \geq \frac{d^3p}{\sqrt{n}\prod_{j=1}^3 \delta_j}\left[\varepsilon * c_{32} - \left(\frac{2}{3}\varepsilon^2 c_2 + \frac{np}{3\varepsilon^3}\right)\right], \qquad (27)$$

Выбирая $\varepsilon > 0$ и np такими, что

$$\left(1 + \frac{2}{3}c_2\right) * \varepsilon^3 \leq \varepsilon\,\frac{1}{2}c_{32}, np \geq 3\varepsilon^6,$$

из (27) получаем

$$\Delta_n \geq \frac{d^3 p}{\sqrt{n}\prod_{j=1}^{3} \delta_j} * \varepsilon * \frac{1}{2} c_{32}. \qquad (28)$$

Из (28), в силу (22) и (24), вытекает неравенство (23).

Литература.

1. Негаев С.В, Пинелие И.Ф., некоторые неравенства для расширения сумм независимых случайных величин. – Теория вероятностей и ее применения, 1977г., т.XXII, №2, с.254 – 263.
2. Marcinkiewircz J., Zygmind A., Surles functions independents. – Fund. Math, 1937, 29, p.60-90.

Мулдагалиев В.С., Карасаева А.И., Тюрина О.Г. О НЕСТАБИЛЬНОСТИ ТЕОРИИ ЦЕНТРАЛИЗАТОРНО ФАКТОРИЗУЕМОЙ ГРУППЫ

(Западно-Казахстанский государственный университет им. М.Утемисова)

Теоретико-группавая часть данного сообщения связана с понятием дополняемой подгруппы: подгруппа A группы G называется **дополняемой** в G, если существует такая подгруппа B группы G, что G = AB и $A \cap B = \{1\}$. Во всякой группе существуют по крайней мере две дополняемые подгруппы – единичная подгруппа и сама группа. Понятно, что изучение групп по заданным свойствам системы дополняемых подгрупп имеет смысл в случае групп с более широкой системой дополняемых подгрупп. Язык дополняемости системы подгрупп характеризует многие важные свойства групп и иногда позволяет полностью определить строение группы.

Исследованиями, посвященными группам с заданными свойствами системы дополняемых подгрупп, определилось перспективное направление в теории групп. За последние десятилетия в относящихся к нему работах ряда авторов (С.Н. Черников, Н.С. Черников, Д.И. Зайцев, П.П. Барышовец, Я.П. Сысак и др.) получены многие важные результаты.

В нашем сообщении мы выделяем класс групп с помощью следующего определения: группа G называется **централизаторно факторизуемой**, если централизатор любой подгруппы из G дополняем в G [1].

Класс централизаторно факторизуемых групп замкнут относительно прямых (декартовых) произведений, но не замкнут относительно подгрупп и фактор-групп. Однако, централизатор произвольной подгруппы в централизаторно факторизуемой группе централизаторно факторизуем. Следует также упомянуть абелевость нильпотентных подгрупп централизаторно факторизуемых групп. Доказана следующая

<u>Теорема 1.</u> Бесконечная группа G тогда и только тогда является двуступенно разрешимой централизаторно факторизуемой группой, когда

$$G = \left(\underset{i=1}{\overset{n}{X}} A_i \right) \leftthreetimes \left(\underset{j=1}{\overset{m}{X}} \langle G_j \rangle \right),$$

где A_i и $\langle G_j \rangle$ – такие примарные подгруппы, что $A_i \Delta G$, нижний слой из A_i – минимальный нормальный делитель группы G, а подгруппа $A_i \leftthreetimes \langle b_j \rangle$ – либо абелева, либо группа Фробениуса, I = 1, 2, … , n; j = 1, 2, … , m.

Теоретико-модельная часть нашего сообщения связана с понятиями свойства конечного покрытия и нестабильности. Напомним определения этих понятий.

Говорят, что модель $\aleph$ обладает **свойством конечного покрытия** (f.c.p.), если существует формула $\varphi(u, v_1, \dots, v_n)$ такая что для произвольно больших $m < \omega$ модель $\aleph$ обладает (φ, m) – покрытием. (Под (φ, m) – покрытием $\aleph$ мы понимаем семейство из m φ - определимых множеств $S_1, S_2, \dots, S_m \subset A$ таких, что

$$S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_m = A$$

и никакое собственно подсемейство из $S_1, S_2, \dots, S_m$ не покрывают A.)

Теория T называется **стабильной в мощности α**, если для любой модели $\aleph$ теории T и любого множества $X \subset A$ мощности α в простом обогащении константами $(\aleph, x)_{x \in X}$ реализуется точно α типов от одной свободной переменной v_0.

Шеллах и Харник (см. [2]) показали, что если полная теория T стабильна в мощности α, то она имеет насыщенную модель мощности α.

Шеллах классифицировал теории по мощностям, в которых они стабильны: для любой полной теории T в счетном языке имеет место лишь одна из следующих возможностей:

(i) T стабильна в любой мощности $\alpha \geq 2^{\omega}$.

(ii) T стабильна в мощности α тогда и только тогда, когда $\alpha = \alpha^{\omega}$.

(iii) T не стабильна ни в какой бесконечной мощности.

Теория T называется **суперстабильной**, если выполнено (i), **стабильной**, если выполнено (i) или (ii), и **нестабильной,** если выполнено (iii).

В нашей работе мы использовали характеризацию нестабильных теорий, не привлекающую мощностей, данную Шелахом:

полная теория T нестабильна тогда и только тогда, когда существуют формула $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) = \varphi\left(\vec{x}, \vec{y}\right)$, модель $\aleph$ теории T и бесконечное множество $x \subset A^n$, также, что отношение

$$\left\{ \left\langle \vec{x}, \vec{y} \right\rangle \mid \vec{x}, \vec{y} \in X \; u \; \aleph \models \varphi\left[\vec{x}, \vec{y} \right] \right\}$$

линейно упорядочивает X.

Нами получен следующий результат.

Теорема 2. Теория бесконечной двуступенно разрешимой централизаторно факторизуемой группы с конечным множеством нормальных делителей нестабильна.

Следствие. Теория из теоремы обладает свойством конечного покрытия.

В следующем определении через Z(G) обозначен центр группы G. Бесконечную группу G назовем **группой Фабера**, если все ее максимальные подгруппы – расширения Галуа центра Z(G) и их группы Галуа изоморфны.

Теорема 3. В группах Фабера дополняемы централизаторы всех ее максимальных абелевых подгрупп.

Теорема 4. Группы Фабера, у которых конечны все абелевы подгруппы централизаторно факторизуемы, при условии существования у них неединичных конечных подгрупп.

Теорема 5. Теория централизаторно факторизуемой группы Фабера нестабильна и, следовательно, обладает свойством конечного покрытия.

Литература

1. Мулдагалиев В.С. Периодические централизаторно факторизуемые группы. – Киев, 1982. – 40 с. – (Препринт / АНУССР, Ин-т математики: 82.47).
2. Shelah S. Stability, the f.c.p., and superstability model – theoretic properties of formulas in first-order theories, Ann. Math. Log., 3, (1971), 271-362.

Невоструев Л.М., Гамова Н.А. НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

(Оренбургский государственный университет)

Задачи, краевые условия которых представляют собой соотношения между значениями искомой функции и ее производных вычисленными в различных переменных точках лежащих на границе или внутри рассматриваемой области принято называть нелокальными краевыми задачами или краевыми задачами со смещением.

В настоящее время исследование нелокальных краевых задач ведется по целому ряду различных направлений. В этих исследованиях просматриваются тенденции дать общее определение нелокальных краевых задач, осветить современное состояние теории этих задач , сформулировать общую постановку краевых задач со смещением для отдельных классов линейных уравнений и целый ряд других проблем. Этот возросший интерес к изучению нелокальных краевых задач объясняется как возможностям важных приложений в нашей практической деятельности, так и теоретической значимостью получаемых результатов приведших к осознанию качественной новизны краевых задач со смещением для теории дифференциальных уравнений в частных производных.

В проводимых ниже исследованиях выясняются возможности задания определенных видов граничных условий со смещением на отдельных участках границы области D, а так же устанавливаются требования, выполнение которых гарантирует пригодность этих участков служить носителями выбранных нелокальных краевых условий.

Рассмотрим уравнение:

$$|y|^{\alpha}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{1-\alpha}{2}\frac{\partial u}{\partial y}=0,\quad \alpha>-1, \tag{1}$$

которое при $\alpha=1$ редуцируется к известному уравнению Лаврентьева – Бицадзе

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\operatorname{sgn} y=0, \tag{2}$$

При таком подходе основную роль играют особенности характерные для нелокальных краевых условий, а не конструктивные особенности идущие от структуры решений рассматриваемого класса уравнений. Это, позволяет установить, какие из исследуемых задач со смещением не являются тривиальным обобщением классических краевых задач.

Введем следующие обозначения:

$$\theta_1(x)=\frac{x}{2}-i\left(\frac{\alpha+1}{2}\cdot\frac{x}{2}\right)^{\frac{2}{\alpha+1}},\qquad \theta_2(x)=\frac{1+x}{2}-i\left(\frac{\alpha+1}{2}\frac{1-x}{2}\right)^{\frac{2}{\alpha+1}}$$

Очевидно, что $\theta_1(x)$ и $\theta_2(x)$ являются аффиксами точек пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки x∈ I с характеристиками Γ_1 и Γ_2 соответственно.

Задача. Найти регулярное в области D_2 решение U(x,y) уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям:

$$U(x,0)=\tau(x) \qquad \forall x \in \bar{I}, \tag{3}$$

$$\alpha_1(x)\frac{\partial u[\theta_1(x)]}{\partial x}+\beta_1(x)\frac{\partial u[\theta_1(x)]}{\partial y}+\gamma_1(x)U[\theta_1(x)]+\alpha_2(x)\frac{\partial u[\theta_2(x)]}{\partial x}+\beta_2(x)\frac{\partial u[\theta_2(x)]}{\partial y}+\gamma_2(x)U[\theta_2(x)]=\delta(x)$$
$$\forall x \in I \tag{4}$$

Общее уравнение U(x,y) уравнения (1) удовлетворяющее краевому условию (3) запишем в виде

$$U(x,y)=\tau\left[x-\frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]+f_1\left[x+\frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]-f_1\left[x-\frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] \tag{5}$$

Удовлетворив построенное решение U(x,y) краевому условию (4) получим следующее выражение определяющее неизвестную функцию $f_1(x)$/

-

$$\left[\alpha_1(x)-\alpha_2(x)-\left(\frac{\alpha+1}{2}\cdot\frac{x}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}}\beta_1(x)-\left(\frac{\alpha+1}{2}\cdot\frac{1-x}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}}\beta_2(x)\right]f_1'(x)+[\gamma_1(x)-\gamma_2(x)]f_1(x)=\delta(x)-$$
$$\left[\alpha_2(x)+\left(\frac{\alpha+1}{2}\cdot\frac{1-x}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}}\beta_2(x)\right]\tau'(x)-\left[\alpha_1(x)+\left(\frac{\alpha+1}{2}\cdot\frac{x}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}}\beta_1(x)\right]\left[\tau'(0)-f_1'(0)\right]+$$
$$+\left[\left(\frac{\alpha+1}{2}\cdot\frac{1-x}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}}\beta_2(x)-\alpha_2(x)\right]f_1'(1)-\gamma_2(x)\tau(x)-\gamma_2(x)f_1(1)$$

$$\forall x \in I \tag{6}$$

Рассмотрим следующие случаи, возникающие при отыскании функции $f_1(x)$ из выражения (6).

I. Пусть

$$\alpha_1(x) = \beta_1(x) = \alpha_2(x) = \beta_2(x) = 0$$
$$\forall x \in \bar{I} \qquad (7)$$
$$\tau(x), \delta(x), \gamma_1(x), \gamma_2(x) \in C(\bar{I}) \cap C^2(I)$$

Тогда краевое условие (4) примет вид:

$$\gamma_1(x)U[\theta_1(x)] + \gamma_2(x)U[\theta_2(x)] = \delta(x)$$
$$\forall x \in \bar{I} \qquad (8)$$

Из равенства (6) следует:

$$[\gamma_1(x) - \gamma_2(x)]f_1(x) = \delta(x) - \gamma_2(x)\tau(x) - \gamma_2(x)f_1(1) \qquad (9)$$

Отсюда при x=0 и x=1 получим, соответственно,

$$\gamma_1(0)\tau(0) = \delta(0) - \gamma_2(0)f_1(1),$$
$$\gamma_1(1)f_1(1) = \delta(1) - \gamma_2(1)\tau(1)$$

Положим $\gamma_1^2(1) + \gamma_2^2(0) \neq 0$. Тогда $f_1(1)$ определяется одной из следующих формул

$$f_1(1) = \frac{1}{\gamma_1(1)}[\delta(1) - \gamma_2(1)\tau(1)], f_1(1) = \frac{1}{\gamma_2(0)}[\delta(0) - \gamma(0)\tau(0)] \qquad (10)$$

А так как $f_1(x) \in C(\bar{I})$, то из (10) получим следующее условие согласования:

$$\gamma_1(0)\gamma_1(1)\tau(0) - \gamma_2(0)\gamma_2(1)\tau(1) + \gamma_2(0)\delta(1) - \gamma_1(1)\delta(0) = 0 \qquad (11)$$

Теперь из равенства (9) находим

$$f_1(x) = \frac{1}{\gamma_1(x) - \gamma_2(x)}[\delta(x) - \gamma_2(x)\tau(x) - \gamma_2(x)f_1(1)]$$

где $f_1(1)$ определяется одним из выражений (10) и, кроме того, имеет место

$$\gamma_1(x) \neq \gamma_2(x),$$
$$\forall x \in \bar{I}$$

Таким образом, если имеет место условие (11) и выполняется $\gamma_1^2(1) + \gamma_2^2(0) \neq 0, \gamma_1(x) \neq \gamma_2(x) \forall x \in \bar{I}$, то краевая задача (1), (3), (8) разрешима, причем единственным образом и ее решение дается следующей формулой

$$U(x,y) = \tau\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] -$$

$$\frac{\gamma_2\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]\tau\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y^{\frac{\alpha+1}{2}})\right] + \gamma_2\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]f_1(1) - \delta\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]}{\gamma_1\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] - \gamma\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]} +$$

$$\frac{\gamma_2\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]\tau\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] - \delta\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] + \gamma_2\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]f_1(1)}{\gamma_1\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] - \gamma_2\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]}$$

Заметим, что если $\gamma_1(x) \neq \gamma_2(x) \forall x \in \bar{I}$ при этом $\gamma_1(1) = \gamma_2(0) = 0$, то, рассматривая, краевая задача, не имеет единственного решения. Действительно, функция

$$U(x,y) = \frac{\gamma_2\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]}{\gamma_1\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] - \gamma_2\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]} - \frac{\gamma_2\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]}{\gamma_1\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] - \gamma_2\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]}$$

есть решение этой задачи с однородными краевыми задачами.

Выполнение равенства $\gamma_1(x) \neq \gamma_2(x) \forall x \in \bar{I}$ так же приводит к нарушению единственности решения задачи. Это следует из того, что если $f(x)$ произвольная функция из класса $C(\bar{I} \cap C^2(I))$, удовлетворяющая условию $f(0) = f(1)$, то

$$U(x,y) = f\left[x - \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right] - f\left[x + \frac{2}{\alpha+1}(-y)^{\frac{\alpha+1}{2}}\right]$$

удовлетворяет однородным краевым условиям, т.е.

$$U(x,0) = 0, \qquad \gamma_1(x)U[\theta_1(x)] + \gamma_2(x)U[\theta_2(x)] = 0.$$

Следовательно, условия $\gamma_1^2(1) + \gamma_2^2(0) \neq 0$, $\gamma_1(x) \neq \gamma_2(x) \quad \forall x \in \bar{I}$ являются существенными и нарушение хотя бы одного из них ведет к тому, что однородная краевая задача (1), (3), (8) имеет решение отличное от нулевого.

Таким образом, из всего выше сказанного можно сделать следующее заключение.

I. Если $\gamma_1(x) \neq \gamma_2(x) \quad \forall x \in \bar{I}$, то

а) при $\gamma_1^2(1) + \gamma_2^2(0) \neq 0$ задача (1), (3), (8) разрешима, причем единственным образом, при выполнении условия (11);

б) при $\gamma_1(1) = \gamma_2(0) = 0$ нарушается единственность решения этой задачи.

II. Если $\gamma_1(x) = \gamma_2(x) \quad \forall x \in \bar{I}$, то задача (1), (3), (8) имеет бесчисленное множество решений.

Замечание. В случае если $\gamma_1(x) \neq \gamma_2(x) \quad \forall x \in \bar{I}$ и $\gamma_1(1) = \gamma_2(0) = 0$, то правильно поставленной в этом случае будет следующая краевая задача.

Найти решение U(x,y) уравнения (1) удовлетворяющее краевым условиям (3), (8) и

$$U\left[\frac{1}{2},-\left(\frac{\alpha+1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{\alpha+1}}\right] = p.$$

Единственное решение этой задачи дается формулой (12), где $f_1(1)=p$ и имеют место следующие условия согласования

$$\gamma_1(0)\tau(0) - \delta(0) = \gamma_2(1)\tau(1) - \delta(1) = 0.$$

Невоструев Л.М., Кайкова Т.В. О РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДЛЯ УСКОРЕННОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

(Оренбургский государственный университет)

Проведение вступительных экзаменов в форме тестирования приводит к тому, что характер аудитории первокурсников принципиально меняется. Вместо аудитории, которая «знает почему», формируется аудитория, которая «знает как», что создает сегодня в математическом образовании серьезные внутренние противоречия, ибо здесь формируется совершенно другая система математического образования, требующая других учебников и учебных пособий.

Основная часть вузовских учебников по математике, а с ними читаемых лекций и практических занятий, строится на допущении, что выпускники средних учебных заведений имеют по математике твердые знания, умения и навыки. Однако, опыт работы кафедры показывает, что математическое мышление большинства первокурсников нуждается в определенной доработке в связи с абстрактным характером дисциплины.

Кроме того, математика является основным языком, на котором говорят современные науки. Обучение этому языку, его различным оттенкам и диалектам – важнейшая цель математического образования. Все сказанное выше позволяет предположить, что часть математических знаний необходимых людям в повседневной жизни в ближайшее время они будут хранить в своей голове, а не в карманной мини супер ЭВМ.

Естественно, что не всем первокурсникам по душе такое «жесткое» изложение в духе учебника и твердое стремление преподавателя заставить запомнить. Ведь он теперь стал студентом и стремится к творчеству и самовыражению. С другой стороны в экономической сфере доминируют рыночные отношения и такие тесно привязанные к хозяйству сферы как наука и образование естественно терпят изменения. Поэтому кафедра должна обеспечить не только другой путь в освоении математики, а разработать и предложить первокурснику на выбор несколько их.

Далее речь пойдет о вспомогательном материале для курса математический анализ для не математиков. Чтобы добиться более эффективной организации учебного процесса предлагается:

1. Всем лекторам кафедры разработать для своих потоков методическое пособие «Опорный материал курса математического анализа». Он должен содержать те разделы математического анализа, которые проходят в школе или техникумах , однако, изложение этих разделов должно вестись современным математическим языком, а строгость изложения должна соответствовать уровню требований кафедры. Естественно, что некоторые простые темы, не изучаемые в школе можно изложить в разделе для самостоятельного изучения. Весь этот материал должен быть построен так,

чтобы его можно было разбить на два модуля и указать какие темы войдут в первый модуль, какие во второй. По какому модулю должны быть подготовлены тесты для самопроверки и подобраны упражнения для проверки практических навыков.

2. На всех потоках должны быть методические указания «Разделы для самостоятельного изучения» по семестрам, т.к. математический анализ изучается где-то два семестра, где-то три семестра, а где-то четыре семестра.

Здесь подробно излагается содержание этих разделов и студент может ознакомиться с манерой изложения материала лектором, а также с требованиями которые он предъявляет. Кроме того можно разработать теоретические упражнения по включенным разделам и отчет по ним включить в модули. Заметим, что по некоторым темам можно провести лабораторные работы. Например:

a) дифференцирование функций одной переменной;
b) исследование функций и построение графиков;
c) интегрирование функций.

Подготовленный вспомогательный материал доводится до сведения первокурсников (или указывается его адрес на сайте кафедры, или раздается в виде математических пособий).

В этих условиях изучение курса математический анализ при ускоренной форме обучения (три семестра) можно построить следующим образом.

Первый семестр. Множества, отображение множеств. Оператор, числовая функция, числовая функция на числовой оси. Класс элементарных функций. Класс специальных функций. Класс обобщенных функций.

Знакомить студентов с последними двумя классами функций надо постепенно, поэтому при первом знакомстве отметим, что специальные функции возникли при решении прикладных задач. Даем определение ряда специальных функций с помощью интегралов и отмечаем, что техника работы с интегралами так усовершенствовалась, что исследовать и применять функцию, заданную в виде интеграла, не многим сложнее, чем заданную непосредственно и даже, если интеграл берется в элементарных функциях, но имеет слишком громоздкое выражение, предпочитают интеграл не брать, а применять его «целиком» не взятым.

Путь в математику обобщенных функций растянулся на несколько десятков лет. Для этих функций не определяется поточечная связь между значениями аргумента и функции. Вместо этого рассматривается значение скалярных произведений (+, φ) для обычных основных функций φ , как исчерпывающую характеристику символа +.

Затем переходим к функциям двух переменных, а когда это целесообразно, то рассматриваем функции трех и «n» переменных. В этом случае мы повторим математический аппарат функций одной переменной на функциях двух переменных и кроме того подготовим студентов к введению комплексных функций. Закончить семестр предлагается кратными интегралами.

Второй семестр посвящается изучению криволинейных интегралов, математической теории поля и дифференциальным уравнениям.

В третьем семестре изучаем числовые ряды, функциональные ряды, ряды Фурье и элементы теории вероятностей.

Отрыванкина Т.М. О ПОДХОДЕ К ОРГАНИЗАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ СО СТУДЕНТАМИ 1-2 КУРСОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

(Оренбургский государственный университет)

Известно, что планомерная регулярная самостоятельная работа студента является залогом его успешной учебной деятельности в вузе. Как показывает опыт, вчерашние школьники, ставшие первокурсниками, в большинстве своем не способны без постоянного контроля со стороны преподавателя осуществлять регулярную работу над лекционным материалом. Многие из них и ко второму курсу не приобретают навыков самостоятельной организации собственной работы и самоконтроля.

Задача преподавателя – обеспечить знание студентом содержания изучаемой дисциплины. При этом никакие методические приемы проведения лекционных, практических и лабораторных занятий не дадут результатов без осуществления студентом необходимого объема самостоятельной работы. Помочь студенту в овладении учебным материалом призваны не только проводимые преподавателем аудиторные занятия, но и организуемые им консультации. А среди традиционных форм текущего контроля усвоения содержания дисциплины наряду с самостоятельными, контрольными работами важная роль принадлежит коллоквиумам. Однако студенты, как правило, не спешат на консультации, а на коллоквиуме, как и на экзамене, у преподавателя нет возможности выявить все пробелы в знаниях студента. Кроме этого, необходимо научить студента младших курсов демонстрировать свои знания: рассуждать, а не механически воспроизводить выученные формулировки. При изучении математических дисциплин эти моменты приобретают особую значимость. Решить задачи, связанные с организацией осознанной регулярной самостоятельной работы и осуществлением контроля над ее выполнением и результативностью, призвана организация индивидуальной работы со студентами младших курсов в виде собеседований-консультаций или, иначе, коллоквиумов, «растянутых во времени». Поясним суть предлагаемого подхода, позволяющего эффективно контролировать освоение студентами учебного материала как теоретического, так и практического содержания.

В рамках еженедельных консультаций преподаватель проводит собеседование с каждым из пришедших студентов в объеме подготовленного студентом материала: это может быть как всего лишь один из пунктов, выделенных в рамках лекции по определенной теме, так и материал ряда лекций. Обязательным требованием является содержательная законченность ответа и соблюдение последовательности тематического планирования содержания дисциплины. Во время ответа одного из студентов остальные имеют возможность проверить собственные знания, закрепить изученное, слушая ответ сокурсника. Они могут и дополнять его ответ, если он неполон, могут помогать восстанавливать потерянную нить рассуждений, разумеется, с подачи и разрешения преподавателя. Каждый из студентов в приемлемом для него режиме (в части объема сда-

ваемой информации) проговаривает теоретический материал, обсуждает его с преподавателем, обнаруживая с его помощью пробелы в знаниях или же приобретая уверенность в правильном понимании изученного. Происходит подготовка к сдаче экзамена в виде проживания аналогичной ситуации, но в более «мягком» режиме, когда можно не только ответить на определенные вопросы, но и задать свои, что даже важнее, потому что студент, не знакомый с материалом, в принципе не способен спросить преподавателя о деталях доказательства теоремы, о приемах решения задачи, о правильности применения правила построения некоторого объекта и т.д. В ходе такой работы студенты получают представление о требованиях преподавателя к ответу на экзамене, а преподаватель лучше «видит» своих студентов, получает представление об их индивидуальных особенностях, учет которых позволяет объективнее проводить оценку знаний.

Участие студентов в собеседованиях, сданные ими разделы дисциплины фиксируются ведомости текущих контролей. Анализ количества накопленных «плюсов» наряду с оценками аудиторных проверочных работ позволяет легко осуществлять выставление оценок рубежного контроля. Причем делать это достаточно объективно. К концу семестра преподаватель имеет четкое представление о возможностях студентов, с которыми работает, знает об объеме детально проработанного каждым из них материала, может принимать решение об «автоматах» для особо отличившихся и т.п.

Подобная организация работы со студентами была осуществлена автором в весеннем семестре 2004-2005 учебного года на специальностях «Прикладная математика и информатика» (1-ый курс) и «Информационные системы и технологии» (2-ой курс). Дисциплина «Математическая логика» (для специальности ИСТ – часть курса «Дискретная математика») традиционно вызывает затруднения у студентов: и как всякая математическая дисциплина, и в силу собственной специфики, хотя ее начала доступны и старшекласснику. Проведенные собеседования-консультации показали их эффективность. Неуверенные в себе, но добросовестные студенты, получили возможность поверить в свои силы, слабые или ленивые студенты, многократно прослушав чужие ответы, становились способны их воспроизводить. Относительно сильных студентов хочется отметить следующее. Их регулярная самостоятельная работа получает очевидное подтверждение и, конечно, нет необходимости детально выслушивать ответы таких студентов. Нужно спросить у них о вопросах, которые возникли при подготовке (это позволяет понять, насколько детально разобран материал), и задать каверзные вопросы (не трудные, но ставящие, как правило, в тупик). Кроме того, при изложении математических дисциплин нет возможности доказать на лекции каждое из утверждений, теорем. Обязательно ряд из них предлагается для самостоятельного разбора, так как либо непосредственно следует из определений и уже доказанных утверждений, либо доказывается аналогично какому-то из разобранных на лекции случаев. Вот эти моменты и нужно обсудить с сильными студентами, потому что только они в рамках текущей самостоятельной подготовки идут дальше готовых формулировок.

Безусловно, такая работа является большой нагрузкой для преподавателя и по своему объему она выходит далеко за границы предусмотренных часов второй половины рабочего дня. С этой точки зрения при всей эффективности она непривлекательна для большинства преподавателей в виду отсутствия материальной поддержки. Однако при *нормальной* нагрузке и достойном уровне ее оплаты, помощи ассистентов и соответствующем методическом обеспечении эта работа вполне осуществима, а главное – результативна. При этом данная система контроля прозрачна для студентов: они прекрасно понимают критерии их оценки и имеют наглядное воплощение результатов своей работы в виде заполненной ведомости текущих контролей.

Конечно, предложенная организация индивидуальной работы ориентирована в первую очередь на не вполне организованных и слабых студентов, являя собой «костыль», не воспользуется которым только абсолютно не заинтересованный в знаниях, а значит, случайный в университетских стенах индивид. Но необходимость такого шага вызвана объективными предпосылками: диссонанс между математической подготовкой школьников и требованиями вуза усиливается; адаптация первокурсников к среде высшей школы не проходит безболезненно. Поэтому систематический, планомерный, четко организованный контроль работы студентов, особенно на младших курсах, выступает неотъемлемой частью работы преподавателя, и нужно искать наиболее эффективные способы его осуществления.

Автор рассматривает описанную организацию индивидуальной работы со студентами как часть методики преподавания математических дисциплин в вузе с помощью опорных конспектов.

Напомним, что одним из легендарных учителей-экспериментаторов, утверждающих, что все дети без исключения способны успешно овладевать программой средней школы, в том числе по математике, является В.Ф. Шаталов. Его авторская методика использует в качестве составной части так называемые опорные сигналы, с помощью которых создаются опорные конспекты, позволяющие в сжатой форме нести информацию о содержании изучаемого материала. Многочисленные ученики и последователи В.Ф. Шаталова, беря на вооружение его опыт, убеждаются в его действенности, но и осознают, что опорные конспекты всего лишь часть "айсберга", его подножие. Именно на нем, как на фундаменте, каждый из них строит свой подход к преподаванию той или иной дисциплины, модифицируя авторскую методику в соответствии со своими возможностями, и даже находя собственные интересные решения. Опыт использования опорных конспектов в средней школе достаточно богат. Хотелось бы применить подобный подход и в высшей школе, создав методическое обеспечение конкретной дисциплины, частью которого стал бы пакет опорных конспектов лекций. Появляются возможности и для более рациональной организации самих лекций, и для повышения эффективности самостоятельной работы студентов, и для новых форм проведения коллоквиумов.

Методическое обеспечение дисциплины, ориентированное на использование элементов методики В.Ф. Шаталова, должно включать в себя как минимум:

- тематическое планирование дисциплины (приведенное в рабочей программе);

- курс лекций или учебное пособие, содержание которого соответствует тематическому планированию;

- пакет опорных конспектов (охватывающий весь лекционный материал);

- ведомость текущих контролей (проводимых как на занятиях, так и в виде коллоквиумов);

- фонды контрольных заданий.

Эта методика открыта для использования информационных технологий, более того с их применением она становится более организованной и привлекательной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Отрыванкина Т.М. Опорные конспекты в высшей школе: возможности использования// Самостоятельная работа студента: организация, технологии, контроль. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. [Электронный ресурс] – Оренбург: ОГУ, 2005.

Отрыванкина Т. М. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ АВТОМАТОВ

(Оренбургский государственный университет)

Статья посвящена вопросам приложения методов универсальной алгебры к теории автоматов.

Теория автоматов представляет собой один из разделов математической кибернетики. Главным объектом изучения этой теории является устройство, предназначенное для преобразования информации. Такие устройства естественным образом возникают в многочисленных задачах, связанных с вычислительной техникой и управлением, в задачах теории связи и многих других. Математической моделью такого устройства является особая многоосновная система $\mathcal{A}=(S, X, Y, \delta, \lambda)$, которая называется автоматом. Три основных множества S, X, Y называются соответственно множеством состояний, множеством входных сигналов и множеством выходных сигналов автомата. Бинарные операции $\delta: S\times X\to S$, $\lambda: S\times X\to Y$ называются функцией переходов и выходной функцией соответственно.

В классическом понимании основные множества автомата являются аморфными конечными множествами, однако в настоящее время как в рамках самой теории автоматов, так и в ее многочисленных приложениях рассматриваются автоматы, основные множества которых наделены дополнительной математической структурой, сохраняющейся функциями δ и λ. В качестве таких структур могут выступать, к примеру, алгебраические структуры конечного поля или линейного пространства, реляционные структуры упорядоченного множества или толерантного пространства и т.д. Соответствующие автоматы называются автоматами над конечными полями, линейными автоматами, упорядоченными автоматами, толерантными автоматами и т.д. В общем случае автоматы, основные множества которых наделены дополнительной математической структурой, называются *структуризованными*. Исследования в этом направлении характеризуются широким использованием алгебраических средств и, таким образом, автомат – один из основных объектов математической кибернетики – становится предметом научного интереса так называемой алгебраической теории автоматов, которая непосредственно связана с важными разделами универсальной алгебры и имеет разнообразные приложения к вопросам декомпозиции и классификации автоматов, к теории языков и алгоритмов.

Классы структуризованнных автоматов с отображениями, сохраняющими их алгебраическую и топологическую структуры, образуют категории. Использование логико-алгебраических методов нестандартного анализа позволяет доказывать существование универсальных объектов в категориях топологических алгебраических автоматов и осуществлять их построение. (Объект А категории **K** называется *универсальным отталкивающим объектом* в **K**, если для любого объекта В из **K** имеется единственный морфизм f: $A\to B$. Двойственным об-

разом, объект A категории **K** называется *универсальным притягивающим объектом* в **K**, если для любого объекта B из **K** имеется единственный морфизм f: B→A.)

Топологическим алгебраическим автоматом над категорией **K** (или просто, **K**-автоматом) называется многоосновная система вида $\mathcal{A}=(S, X, Y, \delta, \lambda)$, где топологические алгебраические системы

$$X=(X, \Omega, \rho),\ Y=(Y, \Omega, \sigma),\ S=(S, \Omega, \alpha)$$

являются объектами категории **K** и отображения

$$\delta: S\times X\to S,\ \lambda: S\times X\to Y,\ \delta_x: S\to S,\ \lambda_x: S\to Y\ (x\in X)$$

являются морфизмами категории **K**. С учетом результатов нестандартной топологии это означает, что

1) $(\forall P\in\Omega_P)\ (\forall s_1, s_2, \ldots, s_n\in S)\ (\forall x_1, x_2, \ldots, x_n\in X)$:
$((s_1, s_2, \ldots, s_n)\in P_S \wedge (x_1, x_2, \ldots, x_n)\in P_X) \Rightarrow (\ (\delta(s_1, x_1), \delta(s_2, x_2), \ldots, \delta(s_n, x_n)\ )\in P_S\ )$,
$((s_1, s_2, \ldots, s_n)\in P_S \wedge (x_1, x_2, \ldots, x_n)\in P_X) \Rightarrow (\ (\lambda(s_1, x_1), \lambda(s_2, x_2), \ldots, \lambda(s_n, x_n)\ )\in P_Y\ )$;
2) $(\forall f\in\Omega_F)\ (\forall s_1, s_2, \ldots, s_n\in S)\ (\forall x_1, x_2, \ldots, x_n\in X)$:
$\delta\ (f_S(s_1, s_2, \ldots, s_n), f_X(x_1, x_2, \ldots, x_n)\ ) = f_S\ (\delta(s_1, x_1), \delta(s_2, x_2), \ldots, \delta(s_n, x_n)\ )$,
$\lambda\ (f_S(s_1, s_2, \ldots, s_n), f_X(x_1, x_2, \ldots, x_n)\ ) = f_Y\ (\lambda(s_1, x_1), \lambda(s_2, x_2), \ldots, \lambda(s_n, x_n)\ )$;
3) $(\forall s\in S)\ (\forall s'\in {}^*S)\ (\forall x\in X)\ (\forall x'\in {}^*X)$:
$(s, s')\in\alpha \wedge (x, x')\in\rho \Rightarrow (\ \delta(s, x),\ {}^*\delta(s', x')\ )\in\alpha$,
$(s, s')\in\alpha \wedge (x, x')\in\rho \Rightarrow (\ \lambda(s, x),\ {}^*\lambda(s', x')\ )\in\sigma$,

где ${}^*\delta: {}^*S\times{}^*X\to {}^*S$, ${}^*\lambda: {}^*S\times{}^*X\to {}^*Y$ являются продолжениями отображений δ и λ на ${}^*S\times{}^*X$.

Непрерывным гомоморфизмом по состояниям (или просто, гомоморфизмом) **K**-автомата $\mathcal{A}_1=(S_1, X_1, Y_1, \delta_1, \lambda_1)$ в **K**-автомат $\mathcal{A}_2=(S_2, X_2, Y_2, \delta_2, \lambda_2)$ называется непрерывный гомоморфизм $\varphi: S_1\to S_2$, удовлетворяющий для любых элементов $x\in X$ и $s\in S$ следующим соотношениям:

$$\varphi(\delta_1(s, x)) = \delta_2(\varphi(s), x),\ \lambda_1(s, x) = \lambda_2(\varphi(s), x).$$

Непрерывность φ означает, что если $S_1=(S_1, \Omega, \alpha_1)$ *и* $S_2=(S_2, \Omega, \alpha_2)$, то

$$(s, s')\in\alpha_1 \Rightarrow (\varphi(s), \varphi(s'))\in\alpha_2.$$

Обозначив W множество $X^+\cup\{ue\mid u\in X^+\}$, для каждого $w=x_1x_2\ldots x_n$ из W определим расширенную функцию выхода $\lambda_w: S\to Y$ по формуле

$$\lambda_w = \lambda_{x_n}\circ\delta_{x_{n-1}}\circ\delta_{x_{n-2}}\circ\ldots\circ\delta_{x_2}\circ\delta_{x_1}.$$

Заметим, что λ_w является непрерывным гомоморфизмом как композиция непрерывных гомоморфизмов. Наряду с λ_w рассмотрим $\lambda_s: W \to Y$ такую, что $\lambda_s(w)=\lambda_w(s)$ $(\forall s \in S)$. Назовем эту функцию *функцией экспериментов*, а множество $\{\lambda_s \mid s \in S\}$ будем называть *классом функций экспериментов* автомата $\mathcal{A}$ и обозначать $F_{\mathcal{A}}$. *Эквивалентными автоматами* называются **K**-автоматы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, для которых $F_{\mathcal{A}} = F_{\mathcal{B}}$.

Известно, что для аморфных конечных автоматов, имеющих одинаковые множества входных и выходных сигналов, может быть решена задача уменьшения числа состояний автомата без ограничения его возможностей. Существует алгоритм нахождения автомата $\mathcal{A}'$, являющегося эпиморфным по состояниям образом данного автомата $\mathcal{A}=(S, X, Y, \delta, \lambda)$ и имеющего наименьшее число состояний среди таких автоматов. Рассмотрим аналогичную задачу для **K**-автоматов.

Пусть **K** – произвольная категория компактных и хаусдорфовых алгебраических систем сигнатуры Ω и $\mathcal{A}=(S, X, Y, \delta, \lambda)$ – некоторый **K**-автомат. Построим автомат $\mathcal{A}_0=(F_{\mathcal{A}}, X, Y, \delta_0, \lambda_0)$, в котором действие отображений δ_0, λ_0 на пары $(\lambda_s, x) \in F_{\mathcal{A}} \times X$, определяется формулами

$$\delta_0(\lambda_s, x) = \lambda_{\delta_x(s)}, \quad \lambda_0(\lambda_s, x) = \lambda_s(x).$$

Лемма. Пусть **K** – категория топологических алгебраических Ω-систем, замкнутая относительно прямых степеней и замкнутых подсистем. Тогда для любого **K**-автомата $\mathcal{A}=(S, X, Y, \delta, \lambda)$ справедливы следующие утверждения:

1)автомат $\mathcal{A}_0=(F_{\mathcal{A}}, X, Y, \delta_0, \lambda_0)$ является топологическим алгебраическим автоматом над категорией **K**;

2)существует гомоморфизм автомата $\mathcal{A}$ на автомат $\mathcal{A}_0$;

3)автоматы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{A}_0$ эквивалентны;

4)все состояния автомата $\mathcal{A}_0$ попарно не эквивалентны;

5)мощность множества состояний автомата $\mathcal{A}_0$ не превосходит мощности множества состояний автомата $\mathcal{A}$.

Автоматы, удовлетворяющие свойствам 1)-5), называются *минимальными* автоматами для $\mathcal{A}$.

Эта лемма и ряд других вспомогательных утверждений позволяют доказать следующее утверждение.

Теорема. Пусть **K** – категория топологических (компактных и хаусдорфовых) алгебраических Ω-систем, замкнутая относительно прямых степеней и замкнутых подсистем, $\mathcal{A}=(S, X, Y, \delta, \lambda)$ – произвольный **K**-автомат и L – класс всех **K**-автоматов, эквивалентных автомату $\mathcal{A}$. Тогда в классе L существует единственный с точностью до топологического изоморфизма **K**-автомат $\mathcal{A}_L$, который удовлетворяет следующим условиям:

1) для любого K-автомата $\mathcal{A} \in L$ существует гомоморфизм $\mathcal{A}$ на K-автомат $\mathcal{A}_L$;

2) состояния автомата $\mathcal{A}_L$ попарно не эквивалентны;

3) мощность множества состояний автомата $\mathcal{A}_L$ не превосходит мощности множества состояний любого автомата из класса L.

Такой автомат $\mathcal{A}_L$ является универсальным притягивающим объектом в подкатегории L категории $\mathbf{A_K}$ и называется *минимальным* **K**-автоматом этой подкатегории.

Построение универсальных отталкивающих объектов в категориях автоматов процесс более сложный и громоздкий, поэтому поясним его, ограничившись рассмотрением автоматов без выхода и сигнатуры Ω без предикатных символов. В соответствии с этим замечанием далее речь пойдет об автоматах вида $\mathcal{A}=(S, \Gamma, \circ)$, где $\Gamma=(\Gamma, \cdot, \rho)$ – произвольная топологическая полугруппа входных сигналов автомата, $S=(S, \Omega, \alpha)$ – произвольная топологическая Ω-алгебра состояний автомата и $\circ: S\times\Gamma\to S$ – функция переходов, сохраняющая операции на S и Γ и согласованная с ними. Будем называть такие автоматы полугрупповыми *топологическими алгебраическими автоматами* (ТАА). *Непрерывным гомоморфизмом* ТАА $\mathcal{A}=(S, \Gamma, \circ)$ в ТАА $\mathcal{A}_1=(S_1, \Gamma_1, \circ_1)$ называется упорядоченная пара $\phi=(\phi_1, \phi_2)$, где $\phi_1: \Gamma\to\Gamma_1$ – непрерывный гомоморфизм топологических полугрупп, $\phi_2: S\to S_1$ – непрерывный гомоморфизм топологических Ω-алгебр и для любых $\gamma\in\Gamma$ и $s\in S$ выполняется условие:

$$\phi_2(s\circ\gamma)=\phi_2(s)\circ_1\phi_1(\gamma).$$

Пусть **M** – категория упорядоченных пар топологических пространств с упорядоченными парами непрерывных отображений в качестве морфизмов и **A** – регулярная категория полугрупповых топологических автоматов без выхода с непрерывными гомоморфизмами. Считаем, что категория **A** содержит автомат $\mathcal{E}$ с одноэлементной полугруппой входных сигналов и одноэлементной Ω-алгеброй в качестве множества состояний.

Рассмотрим такое представление G категории **M** в категории **A**, что для пары $(X, Z)\in \mathrm{Ob}\ \mathbf{M}$ и автомата $\mathcal{A}=(S_{\mathcal{A}}, \Gamma_{\mathcal{A}}, \circ)$ из класса Ob **A** множество $G((X, Z), \mathcal{A})$ состоит из некоторых упорядоченных пар допустимых непрерывных отображений X в $\Gamma_{\mathcal{A}}$ и Z в $S_{\mathcal{A}}$. При этом считаем, что представление G резидуально и $G((X, Z), \mathcal{E}) \neq \varnothing$ при всех $(X, Z)\in \mathrm{Ob}\ \mathbf{M}$ и для любой пары непрерывных отображений $(\varphi_1, \varphi_2)\in G((X, Z), \mathcal{A})$ и топологически порожденного парой множеств $(\varphi_1(X), \varphi_2(Z))$ подавтомата $\mathcal{A}_1=(S_1, \Gamma_1, \circ)$ автомата $\mathcal{A}$ пара отображений (h_1, h_2), где $h_1=I_{\Gamma_1}\circ\varphi_1$, $h_2=I_{S_1}\circ\varphi_2$, принадлежит множеству $G((X, Z), \mathcal{A}_1)$.

Теорема. Если категория топологических алгебраических автоматов **A** замкнута относительно топологических изоморфизмов, прямых произведений и замкнутых подсистем, то представление G обладает универсальным функтором.

Строящийся в ходе доказательства теоремы для упорядоченной пары топологических пространств (X, Z) топологический алгебраический автомат $\mathcal{U}(X,$

Z) является универсальным отталкивающим объектом в подкатегории категории **A**, определяемой объектами $\mathcal{A} \in \mathrm{Ob}\ \mathbf{A}$, для которых $G((X, Z), \mathcal{A}) \neq \varnothing$.

Список использованной литературы:

1. Плоткин Б.И., Гринглаз Л.Я., Гварамия А.А. Элементы алгебраической теории автоматов. – М.: Высш. шк., 1994.
2. Молчанов В.А. Нестандартные многообразия псевдотопологических алгебраических систем// Сибирский математический журнал, Т. 32 (1991), №3. С. 104-112.
3. Отрыванкина Т.М. Универсальные объекты в категориях топологических алгебраических автоматов// Математика. Механика: Сб. науч. тр. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2000. С. 92-95.

Петухова Т.П., Налетова Л.А. ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

(Оренбургский государственный университет)

Метод математического моделирования является мощным инструментом для исследования различных процессов и систем. Конструирование модели на основе предварительного изучения объекта и выделения его существенных характеристик, теоретический и экспериментальный анализ модели, сопоставление результатов с данными об объекте, корректировка модели и т. д. составляют содержание метода моделирования.

Математические модели являются одним из видов абстрактных моделей. Они представляют собой систему выражений, описывающих характеристики объекта моделирования и взаимосвязи между ними. Для успешного освоения метода математического моделирования требуется не только иметь теоретические знания, но и умение поставить и решить прикладную задачу, возникающую в конкретной предметной области.

В настоящее время математическое моделирование становится важнейшим методом исследования технических и живых систем, прежде всего в тех случаях, когда проведение эксперимента сильно затруднено. В связи с этим, ощущается потребность в компьютерных средствах разработки и расчета моделей. Сейчас в той или иной степени на эту роль претендуют различные инженерные пакеты, такие как Mathlab, Mathematica, Mapple, UML и другие. Однако эти пакеты являются слишком общими, нацеленными на решение математических задач вообще, тогда как математическое моделирование требует более специализированных инструментов, обладающих соответствующими функциями, необходимыми для систем построения и анализа математических моделей, основанных на системах дифференциальных уравнений, т.е. ставится задача разработки специализированных пакетов прикладных программ.

В данной статье представлены четыре пакета программ решения уравнений в частных производных, которые представляют собой проблемно-ориентированное математическое обеспечение для обучения студентов математическому моделированию

Пакет прикладных программ численного решения уравнений конвективного переноса ориентирован на моделирование одномерного переноса тепла (или вещества) средой при пренебрежении кондуктивной теплопроводностью (или диффузией) с учетом возможных источников или стоков, описываемого уравнением:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} = f(t,x) \qquad \textbf{(1)}$$

где

***t* – время;**

***x* – пространственная переменная;**

$u(t,x)$ **- температура (или концентрация) в точке *x* среды в момент времени *t*,**

$a(t,x)$ **- скорость среды,**

$f(t,x)$ **- интенсивность возможных источников или стоков.**

Решение уравнения (1) ищется в прямоугольной области:

$$G = \{t_0 \leq t \leq T, x_0 \leq x \leq X\} \tag{2}$$

при начальном условии:

$$u(t_0, x) = \varphi(x) \tag{3}$$

и граничных условиях:

$$u(t, x_0) = \psi_1(x), \quad \textit{если } a(t,x)>0, \tag{4}$$
$$u(t, X) = \psi_2(x), \quad \textit{если } a(t,x)<0. \tag{5}$$

Для построения дискретной модели используется метод сеток - конечно-разностные схемы на прямоугольных равномерных и неравномерных сетках. В данном пакете программ на равномерных сетках реализовано 11 разностных схем:

- 6 конечно-разностных схем являются явными:
  - явный «левый уголок»;
  - явный «правый уголок»;
  - схема Лакса;
  - схема «чехарда»;
  - схема «крест»;
  - схема «тренога»;
- 5 конечно-разностных схем являются неявными:
  - неявный «левый уголок»;
  - неявный «правый уголок»;
  - четырехточечная;
  - шеститочечная;

- «прямоугольник».

Учитывая, что при численном расчете негладких и разрывных решений могут возникать различного рода осцилляции, которые осложняют интерпретацию полученных результатов, то в пакете реализовано явное трехточечное сглаживание.

Пакет прикладных программ численного решения одномерных уравнений диссипации, конвекции и кинетики ориентирован на моделирование одномерного переноса тепла (или вещества) теплопроводностью (для вещества - диффузией) и конвекцией, описываемого дифференциальным уравнением параболического типа:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -a(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} + \nu(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(t,x)u + f(t,x) \qquad (6)$$

где

$\nu(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ характеризует перенос тепла теплопроводностью (или вещества диффузией);

$a\frac{\partial u}{\partial x}$ соответствует конвективному переносу;

bu моделирует источник, пропорциональный температуре или концентрации;

$f(t,x)$ задает интенсивность внешних источников или стоков.

Будем считать a, b, ν - постоянными и $\nu > 0$.

Численное решение уравнения (6) ищется в прямоугольной области:

$$G = \{t_0 \le t \le T, x_0 \le x \le X\} \qquad (7)$$

при начальном условии

$$u(t_0, x) = \varphi(x) \qquad (8)$$

и трех типах граничных условий:

- $u(t, x_0) = \psi_1(t), u(t, X) = \psi_2(t)$ - первая краевая задача
- $\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x = x_0} = \psi_1(t), \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x = X} = \psi_2(t)$ - вторая краевая задача
- $\alpha_1\frac{\partial u}{\partial x} + \beta_1 u = \psi_1(t)$ при $x = x_0$;

  $\alpha_2\frac{\partial u}{\partial x} + \beta_2 u = \psi_2(t)$ при $x = X$ - третья краевая задача

В данном пакете программ на равномерных сетках реализовано 7 конечно-разностных схем:

- 3 конечно-разностные схемы являются явными:
  - явная четырехточечная схема второго порядка точности по пространству;
  - явная четырехточечная схема первого порядка точности по пространству;
  - трехслойная схема «ромб»;
- 4 конечно-разностные схемы являются неявными:
  - неявная схема «с весами»;
  - неявная четырехточечная схема;
  - неявная трехслойная схема;
  - неявная шеститочечная схема.

Пакет численного решения нестационарных задач с двумя пространственными переменными используется для решения уравнений вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - a_1 \frac{\partial u}{\partial x} - a_2 \frac{\partial u}{\partial y} + bu + f(t,x,y), \qquad (9)$$

где

u(t,x,y) – температура в точке *(x,y)* в момент времени *t,*

f(t,x,y) – интенсивность источников или стоков тепла,

в области:

$$D = \{x_0 \le x \le X, y_0 \le y \le Y, t_0 \le t \le T\} \qquad (10)$$

при начальном условии:

$$U(t_0,x,y) = \varphi(x,y), \qquad (11)$$

и граничных условиях:

- $U(t,x,y_0) = \psi_1(t,x)$ $U(t,x,Y) = \psi_2(t,x)$
  $U(t,x_0,y) = \psi_3(t,y)$ $U(t,X,y) = \psi_4(t,y)$ - первая краевая задача
- $\left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=y_0} = \psi_1(t,x)$ $\left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=Y} = \psi_2(t,x)$
  $\left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{x=x_0} = \psi_3(t,y)$ $\left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{x=X} = \psi_4(t,y)$ - вторая краевая задача

- $\alpha_1 \frac{\partial U}{\partial y} + \beta_1 U\Big|_{y = y_0} = \psi_1(t,x)$ $\alpha_2 \frac{\partial U}{\partial y} + \beta_2 U\Big|_{y = Y} = \psi_2(t,x)$

  $\alpha_3 \frac{\partial U}{\partial x} + \beta_3 U\Big|_{x = x_0} = \psi_3(t,y)$

  $\alpha_4 \frac{\partial U}{\partial x} + \beta_4 U\Big|_{x = X} = \psi_4(t,y)$ - третья краевая задача

Для численного решения двумерных нестационарных задач в пакете реализованы две разностные схемы:

- схема переменных направлений;
- схема метода расщепления

Пакет численного решения стационарных задач с двумя пространственными переменными предназначен для решения уравнений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - f(x,y) = 0. \qquad (12)$$

при начальном условии:

$$u(x,y) = \varphi(x,y) \qquad (13)$$

в области

$$G = \{x_0 \le x \le X, y_0 \le y \le Y\}$$

Для решения стационарных задач используется принцип установления, согласно которому решение стационарной задачи находится как предел решения соответствующей нестационарной задачи при неограниченном возрастании времени. Решение задачи считается установившимся с точностью ε, если

$$\left| u_{m,k}^{n+1} - u_{m,k}^{n} \right| < \varepsilon .$$

Здесь $u_{m,k}^{n+1}$ принимается за решение соответствующей стационарной задачи. Скорость установления существенным образом зависит от выбора начального приближения, которое, вообще говоря, может быть достаточно произвольным.

Для численного решения нестационарного аналога используются неявные схемы переменных направлений и расщепления, а также схема с итерационным процессом типа Зейделя.

Все методы, реализованные в созданных пакетах прикладных программ сопровождаются теоретическими сведениями, включающими:

- название схемы;
- шаблон и алгоритм;
- слойность;
- шаговость;
- порядок аппроксимации;
- устойчивость;
- руководство пользователю,

которые формируют у пользователя достаточно полное представление о численных методах и существенно облегчают их использование в учебном процессе.

Интерфейс с пользователем адаптирован к этапам вычислительного эксперимента и включает в себя следующие блоки информации:

- задание математической модели (см. рис. 1)

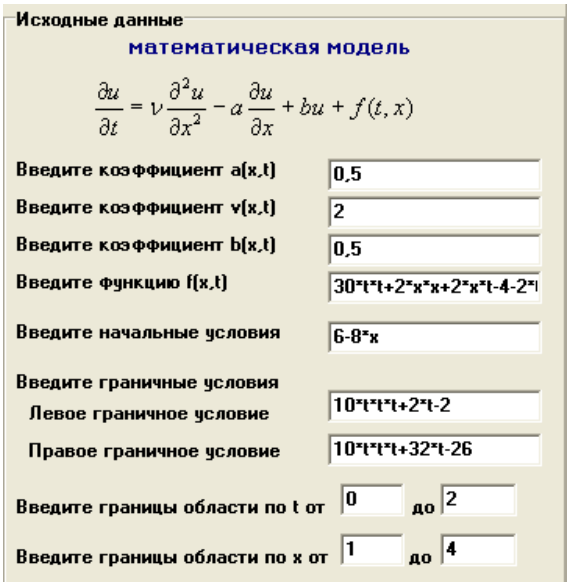


Рисунок 1. Математическая модель для уравнения диссипации, конвекции и кинетики.

- задание дискретной модели (см. рис. 2)

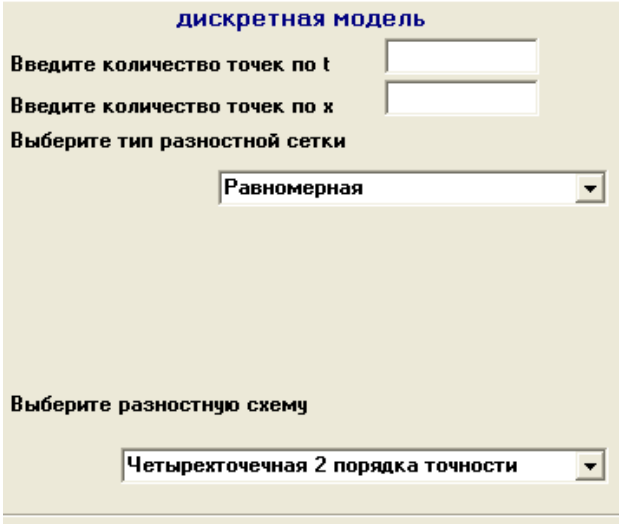


Рисунок 2. Дискретная модель для уравнения диссипации, конвекции и кинетики

- представление результатов (сохранение в указанном файле, печать таблиц и графиков).

Данные пакеты прикладных программ используются в настоящее время в учебном процессе и НИРС для обучения студентов основам математического моделирования и постановки вычислительного эксперимента, но также могут использоваться и при проведении научных исследований, связанных с отработкой новых численных методик (их апробация на решении модельных задач).

Применение данного проблемно-ориентированного программного обеспечения в образовательном процессе позволяет сформировать у студентов следующие опыты деятельности в области математического моделирования:

- опыт постановки и корректного ведения вычислительного эксперимента;
- опыт оптимального выбора дискретной модели для указанной математической постановки задачи;
- опыт интерпретации и оценки результатов математического моделирования (наличие сходимости, адекватности и т.д.).

Петухова Т.П., Миронова К.Н. УЧЕБНО-НАУЧНАЯ СРЕДА КАК СРЕДСТВО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

(Оренбургский государственный университет)

Одним из наиболее перспективных и эффективных направлений информатизации образовательного процесса является разработка и использование проблемно-ориентированных сред /1, 2, 3/. В качестве учебных сред можно отметить семейство программ ToolBook /4/, систему дифференцированного Интернет-обучения Гекадем /5/, пакет Macromedia Authorware /6/, пакет для мультимедийной разработки HyperMethod /7/ и ряд других. Они ориентированы, в первую очередь, на быструю разработку адаптивных учебных курсов и обучающих мультимедийных продуктов.

Однако на сегодняшний день для математических специальностей является достаточно важным наличие в учебной среде возможностей по осуществлению моделирования тех или иных процессов и систем, то есть присутствие научно-ориентированного компонента. Среды, обладающие этими возможностями, будем называть учебно-научными. Их основное назначение – сделать более эффективным доступ к профессиональным математическим знаниям /2/. В связи с этим основу таких сред должна составлять информационная модель предметной области, то есть учебно-научные среды, очевидно, будут предметно-ориентированными.

Реализуемая программная среда предназначена для области знаний “Вычислительная математика” и ориентирована на решение следующих задач: /3/

- проведение численного эксперимента по моделированию реальных процессов и решению модельных учебных задач с помощью пакетов программ данной среды;
- формирование учебных курсов с различным уровнем сложности материала;
- хранение, пополнение и предоставление пользователю теоретических сведений (учебных курсов) из области знаний “Вычислительная математика”;
- хранение, пополнение библиографических (научных) ресурсов и предоставление их пользователю;
- осуществление поиска требуемых теоретических сведений.

В основу организации реализуемой среды положен объектных подход, являющийся одним из наиболее перспективных направлений построения программных сред /1/. В объектной парадигме проектирования научный и учебный материал разбивается на отдельные порции – объекты среды, каждый из которых может многократно использоваться как в отдельности, так и во взаимодействии с другими объектами.

Для выделения классов объектов были построены информационные модели области знаний “Вычислительная математика” как научной области и учебной дисциплины.

Структуризация области знаний “Вычислительная математика” как научной области позволила выделить 4 подобласти /8/:

- “Численные методы линейной алгебры и нелинейные уравнения”,
- “Численные методы математического анализа”,
- “Численные методы решения ОДУ”,
- “Численные методы математической физики”,

что приведено на рисунке 1.

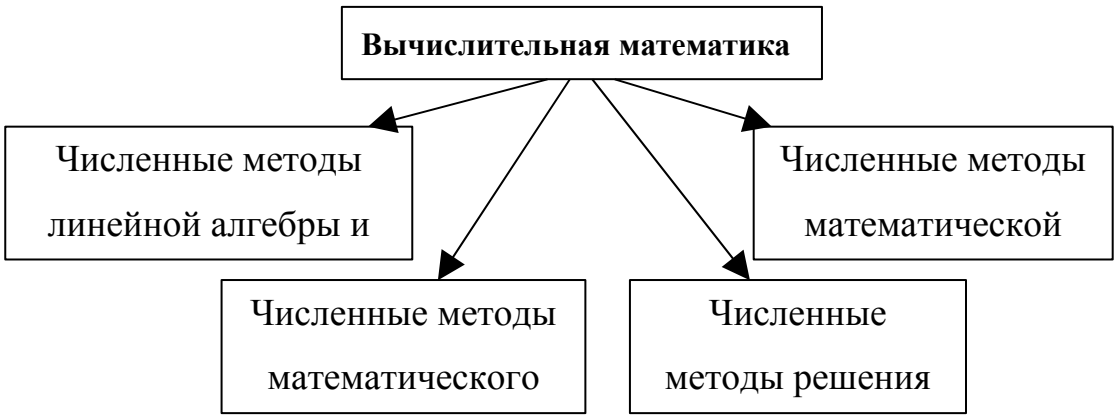


Рисунок 1 – Структуризация области знаний
“Вычислительная математика” как научной области

В целях дальнейшей детализации информационной модели в каждой подобласти выделены разделы и подразделы с учетом классификации решаемых задач в рамках текущей проблемы и классификации используемых методов.

Анализ деятельности специалистов в выделенных подобластях вычислительной математики, как научной области, показывает необходимость присутствия в разрабатываемой среде программ вычислительного типа для проведения математического моделирования и вычислительного эксперимента, а также необходимость наличия библиографического материала.

В ходе рассмотрения вычислительной математики как учебной дисциплины был проведен анализ стандартов 84 специальностей Оренбургского государственного университета очной формы обучения. В результате было выделено три группы специальностей по уровню углубленности изучения материала рассматриваемой области знаний.

В первую группу вошло 33 специальности, студенты которых осваивают область знаний “Вычислительная математика” на ознакомительном уровне (факультеты: архитектурно-строительный, пищевых производств, электроэнергетический, естественно-научный и аэрокосмический институт).

Вторую группу составили специальности, студенты которых в большей степени знакомятся с вычислительной математикой с точки зрения алгоритмов численных методов (специальности: прикладная информатика (по областям);

медицинская физика; биохимическая физика; радиофизика и электроника; информатика; математические методы в экономике; статистика; инженерное дело в медико-биологической практике; системный анализ и управление; вычислительные машины, комплексы, системы и сети; системы автоматизированного проектирования; программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем).

Третья группа включает специальности математической направленности, для которых характерно полное освоение вычислительной математики и приобретение опыта проведения вычислительного эксперимента.

Детальный анализ стандартов позволил констатировать, что при рассмотрении вычислительной математики, как учебной дисциплины, необходимо выделить еще 2 подобласти: “Понятие предметной области вычислительной математики” и “Численные методы оптимизации”.

Первый уровень информационной модели области знаний “Вычислительная математика”, как учебной дисциплины, представлен на рисунке 2.

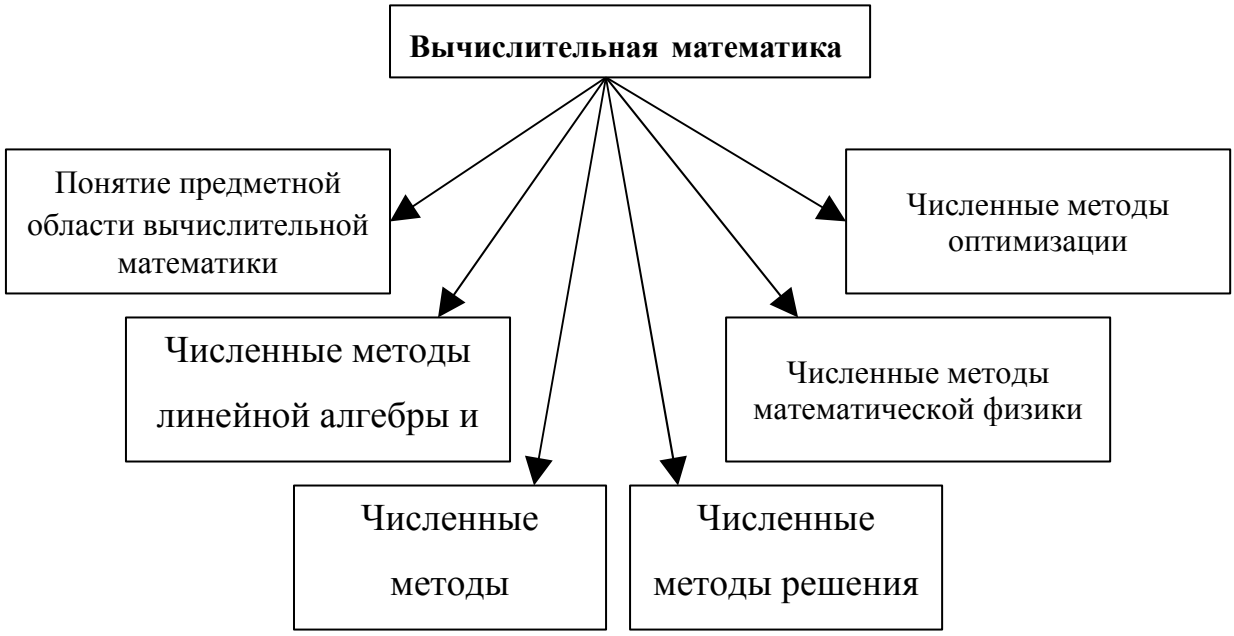


Рисунок 2 – Структуризация области знаний
“Вычислительная математика” как учебной дисциплины

Далее производилась детализация выделенных подобластей аналогично рассмотрению “Вычислительной математики” как научной области.

При анализе содержания курса “Вычислительная математика” для различных специальностей было отмечено, что имеются темы одинаковые для нескольких специальностей, следовательно, выгоднее и практичнее учебные курсы хранить в виде модулей, что и положено в основу объектного подхода.

Проведенный анализ области знаний “Вычислительная математика” как научной области и учебной дисциплины позволил выделить необходимые вычислительные программы, учебные курсы и тематику научных статей, которые

и составили функциональное наполнения разрабатываемой учебно-научной среды.

В настоящее время оно реализовано в виде следующих классов объектов:

- учебные модули - учебные курсы, ориентированные на специальность или группу специальностей;
- вычислительные ресурсы - пакеты программ, предназначенные для численного решения некоторых классов задач;
- библиографические ресурсы - научные статьи.

При проектировании учебно-научной среды предусмотрена возможность пополнения классов объектов и объектов внутри класса.

К классу объектов «учебные модули» в разрабатываемой версии отнесены следующие курсы:

- “Введение в численные методы”,
- “Численные методы (алгоритмические основы)”,
- “Вычислительная математика”,

которые являются совокупностью объектов и позволяют представить область знаний “Вычислительная математика” как учебную дисциплину для выделенных выше трех групп специальностей.

Для класса объектов «учебные модули» введено трехуровневое понятие объекта: верхний уровень – учебные курсы, средний уровень – главы, нижний уровень – темы (рис. 3). Если тема дается в различных интерпретациях, то считается, что это разные темы.

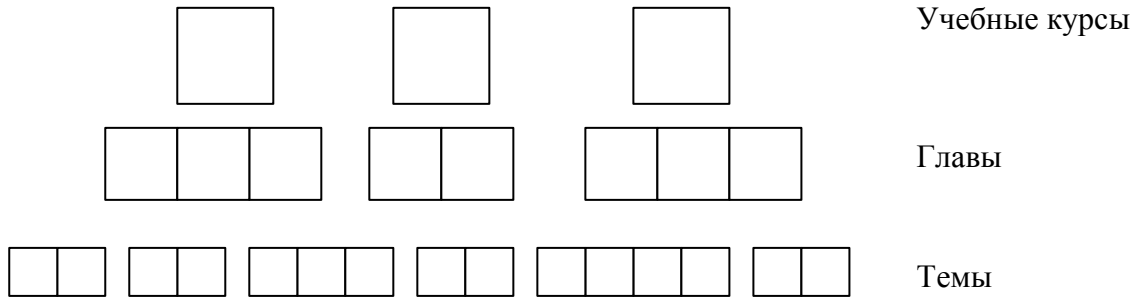


Рисунок 3 – Трехуровневое понятие объекта из класса «учебные модули»

К классу объектов «вычислительные ресурсы» отнесены пакеты программ, предназначенные для осуществления математического моделирования.

В рамках класса объектов «вычислительные ресурсы» в первой версии учебно-научной среды реализуется следующее наполнение:

- пакет программ численного решения нелинейных уравнений;
- пакет программ численного решения систем линейных алгебраических уравнений;
- пакет программ численного решения систем нелинейных уравнений;

- пакет программ численного решения проблемы собственных значений матрицы;
- пакет программ интерполирования функций;
- пакет программ восстановления функций;
- пакет программ численного интегрирования функций;
- пакет программ численного дифференцирования функций;
- пакет программ численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- пакет программ численного решения уравнения конвективного переноса;
- пакет программ численного решения уравнения конвекции, диссипации, кинетики;
- пакет программ численного решения двумерных стационарных уравнений на основе метода установления;
- пакет программ численного решения двумерных нестационарных задач.

Каждый пакет программ имеет свою внутреннюю модульную структуру и свой интерфейс. Реализуемые методы сопровождаются теоретическими сведениями, включающими:

- общую постановку задачи,
- назначение метода,
- характеристики метода (сходимость, трудоемкость, точность, область применения – ограничения по использованию и т.д.),
- алгоритм реализации,
- советы по использованию и другую справочную информацию,

что дает возможность студентам сопоставить различные методы и выбрать из них оптимальный для решения конкретной задачи.

Класс объектов «библиографические ресурсы» включает в себя научные статьи, подразделяющиеся на четыре группы в соответствии с первым уровнем структуризации области знаний “Вычислительная математика” как научной области. Однако количество этих групп может быть увеличено с учетом степени развития той или иной подобласти, выделения самостоятельных научных направлений.

С учетом сформулированных функций были выделены следующие подсистемы учебно-научной среды для области знаний “Вычислительная математика”:

- репозитарий - это пакет программ, предназначенный для хранения объектов среды на протяжении всего их жизненного цикла. Структура репозитария представлена на рисунке 4;
- клиентская часть - программный комплекс, дающий возможность пользователю реализации основных функций среды: формирование учебных курсов, получение необходимого учебного материала, объек-

тов из репозитария и готовых учебных курсов для данной специальности;

- сервер служит для управления пользователями и учебно-научными ресурсами. Так приложение-сервер хранит профили пользователей и организует связь приложения-клиента и репозитария.

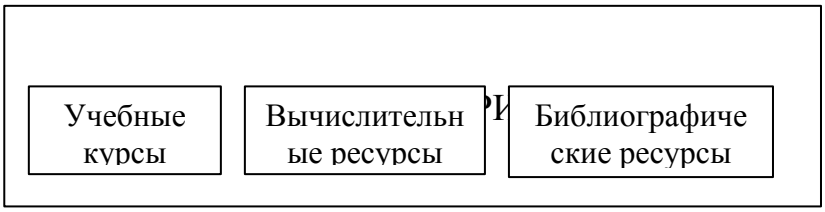


Рисунок 4 – Обобщенная структура репозитария

Для хранения объектов в репозитарии выбраны различные программные форматы:

- учебные курсы – xml-документы, представляют собой образовательные объекты, включающие метаинформацию и собственно содержание, оформленное в соответствии с рекомендациями IMS /9/;
- вычислительные ресурсы (прикладные пакеты программ) – формат модулей dll;
- библиографические ресурсы хранятся в виде xml-документов.

В настоящее время в автономном режиме созданы 6 представителей класса объектов «вычислительные ресурсы»:

- пакет программ численного решения систем линейных алгебраических уравнений /10/;
- пакет программ численного решения проблемы собственных значений матрицы /11/;
- пакет программ численного решения уравнения конвективного переноса;
- пакет программ численного решения уравнения конвекции, диссипации, кинетики;
- пакет программ численного решения двумерных стационарных уравнений методом установления;
- пакет программ численного решения двумерных нестационарных задач.

В настоящее время вычислительные ресурсы, существующие автономно, используются в лабораторных работах, при выполнении расчетно-графических задач, в курсовом и дипломном проектировании, что позволяет студентам проводить моделирование вычислительного эксперимента и сопоставлять различные методы решения поставленной задачи.

С другой стороны, наличие открытой учебно-научной среды позволяет активизировать исследовательскую деятельность студентов, так как дает возможность реализации новых учебных объектов функционального наполнения среды. Используя метод проектов, создаются временные творческие студенческие группы. За каждой группой закрепляется разработка некоторого объекта учебно-научной среды и назначается студент – руководитель творческого коллектива, который получает техническое задание.

В соответствии с данной технологией в настоящее время силами студентов создаются пакеты программ для решения следующих задач вычислительной математики:

- интерполирование функций;
- интегрирование функций;
- дифференцирование функций;
- решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Разрабатывая ту или иную программу пакета по реализации численных методов, студент более глубоко осваивает область знаний “Вычислительная математика”.

Для совместного использования уже созданных и разрабатываемых пакетов программ реализовано системное наполнение, которое находится в стадии тестирования.

Список использованных источников

1. Титарев Л.Г., Титарев Д.Л., Феданов А.Н. Объектные информационные образовательные технологии и системы. Портал университета / Сб. научн. ст. "Интернет-порталы: содержание и технологии". Вып. 1. ГНИИ ИТТ "Информика". - М.: Просвещение, 2003.
2. Воеводин В.В., Воеводин Вл. В. Электронные образовательные средства: новые идеи. // Математика в высшем образовании. – 2003, № 1.
3. Петухова Т.П., Миронова К.Н. О проектировании программного обеспечения для области знаний ”Вычислительная математика” // Современные информационные технологии в науке, образовании и практике. Материалы всероссийской научно-практической конференции (с международным участием). – Оренбург, ИПК ГОУ ОГУ, 2004.
4. www.asymetrix.com
5. www.hecadem.irk.ru
6. www.macromedia.com
7. www.hypermethod.ru
8. Миронова К.Н. О подходе по созданию учебно-научной среды для области знаний “Вычислительная математика” // Молодежь и современные информационные технологии. Материалы III всероссийской научно-практической конференции студентов. – Томск, изд-во ТПУ, 2005.
9. www.imsglobal.org
10. Петухова Т.П., Миронова К.Н. Программный комплекс численного решения систем линейных алгебраических уравнений [электр] – М.: Государственный координационный центр информационных технологий, Отраслевой фонд алгоритмов и программ, рег. № 4493, 24.03.2005.
11. Петухова Т.П., Миронова К.Н. Программный комплекс численного решения проблемы собственных значений матрицы [электр] – М.: Государственный координационный центр информационных технологий, Отраслевой фонд алгоритмов и программ, рег. № 4492, 24.03.2005.

Полывьяная А. В. ПОСТРОЕНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ФАКТАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕБРАЗОВАНИЙ

(Оренбургский государственный педагогический университет)

Первые идеи фрактальной геометрии возникли в XIX веке. Термин «фрактал» был предложен Бенуа Мандельбротом, который в 1977 году опубликовал книгу «The Fractal Geometry of Nature» — «Фрактальная геометрия природы». В его работах использованы научные результаты других ученых, работавших в период 1875-1925 годов в той же области (Пуанкаре, Фату, Жюлиа, Кантор, Хаусдорф).

Оказывается, почти все природные образования имеют фрактальную структуру. Что это значит? Если посмотреть на фрактальный объект в целом, затем на его часть в увеличенном масштабе, потом на часть этой части и т. п., то нетрудно увидеть, что они выглядят одинаково. Фракталы самоподобны — их форма воспроизводится на различных масштабах. Существование таких феноменов бросает нам вызов и побуждает заняться изучением подобных форм, что определяет актуальность их рассмотрения. Фрактальная геометрия дает нам средства исследования различных природных объектов, процессов и явлений, даже таких сложных, как человек. Разрабатываются новые методы расчетов (например, давление крови в капиллярах, всеволновых антенн в электромеханике и др.), опирающиеся на идеи фрактальной геометрии.

В последние годы появилось большое количество литературы, посвященной фракталам. В ней рассматриваются фракталы, полученные с помощью компьютера. Эти фрактальные картины производят сильное впечатление. Именно компьютеры в наши дни дают нам возможность строить модели таких бесконечно детализированных структур, как фрактальные кривые. В этой связи, говоря о фракталах, довольно часто используют термины: «компьютерное искусство», «художественный дизайн», «эстетический хаос».

Что же такое фрактал? В настоящее время нет однозначного определения «фрактала». Следуя Лаверье, *фрактал* — это геометрическая фигура, в которой один и тот же фрагмент повторяется при каждом уменьшении масштаба. Фракталы, обладающие этим свойством и получающиеся в результате простой рекурсивной процедуры (комбинации линейных преобразований), называются *конструктивными фракталами***.** Таким образом, конструктивный фрактал — это множество, получающееся в результате линейных (аффинных) сжимающих отображений подобия. Результирующее сжимающее отображение обладает устойчивой неподвижной «точкой» — *фракталом.*

Наряду с конструктивными фракталами были обнаружены множества, которые похожи на фракталы. Как правило, подобные множества возникают в нелинейных динамических системах и, в первую очередь, в дискретных динамических системах. Их построение не так просто, как в случае конструктивных

фракталов, и они могут обладать масштабной инвариантностью лишь приближенно. Подобные множества называют *динамическими фракталами*. В связи с этим Мандельброт ввел другое определение фрактала. *Фрактал* — это такое множество, которое имеет хаусдорфову (или фрактальную) размерность, большую топологической.

Фракталы делятся на группы. Самые большие группы это:

- конструктивные (геометрические) фракталы;
- алгебраические фракталы;
- стохастические фракталы.

Примером конструктивного (геометрического) фрактала может служить дерево, ствол которого разделен на две более мелкие ветви. В свою очередь, каждая из этих ветвей разделяется на две более мелких ветви и т. д. В уме мы можем проделать эту процедуру бесчисленное количество раз и получить древовидный фрактал с бесконечным числом ветвей. Каждую отдельную ветвь можно, в свою очередь, рассматривать как отдельное дерево. Фракталы этого класса самые наглядные. В двухмерном случае их получают с помощью некоторой ломаной (или поверхности в трехмерном случае), называемой генератором. За один шаг алгоритма каждый из отрезков, составляющих ломаную, заменяется на ломаную–генератор в соответствующем масштабе. В результате бесконечного повторения этой процедуры, получается геометрический фрактал. Рассмотрим один из таких фрактальных объектов *триадную кривую* Коха.

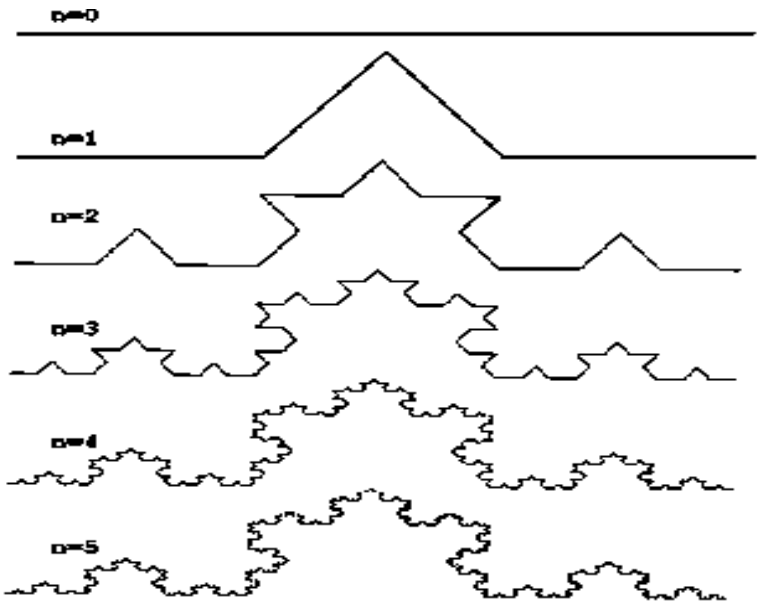


Рис 1. Построение триадной кривой Коха.

В 1904 году математик Кох дал пример кривой, которая нигде не имеет касательной. Построение кривой начинается с отрезка единичной длины (рис. 1): это 0–е поколение кривой Коха (выбирается единичный отрезок S_0). Далее каждое звено (в нулевом поколении один отрезок) заменяется на образующий элемент, обозначенный на рис. 1 через $n = 1$. В результате такой замены получается следующее поколение кривой Коха. В 1-ом поколении — это кривая из четырех прямолинейных звеньев, каждое длиной по 1/3. на следующем шаге та

же операция применяется к каждому из этих четырех звеньев в отдельности. Получаются ломанные, вершины которых остаются вершинами последующей (в этом смысле каждая ломаная вписана в последующую). Для получения 3-го поколения проделываются те же действия — каждое звено заменяется на уменьшенный образующий элемент. Итак, для получения каждого последующего поколения все звенья предыдущего поколения необходимо заменить уменьшенным образующим элементом. Кривая *n*-го поколения при любом конечном *n* называется предфракталом. На рис. 1 представлены пять поколений кривой. При *n* стремящемся к бесконечности кривая Коха становится фрактальным объектом.

Так как фракталы получаются в результате простой рекурсивной процедуры (комбинации линейных преобразований), можно получить общую схему построения конструктивных фракталов, используя формулы преобразования.

Возможность проводить преобразования точек и линий является фундаментом машинной графики. Нарисованный объект может быть представлен в нужном масштабе, повернут, перемещен, преобразован или модифицирован в соответствии с требованиями решаемой задачи. Для построения компьютерных изображений фракталов получим необходимые формулы преобразования.

Изображение точек. Точка представляется на плоскости двумя своими координатами, которые определяются как элементы матрицы размером 1×2 $[x\ y]$. В трехмерном пространстве используется матрица размером 1×3 $[x\ y\ z]$. Строку $[x\ y]$ или такой столбец часто называют координатным вектором. Для формирования такого вектора чаще всего используется матрица-строка, т.е. множество точек, каждая из которых определяет координатный вектор в некоторой системе измерения. Данное множество хранится в компьютере в виде матрицы или массива чисел. Положением точек можно управлять путем манипулирования соответствующей матрицей. Линии, соединяющие точки, формируют отрезки, кривые и картинки.

Рассмотрим результаты умножения матрицы $[x\ y]$, содержащей координаты точки *P*, на матрицу общего преобразования размером 2×2

$$[X][T]=[x\ y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=[(ax+cy)(bx+dy)]=[x^*\ y^*] \qquad (1)$$

Данная запись означает, что исходные координаты *x* и *y* преобразуются в *x** и *y**, где $x^*=ax+cy$, $y^*=bx+dy$. Представляют интерес значения *x**, y* — координаты результирующей, преобразованной точки *P*. Так, используя некоторые специальные случаи, изменяя по-разному *a, b, c, d*, мы можем сделать координаты точки *P* неизменными, вызвать изменение обеих координат *x* и *y* вектора *P*, масштабировать координаты различным образом, отражать вектор относительно координатных осей или относительно плоскости, сдвигать координаты и т. д.

Преобразование прямых линий. Прямую линию можно определить с помощью двух векторов, задающих координаты ее конечных точек. Расположе-

ние и направление линии, соединяющей две эти точки, может изменятся в зависимости от положений векторов. Реальный вид изображения линии зависит от типа используемого дисплея.

Поворот. Поворот на 90º, 180º, 270º и 360º относительно начала координат достигается путем следующих соответствующих преобразований:

$$[T]=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; \qquad [T]=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \qquad [T]=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \qquad [T]=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Преобразование поворота вокруг точки начала координат на произвольный угол θ задается матрицей

$$[T]=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Повороты являются положительными, если они осуществляются против часовой стрелки относительно точки вращения. Если требуется возвратить точку P^* обратно в P, т. е. выполнить обратное преобразование, то

$$[T]=\begin{bmatrix} \cos(-\theta) & \sin(-\theta) \\ -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}.$$

Итак, рассмотрим преобразование поворота на угол α (против часовой стрелки) без растяжения (сжатия). Оно имеет вид:

$$\begin{cases} x^* = x\cdot\cos\alpha - y\cdot\sin\alpha \\ y^* = x\cdot\sin\alpha + y\cdot\cos\alpha \end{cases} \qquad (3)$$

Эта формула определяет поворот относительно начала координат. Отображение, описывающее поворот относительно произвольной точки (x_0, y_0), записывается в виде:

$$\begin{cases} x^* = (x - x_0)\cdot\cos\alpha - (y - y_0)\cdot\sin\alpha + x_0 \\ y^* = (x - x_0)\cdot\sin\alpha + (y - y_0)\cdot\cos\alpha + y_0 \end{cases} \qquad (4)$$

Точка (x_0, y_0) — неподвижная точка — центр вращения.

Преобразование поворота на угол α по часовой стрелки:

$$\begin{cases} x^* = (x - x_0)\cdot\cos\alpha + (y - y_0)\cdot\sin\alpha + x_0 \\ y^* = -(x - x_0)\cdot\sin\alpha + (y - y_0)\cdot\cos\alpha + y_0 \end{cases} \qquad (5)$$

В случаях поворота на угол 90º рассматривается два частных случая:

1) поворот на 90º против часовой стрелки: подставляем в формулу (5) значение угла α, получаем:

$$\begin{cases} x^* = -y \\ y^* = x \end{cases} \qquad (6)$$

2) поворот на 90º по часовой стрелки (аналогично):

$$\begin{cases} x^* = y \\ y^* = -x \end{cases} \qquad (7)$$

Однородные координаты предусматривают механизм выполнения поворотов вокруг точек, отличных от начала координат. В общем случае поворот вокруг произвольной точки может быть реализован посредством ее перемещения в начало координат, выполнения требуемого поворота и последующего перемещения результата обратно в исходный центр вращения.

Таким образом, поворот вектора [*x y 1*] вокруг точки *m, n* на произвольный угол можно осуществить следующим образом:

$$[x^* \; y^* \; 1]=[x \; y \; 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -m & -n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ m & n & 1 \end{bmatrix}.$$

Сжатие (растяжение). Оно связано с изменение масштаба. Перемасштабирование или центральное расширение характеризуется центром и показателем сжатия «*C*». Так, центральное расширение (сжатие), то есть расширение (сжатие) относительно начала координат, выражается соотношением:

$$\begin{cases} x^* = C \cdot x \\ y^* = C \cdot y \end{cases} \qquad (8)$$

А центральное расширение (сжатие) относительно точки (x_0, y_0) — формулами:

$$\begin{cases} x^* = C \cdot (x - x_0) + x_0 \\ y^* = C \cdot (y - y_0) + y_0 \end{cases} \qquad (9)$$

При $C > 1$ данное преобразование определяет растяжение, а при $|C| < 1$ — сжатие.

Для фракталов обычно имеем |C| < 1. При $C = -1$ говорит об отражении, оно соответствует повороту относительно точки *O* на 180º.

Поворот с растяжением (сжатием). Самым важным преобразованием подобия является поворот, скомбинированный с центральным расширением (сжатием). определяющими характеристиками является центр и показатель масштабирования. Поворот с расширением — это произведение преобразований: $R \times C$ или $C \times R$, где *C* — центральное расширение (сжатие) (см. (7)), *R* — поворот (см.(3)).

Преобразование «поворот-растяжение» относительно начала координат *O* имеет вид:

$$\begin{cases} x^* = a \cdot x - b \cdot y \\ y^* = b \cdot x + a \cdot y\text{'} \end{cases} \qquad (10)$$

$$\Delta=\det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Величина $\Delta = a^2 + b^2$ характеризует величину растяжения. При $\Delta > 1$ имеем растяжение, а при $\Delta < 1$ — сжатие.

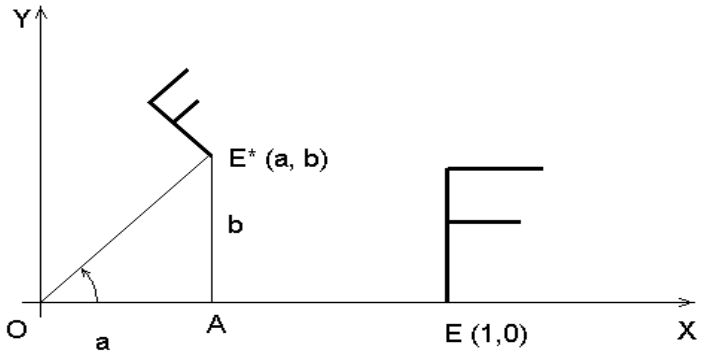


Рис. 1

Точка E с координатами (1,0) переходит в точку E^* с координатами (a,b). При этом масштабный множитель $OE^*/OE = \sqrt{a^2 + b^2}$. Угол вращения α удовлетворяет условиям:

$$\cos\alpha = \frac{OA}{OE^*} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin\alpha = \frac{AE^*}{OE} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \qquad (11)$$

Преобразование «поворот – растяжение» относительно произвольного центра записывается в виде:

$$\begin{cases} x^* = a \cdot x - b \cdot y + c \\ y^* = b \cdot x + a \cdot y + d \end{cases}, \qquad (12)$$

Сложные преобразования можно легко построить с помощью простых базовых преобразований. Такой подход даже предпочтительнее, т. к. он уменьшает вероятность появления ошибок и более эффективен с вычислительной точки зрения, нежели математический подход.

Перейдем теперь к поставленной нами задаче, т. е. к составлению общей схемы построения конструктивных фракталов на компьютере с помощью языка программирования Delphi.

Например, рассмотрим построение конструктивного фрактала Коха.

Построение кривой начинается с отрезка единичной длины (выбирается единичный отрезок). Затем в общем случае задается *образующий элемент* — повторяющаяся часть конструктивного фрактала (см. рис. 2).

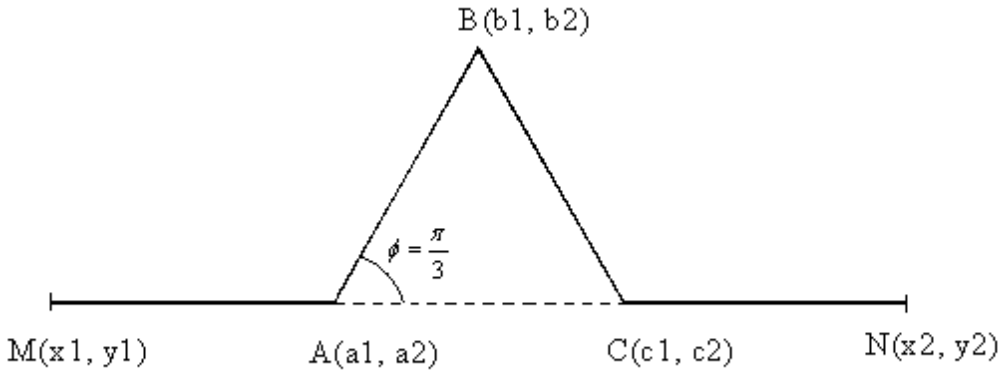


Рис. 2

Для того, чтобы построить кривую конструктивного фрактала, надо получить сначала координаты внутренних точек.

Введем обозначения в соответствии с рис. 2.

Пусть т. M имеет координаты (x1, y1),

т. N — (x2, y2),

т. A — (a1, a2),

т. B — (b1, b2),

т. C — (c1, c2).

Для того чтобы вычислить координаты т. A, никакого преобразования поворота не требуется. Нужно только прибавить шаг. Поскольку мы делили единичный отрезок в нашем случае на три равные части, то шаг по оси OX и по оси OУ вычисляется следующим образом:

```
dx:=(x2-x1)/3;
dy:=(y2-y1)/3,
```

а координаты точки A:

```
a1:=x1+dx;
a2:=y1+dy.
```

Чтобы получить координаты точки B, необходимо выполнить преобразование поворота отрезка AC относительно точки A на угол 60º против часовой стрелки. Используя нужную формулу преобразования (3), получаем:

```
b1:=dx*cos(pi/3)-dy*sin(pi/3)+a1;
b2:=dy*cos(pi/3)+dx*sin(pi/3)+a2.
```

Для определения координат точки C тоже никакого поворота не требуется, т.к. известны координаты точки A:

```
c1:=a1+dx;
c2:=a2+dy.
```

Вычислив точки образующего элемента, необходимо применить рекурсию для каждого из получившегося отрезка: MA, AB, BC, CN, но уже с параметром $n-1$, что приводит к уменьшению масштаба предыдущего отрезка. Так как рекурсия должна иметь конечное количество шагов, то внутри рекурсивной процедуры ставим условие: выполнение этой рекурсии, пока $n>0$. Как только n становится равным 0, вызывается процедура OutRes и по полученным точкам строится кривая (рис. 3).

Процедура построения конструктивного фрактала Коха.

```
procedure fract(var x1,y1,x2,y2:extended;n:integer);
var a1,a2,b1,b2,c1,c2:extended;
begin
 if n>0 then
  begin
    dx:=(x2-x1)/3;
    dy:=(y2-y1)/3;
    a1:=x1+dx;a2:=y1+dy;
    b1:=dx*cos(pi/3)-dy*sin(pi/3)+a1;
    b2:=dy*cos(pi/3)+dx*sin(pi/3)+a2;
    c1:=a1+dx;c2:=a2+dy;
```

```
    fract(x1,y1,a1,a2,n-1);
    fract(a1,a2,b1,b2,n-1);
    fract(b1,b2,c1,c2,n-1);
    fract(c1,c2,x2,y2,n-1);
  end
else OutRes(x1, y1, x2, y2);
   end;
```

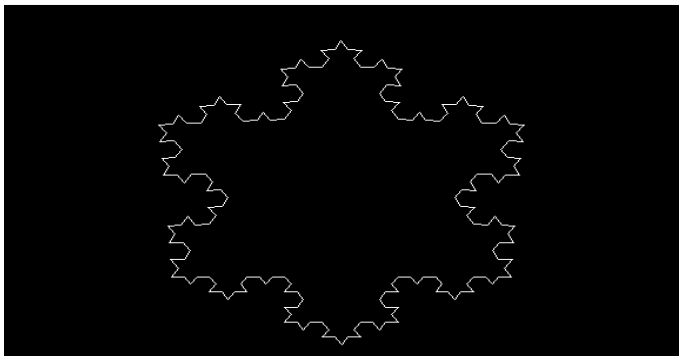


Рис. 2. Фрактал Коха при n=3 (Остров Коха)

Изменяя параметр *n* и вид образующего элемента, можно получить различные фрактальные кривые.

Такова общая схема построения конструктивных фракталов с помощью компьютера.

В машинной графике использование геометрических фракталов необходимо при получении изображений деревьев, кустов, береговой линии. Двухмерные геометрические фракталы используются для создания объемных текстур (рисунка на поверхности объекта). Фракталы все чаще привлекают для описания разнообразных предметов, структур и явлений, где проявляется самоподобие. Самоподобные структуры можно наблюдать в строении веток деревьев и кустарников, самоподобие проявляется в строении снежинок, его можно наблюдать в строении облаков, в изломах береговых линий, в изломах молнии, в турбулентном течении жидкости, в строении кровеносной и нервной системы и т. д. По утверждению Бенуа Мандельброта, геометрия природы фрактальна. Фракталы очень широко представлены как в математике, так и в природе.

Литература:

1. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы. М., 2002
2. Морозов А. Д. Введение в теорию фракталов. – М.— Ижевск, 2002.
3. Роджерс Д. Математические основы машинной графики. – М., 2001.
4. Фебер Е. Фракталы. М., 1991.

Руцкова И.Г. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КАФЕДРЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ В СФЕРЕ ДОВУЗОВСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

(Оренбургский государственный университет)

Кафедра прикладной математики обеспечивает в Оренбургском государственном университете математическую подготовку студентов различных специальностей: физико-математических, экономических, естественнонаучных и технических. Для достижения нужного качества подготовки по математике специалистов любого профиля необходимо:

1) добиться соответствия их уровня знаний, умений и навыков требованиям, заложенным в государственном образовательном стандарте,

2) сформировать готовность применять математические методы при решении профессионально ориентированных задач;

3) научить использовать стандартные математические пакеты.

В настоящее время можно выделить две очень важные, на наш взгляд, проблемы, которые затрудняют достижение задач, поставленных перед кафедрой прикладной математики:

- *возрастание* уровня требований к математической подготовке студентов и резкое *сокращение* числа часов, отводимых на изучение математики в вузе;

- *снижение* общего среднего уровня математической подготовки абитуриентов и *углубление* разрыва в уровне подготовленности по математике студентов первокурсников.

Наличие второй проблемы, которая осложняет для большинства студентов первокурсников последующее освоение курса математике в вузе, обусловлено сложившейся системой обучения математике в средней школе, когда обучение ведется либо по авторским программам, либо по трем основным программам: курс А, курс В, программа для школ и классов с углубленным изучением математики (углубление может начинаться как с 7 класса, так и с 10 класса). Программы отличаются: количеством часов, отводимых на изучение математики, последовательностью изучения тем, качеством (глубиной) изучения отдельных вопросов.

Во многих школах выделяются дополнительные часы на спецкурсы и учебно-исследовательскую деятельность, что повышает качество усвоения программы по математике и способствует развитию творческого мышления. Кроме того, некоторые учащиеся посещают подготовительные курсы при вузах, обучаются в заочных математических школах, работают с электронными ресурсами дома или в виртуальных школах в Интернете.

Ситуация усугубляется также наличием большого числа учебников и учебных пособий, рекомендованных (допущенных) Министерством образования для каждой параллели.

На вступительных экзаменах по математике (в том числе, и в форме ЕГЭ) проверяется владение лишь основными приемами и методами. Поэтому нередки случаи, когда выпускники гуманитарных классов (курс А), поступают на факультеты экономического, технического или физико-математического профиля. Недостаток математической подготовки начинает сказываться при последующем обучении. Предполагаемая профессионализация школы будет только способствовать углублению этого разрыва.

В связи с этим, кафедра прикладной математики ОГУ уделяет большое внимание сотрудничеству с общеобразовательными учреждениями (школы, лицеи, гимназии), Управлением довузовского образования ОГУ (Центр «Абитуриент»), Ассоциацией «Оренбургский университетский округ», Управлением современных информационных технологий в образовании (Лаборатория «Университет – школе»), учреждениями дополнительного образования (Дворец творчества детей и молодежи).

Виды деятельности кафедры в этом направлении условно можно разбить на 2 группы:

- повышение общего качества подготовки абитуриентов по математике,
- профориентационная работа.

С целью повышения общего качества подготовки абитуриентов, сотрудники кафедры прикладной математики (Болодурина И. П., Отрыванкина Т. М., Руцкова И. Г.) регулярно выступают с докладами перед учителями математики и информатики общеобразовательных школ, лицеев и гимназий города и области. В своих докладах преподаватели кафедры:

- знакомят слушателей с типичными ошибками, допускаемыми абитуриентами на вступительных экзаменах по математике и ЕГЭ;
- доводят до сведения результаты входного контроля по математике, проводимого на первом курсе;
- обращают внимание на разделы школьного курса, недостаточная подготовка по которым, затрудняет последующее успешное обучение в вузе;
- демонстрируют возможности использования современных информационных технологий в процессе обучения математике.

Все рекомендации по содержанию и методике преподавания математики в общеобразовательных заведениях, которые даются учителям школ города и области, являются результатами исследований, проводимых сотрудниками кафедры на математическом, финансово-экономическом и других факультетах ОГУ. Практическая реализация осуществляется преподавателями кафедры (Болодуриной И. П., Василего И. П., Кулиш Н. В., Матвейкиной В. П., Руцковой И. Г.) в гимназиях № 2 и № 3, лицее № 2, школе № 7, лицее-интернате для одаренных детей из сельских районов и малых городов Оренбуржья и на подготовительных курсах ОГУ. Разработаны соответствующие рабочие программы, ведется работа по созданию методического обеспечения (в 2004 году издано методическое пособие для слушателей заочных курсов по подготовке в вуз).

Правильность выбранной методики преподавания математики подтверждается достаточно высокими результатами, которые достигаются выпускниками указанных школ и слушателями курсов по подготовке в вуз.

В частности, из 20 выпускников лицея-интерната 2005 года медали получили 11 человек (4 золотые и 7 серебряных). ЕГЭ по математике в «школьный период» сдавало 17 человек. Результаты: 13 – «отлично» и 4 – «хорошо»; баллы: 92 - 2 человека, 89 - 1, 85 – 2, 82 - 1, 76 - 1, 74 - 3, 72 - 4, 68 - 1, 64 - 1, 54 - 1. В «вузовский период» экзамен по математике сдавали 2 человека, баллы: 56 и 66.

В результате, все выпускники поступили в высшие учебные заведения: МГУ – 1 (Борисов Д. – стал студентом химического факультета МГУ, победив в проекте «Покори Воробьевы горы»), МИФИ - 1, МАИ - 1, МЭИ - 1, Санкт-Петербургский университет - 1, Екатеринбургский университет - 3, Оренбургский государственный университет – 11, ОГМА - 1.

Следует также отметить рост эффективности работы подготовительных курсов, для этого достаточно сравнить результаты за 2000/2001 и 2004/2005 учебные годы.

Если 2000/2001 учебном году процент числа слушателей, поступивших в ОГУ, составлял: для заочных курсов 40,7 %, вечерних – 60,7 %, дневных – 60,8 %, то в 2004/2005 учебном году результаты такие: заочные курсы - 51 %, вечерние – 63 %, дневные - 80 %.

Общая эффективность работы подготовительных курсов в 2004/2005 учебном году, если учитывать число поступивших в другие вузы и работу выездных курсов, - 77 %.

Наличие среди преподавателей кафедры экспертов по проверке заданий «С» ЕГЭ по математике (Ласькова В. А., Рисковец В. В., Руцкова И. Г.) позволяет сравнивать наши результаты с результатами других коллег.

Как правило, студенты первокурсники, прошедшие подготовку в лицее-интернате или обучавшиеся на подготовительных курсах, быстрее проходят процесс адаптации в вузе и имеют неплохие результаты в первую сессию.

Преподаватели кафедры прикладной математики внимательно следят за изменениями, происходящими в средней школе: изучают научно-методическую литературу; принимают активное участие в работе различных семинаров, школ и конференций по работе с одаренными учащимися. В частности, преподаватели кафедры принимали активное участие в работе научно-практического семинара А. В. Хуторского «Методологические основы личностно-ориентированного направления модернизации российской школы» (24 апреля 2002) и в работе международной конференции «Диалог одаренных детей в Открытом обществе» (8 – 9 октября 2002).

С целью обмена опытом, преподаватели кафедры не только посещают открытые уроки по математике в школах города, но и сами проводят мастер-классы. Так, в рамках областного научно-практического семинара «Социализация и воспитание одаренных учащихся в образовательном пространстве» 3 декабря 2004 года Руцковой И. Г. был проведен открытый урок для учителей математики и информатики области по теме «Касательная к кривой» с применением современных информационных технологий.

Среди основных направлений профориентационной работы кафедры прикладной математики следует выделить:

1) мероприятия по презентации специальности «Прикладная математика и информатика»,

2) научное руководство учебно-исследовательской работой школьников,

3) организацию кружков по решению нестандартных задач,

4) проведение консультаций для учащихся города и области,

5) подготовку и проведение олимпиад по математике,

6) участие в работе жюри различных олимпиад и конкурсов,

7) экспертизу учебно-исследовательских работ учащихся,

8) участие в мероприятиях по перспективной подготовке кадров.

В рамках презентации специальности «Прикладная математика и информатика», заведующая кафедрой Болодурина И. П. регулярно выступает на радио и телевидении, публикует статьи в прессе.

Преподаватели кафедры (Болодурина И. П., Василего И. П., Дусакаева С. Т., Калиева О. М., Косткина О. С., Кулиш Н. В., Ласькова В. А., Матвейкина В. П., Огурцова Т. А., Руцкова И. Г., Тарасова Т. А. и другие) читают лекции и проводят беседы в школах, лицеях, гимназиях города и области и на подготовительных курсах. Во время которых знакомят слушателей со специальностью «Прикладная математика и информатика», обращая особое внимание на требования, предъявляемые к студентам во время обучения, и последующие перспективы по трудоустройству.

Кафедра прикладной математики регулярно участвует в презентациях ОГУ для средних школ. Преподаватель кафедры Рисковец В. В. прошла специальное обучение на курсах по проведению профориентационной работы с учащимися школ и средних учебных заведений.

Успехов в математике (да и в любой профессии) нельзя добиться, если не обладаешь терпением, навыками проведения самостоятельных исследований и умением находить решение в нестандартной ситуации. Выработать в себе эти качества можно лишь участвуя в различных олимпиадах и конкурсах. Поэтому преподаватели кафедры прикладной математики уделяют большое внимание индивидуальной работе со школьниками, являясь руководителями творческих объединений по математике (Василего И. П., Руцкова И. Г.).

Так, в лицее-интернате для одаренных детей из сельских районов и малых городов Оренбуржья, организована работа творческого объединения «Математика: история, методы и приложения» (руководитель – Руцкова И. Г.). В рамках этого объединения учащимся предоставляется возможность принять участие в работе двух секций:

- «Математика: история развития, методы, приложения, использование современных информационных технологий»,
- «Кружок по решению нестандартных задач».

Занятия в секциях данного творческого объединения позволяют учащимся лицея-интерната:

- расширить свой общий кругозор (знакомство с историей развития математики, её методами и приложениями);

- повысить уровень знаний по математике (изучение разделов, не входящих в программу обучения);

- развить нестандартное мышление (решение задач олимпиадного характера);

- научиться простейшим методам проведения научных исследований (работа с литературой, поиск информации в сети Интернет, анализ, классификация и систематизация, обработка результатов на компьютере);

- приобрести опыт представления результатов исследования (подготовка докладов, слайдов, тезисов докладов, статей, оформление результатов исследования в виде рефератов и электронных гиперссылочных справочников);

- ознакомиться с возможностями современных информационных технологий при изучении и обучении математики, проведении исследований и представлении результатов исследований (работа с обучающимися ресурсами на CD-дисках, поиск информации в сети Интернет, использование стандартных математических пакетов, оформление текстовых вариантов работ на компьютере, разработка электронных гиперссылочных справочников, подготовка слайдов);

- приобрести опыт участия в различных олимпиадах по математике и конкурсах учебно-исследовательских работ по математике и информатике.

Кропотливая индивидуальная работа преподавателей кафедры приносит свои плоды. Учащиеся подшефных школ принимают активное участие в олимпиадах и конкурсах по математике, занимая призовые места. У многих из них уже имеются публикации.

Так, за период с 2002 по 2005 год, учащимися лицея-интерната опубликовано 18 статей (тезисов докладов) в сборниках «Диалог одаренных детей в Открытом обществе», «Интеллектуалы XXI века», «Материалы XXVI научной конференции студентов», подготовлены 2 статьи для журнала «Перспектива».

Неплохих результатов в 2004/2005 году добились ученики 11 класса лицея-интерната, принимая участие в олимпиадах, проводимых физико-математическим факультетом ОГУ:

они заняли 1–е место в командном турнире и 3 –е место в математических боях, открытой областной студенческой олимпиады по математике;

первое место (Мельникова А.) и второе место (Пихтулов А.) в олимпиаде по математике для абитуриентов.

По результатам участия в конкурсах исследовательских работ следует выделить:

- *«Интеллектуалы XXI века»,* секция «Математика» - 2005 год, дипломы первой степени (Мелешко К.), диплом третьей степени (Маслова М.);

- *«Конкурс исследовательских работ Ассоциации «Оренбургский учебный университетский округ»»,* секция «Математика» - 2003 год, диплом второй степени (Пашкова Ю.), 2005 год, диплом первой степени (Дягилева С.), диплом первой степени (Корнева О.), диплом второй степени (Батутина Е..);

- *«Горизонты науки и образования»,* секция «Математика» - 2003 год, диплом второй степени (Пашкова Ю.), 2004 год, диплом первой степени (Мелешко К.), 2005 год – диплом первой степени (Батутина Е.), диплом третьей степе-

ни (Мельникова А.), секция «Информатика» - 2005 год, диплом первой степени (Пихтулов А.).

За участие в конкурсе исследовательских работ «Школа», проводимого журналом «Наука и жизнь» (2004 год), учащиеся лицея-интерната Пихтулов А. и Курошина А. были награждены годовой подпиской на этот журнал.

Следует отметить, что все работы, участвовавшие в конкурсах, выполнены в рамках проекта по созданию математической странички для школьников на сайте лицея-интерната и оформлены как в виде рефератов, так и в виде электронных гиперссылочных справочников. Основные направления исследований учащихся – история математики, приложения и методы.

Преподаватели кафедры прикладной математики принимают активное участие во всех мероприятиях, проводящихся Управлением довузовского образования ОГУ, Ассоциацией «Оренбургский университетский округ», Дворцом творчества детей и молодежи.

Они занимаются организацией и проведением математических олимпиад и конкурсов (все преподаватели кафедры), работают в составе жюри (Болодурина И. П., Отрыванкина Т. М., Благовисная А. Н., Василего И. П., Дусакаева С. Т., Кулиш Н.В., Руцкова И. Г.), участвуют в работе экспертных комиссий (Отрыванкина Т. М., Руцкова И. Г.), проводят консультации для учащихся школ города и области.

Параллельно с указанными мероприятиями, совместно с деканатом математического факультета ведется работа (Болодурина И. П., Отрыванкина Т. М.) по перспективной подготовке кадров для факультета: подбираются кандидаты для обучения на механико-математическом факультете Саратовского государственного университета.

Сикорская Г.А., Локтионова Г.Н., Томина И.П. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

(Оренбургский государственный университет)

На современном этапе развития общества, науки и техники новейшие компьютерные технологии проникают во все сферы жизни человека. В некоторых областях использование компьютеров играет главенствующую роль. В связи с этим, перед высшей школой ставится задача не только снабдить будущего специалиста общеобразовательными и профессиональными знаниями и навыками, но и научить практическому использованию их в решении специальных вопросов с помощью новейших компьютерных средств.

Проблемы и перспективы использования компьютеров при обучении математике волнуют педагогов всех стран. Накоплен значительный опыт, который показывает, что использование компьютеров может помочь заинтересовать студентов математикой, облегчить им понимание некоторых тем.

Отметим некоторые аспекты благотворного влияния информационных технологий на обучение математике:

1. персональные компьютеры (ПК) позволяют более эффективно организовать изучение такого необходимого, с прикладной точки зрения, раздела математики, как численные методы анализа;
2. появилось значительное количество обучающих программ, автоматизированных обучающих систем, электронных учебников, используемых, и как для самостоятельного изучения математики, так и для контроля знаний;
3. появление в вузах ПК дало новый толчок такому, необходимому не только в учебном процессе, элементу как тестированию знаний, проведению тестовых испытаний и экзаменов;
4. ПК позволяют шире использовать элемент наглядности при изучении ряда разделов математики, таких как геометрия, математический анализ, численные методы и т.д.;
5. совершенно невозможно без использования ЭВМ изучение таких разделов прикладной математики, как математическое моделирование и математические методы оптимизации.

Однако, в настоящее время, в высшей школе России преобладают две крайние тенденции, либо персональные компьютеры полностью игнорируются, либо, наоборот, на них перекладывают всю прикладную часть курса, избавляя при этом студента от необходимости понимания реализованных в компьютерных программах математических идей и методов. Таким образом, на лицо подмена учебной цели – вместо освоения математических методов происходит освоение интерфейса программных продуктов. Понятно, не составляет труда, нарпимер, научить студента умножать матрицы при помощи таких программных продуктов как MathCAD или Excel. Но при этом нет никакой гарантии, что, столкнувшись с реальной задачей, студент поймет, что для ее решения

нужно использовать методы теории матриц, и сумеет их корректно применить. На наш взгляд более целесообразно поступить иначе: в начале ввести определение матрицы и действия над ними, научить студента выполнять эти действия вручную, и только на конечном этапе приобщить студента к компьютеру с целью проверки результата собственных вычислений.

При решении различных вычислительных задач студентам предлагается использовать такие языки программирования как Basic, Pascal, осуществить построение математической модели того или иного процесса на основе полученных знаний по математике, информатике и другим дисциплинам, затем составить алгоритм и программу. Таким образом, после отладки и получения результатов возможна математическая интерпретация полученного или сравнение с теоретическими данными. На практических занятиях студентам предлагается лабораторный практикум, включающий в себя задачи различной степени сложности.

Повышенный интерес к компьютерам побуждает некоторых студентов заниматься самостоятельно и писать программы для решения ряда математических дисциплин, используя алгоритмы численных методов и матричной алгебры.

Таким образом, получив некоторые навыки программирования и работы с компьютером в целом (на уровне пользователя) студент способен самостоятельно искать рациональные пути решения прикладных задач математики с помощью современных компьютерных разработок.

Продолжением может служить изучение, а в дальнейшем, и использование на занятиях пакетов прикладных программ, таких как MathCAD, MathLab и т.д. Пользуясь готовыми конструкциями, студент может написать программу решения поставленной задачи, построить график течения изучаемого процесса, проделать сложные математические расчеты.

Особое место при реализации информационных технологий с целью их активизации и интенсификации занимает разработка программно-методического обеспечения, создающего предпосылки для эффективного использования компьютеров в преподавании математики.

Можно рассмотреть следующие пути перехода к активной творческой работе студентов с использованием ПК:

- графическая визуализация методов, геометрический смысл понятий для демонстрации на лекциях;
- подготовка индивидуальных домашних занятий (типовых расчетов), заданий для контрольных (самостоятельных) работ во время аудиторных занятий и контроль выполнения для активизации познавательной деятельности студентов, выработки у них навыка самостоятельного решения достаточно сложных проблем;
- проведение вычислительного эксперимента при проведении практикума по численным методам с использованием графической визуализации, варьируя при этом различные параметры задачи (граничные и начальные условия, значения коэффициентов уравнения и т.п.)

Современная технология программного обеспечения позволяет значительно повысить сложность математических моделей, приблизить их к реальности, что вооружает студентов-исследователей новой информацией и способствует более глубокому пониманию сути явления.

Рисунки и графики, выполненные при помощи информационных технологий, позволяют наглядно показать результативность моделей, существенно связанных с выбором того или иного алгоритма, познакомить студентов с принципами, на основе которых осуществляется наиболее рациональная стратегия численного решения задач. Этому невозможно научиться, прочитав учебник или несколько специальных книг по вычислительной математике. Только прямое общение с конкретными задачами может дать студенту общее представление об объектах изучаемого предмета и выработать необходимую интуицию для нахождения рациональных путей решения задач вычислительной математики. Использование графического компьютерного эксперимента дает возможность повысить точность расчетов, добиться совпадения модели процесса и экспериментальных данных. Студент имеет реальную возможность наглядно (а не абстрактно) убедиться в таких понятиях, как аппроксимация, устойчивость, сходимость.

Отметим так же, что графические изображения на экране дисплея полезны и при объяснении материала в учебной аудитории, и при проверке знаний и самоподготовке.

Итак, основными причинами, обосновывающими использование компьютерной графики при проведении практикума, в частности, по алгебре и геометрии, на наш взгляд являются возможности:

- наглядной иллюстрации основных теоретических концепций;
- проверки выполненных вычислительных расчетов;
- работы с большим объемом данных;
- использования компьютера в качестве обучающей машины.

Таким образом, по мере обучения классической математике и прикладным математическим дисциплинам, использование компьютерных технологий в данном процессе расширяется. Студенты, приобретая компьютерную грамотность, имеют возможность решения специальных задач без использования сложного математического аппарата.

Сикорская Г. А. О ЗАДАЧАХ С ПАРАМЕТРОМ

(Оренбургский государственный университет)

В последние годы на вступительных экзаменах по математике в высшие учебные заведения (в частности ЕГЭ) предлагаются задачи с параметрами. Возрастающая популярность этих задач объясняется тем, что они позволяют более эффективно, по сравнению с задачами других типов, определить уровень логической подготовки абитуриента.

Логическая подготовка отличается от подготовки технической. Техническая подготовка, состоящая в овладении стандартными приемами алгоритмического характера у многих абитуриентов является относительно неплохой. Что же касается логической подготовки, предполагающей умение проводить правильные, то есть логические математические рассуждения, то она, к сожалению, у большей части абитуриентов является недостаточной.

Решение уравнений и неравенств с параметрами можно считать деятельностью, близкой по своему характер к исследовательской, ведь выбор метода решения, процесс решения, запись ответа предполагает определенный уровень сформированности умений наблюдать, сравнивать, анализировать, выдвигать и проверять гипотезу, обобщать полученные результаты. Поэтому задачи с параметрами являются одним из самых трудных разделов школьного курса математики.

Итак, что значит «решить задачу с параметром»? Естественно, это зависит от вопроса в задаче. Если, например, требуется решить уравнение, или неравенство, их систему, или совокупность, то это означает предъявить обоснованный ответ либо для любого значения параметра, либо для значения параметра, принадлежащего заранее оговоренному множеству. Если же требуется найти значения параметра, при которых множество решений уравнения, неравенства и т.д. удовлетворяет объявленному условию, то, очевидно, решение задачи состоит в поиске указанных значений параметра.

Опять же, на вступительных экзаменах часто предлагаются задачи, в которых требуется найти все те значения параметра уравнения, неравенства, их системы или совокупности, при которых указанные уравнения и т.д. имеют заданное число решений, либо предлагаются уравнения, неравенства и т.д. для которых необходимо определить значения параметра, таких, что множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения. Например, найти значение параметра, при которых:

- уравнение выполняется для любого значения переменной из заданного промежутка;
- множество решений первого уравнения является подмножеством множества решений второго уравнения.

При решении задач с параметром в основном используется три метода - аналитический, графический и метод решения относительно параметра.

Аналитический метод решения используется, как правило, реже, чем остальные. Это метод, так называемого, прямого решения, повторяющего стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра. Многолетний опыт работы в школе дает основание считать, что аналитический метод решения задач с параметрами является наиболее трудным, требующим высокой грамотности и наибольших усилий по овладению им.

Графический метод отличается своей исключительной наглядностью и красотой, однако, увлекшись графическим методом решения задач с параметром школьники, как правило, игнорируют остальные, хотя известно, что всякая задача имеет свой (и не обязательно графический) рациональный метод решения.

И, наконец, третий метод решения задач с параметром – метод решения относительно параметра. При решении этим методом переменные *x* и *a* принимаются равноправными и выбирается та из них, относительно которой аналитическое решение (или может быть графическое) является более простым. После естественных упрощений возвращаются к исходному смыслу переменных *x* и *a* и заканчивают решение.

В заключении предлагаю вниманию читателя три задачи с параметром, для которых выбранный метод решения является, на мой взгляд, результативнее остальных.

1. Иллюстрация решения задачи с параметром аналитическим методом.

Задача. При каком значении k один из корней уравнения $4x^2 - (3k + 2)x + (k^2 - 1) = 0$ втрое меньше другого?

Решение: Для существования корней необходимо, чтобы дискриминант $D = (3k + 2)^2 - 16(k^2 - 1)$ был ≥ 0, то есть $7k^2 - 12k - 20 \leq 0$. Следовательно, неравенство выполняется для любых $k \in \left[\frac{12 - 8\sqrt{11}}{14}, \frac{12 + 8\sqrt{11}}{14}\right]$.

Из формул Виета следует $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3k + 2}{4}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{k^2 - 1}{4}$.

Пусть, для определенности, x_1 втрое меньше x_2, то есть $x_2 = 3x_1$.

Тогда $\begin{cases} x_1 + 3x_1 = \frac{3k + 2}{4} \\ x_1 \cdot 3x_1 = \frac{k^2 - 1}{4} \end{cases}$

Перепишем полученную систему в виде

$$\begin{cases} 4x_1 = \frac{3k + 2}{4} \\ 3x_1^2 = \frac{k^2 - 1}{4}. \end{cases}$$

Выражая x_1 из первого уравнения системы и, подставляя полученное выражение во второе, имеем

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{3k+2}{16} \\ 3\left(\dfrac{3k+2}{16}\right)^2 = \dfrac{k^2-1}{4}. \end{cases}$$

Решаем второе уравнение полученной системы

$$\frac{3}{16^2}\left(9k^2+12k+4\right) = \frac{k^2-1}{4};$$

$$27k^2+36k+12 = 4\cdot 16(k^2-1);$$

$$37k^2-36k-76 = 0,\ D = 36^2+4\cdot 76\cdot 37 = 112^2;$$

$$k_1 = \frac{36+112}{74} = 2,\ k_2 = \frac{36-112}{74} = -\frac{38}{37}.$$

Очевидно, оба корня $k_1, k_2 \in \left[\dfrac{12-8\sqrt{11}}{14},\ \dfrac{12+8\sqrt{11}}{14}\right]$

Ответ: $k_1 = 2,\ k_2 = -\dfrac{38}{37}$.

Подобные задачи:

1. При каком наименьшем значении a один из корней уравнения $4x^2-15x+4a^3=0$ будет квадратом другого? (**Ответ:** -2,5 .)
2. При каком значении k корни уравнения $2x^2+3(k-5)x+8=0$ будут противоположными числами? (**Ответ:** таких k не существует.)
3. В уравнении $(k-2)x^2+(k-5)x-5=0$ определить значение k так, чтобы выполнялось $x_1+x_2=3$. (**Ответ:** 2,75.)

2. Иллюстрация решения задачи с параметром графическим методом.

Задача. Найдите все значения *p*, при которых уравнение $\left|x^2+x\right| = p-2$ имеет четыре решения.

Решение: Используем графический метод решения поставленной задачи, а именно построим графики функций $y = \left|x^2+x\right|$ и $y = p-2$ и определим при каком расположении второго графика (т.е. при каком *p*) графики будут иметь четыре общие точки.

Строим график функции $y = \left|x^2+x\right|$

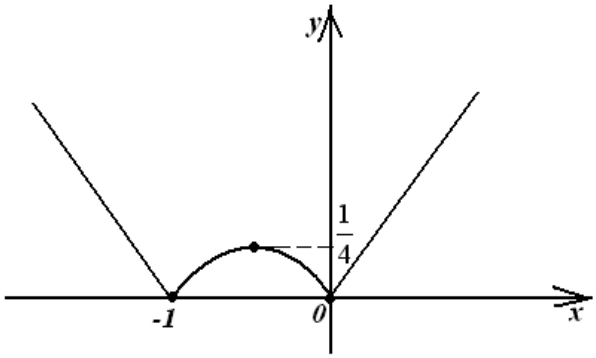
$y = \left|x^2+x\right|$

$x^2 + x = 0;$

$x(x+1) = 0;$

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 0; \\ x_2 = -1 \end{array}\right.$ - точки пересечения графика с осью *OX*.

Так как выражение $x^2 + x$ взято по модулю, следовательно, часть функции, расположенная ниже оси *OX* симметрично отобразится относительно оси *OX*, имеем



вершина: $y\left(-\frac{1}{2}\right) = \left|\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\right| = \left|\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{4}.$

График функции $y = p - 2$ - прямая, параллельная оси *OX*.

Таким образом, для того чтобы графики $y = \left|x^2 + x\right|$ и $y = p - 2$ пересекались ровно в четырех точках, необходимо выполнение условий:

$0 < p - 2 < \frac{1}{4};$

$2 < p < \frac{9}{4}.$

Итак, при $p \in \left(2; \frac{9}{4}\right)$ уравнение $\left|x^2 + x\right| = p - 2$ имеет четыре решения.

Ответ: $\left(2; \frac{9}{4}\right)$.

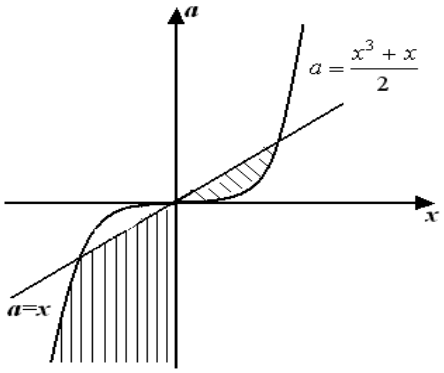
Подобные задачи:

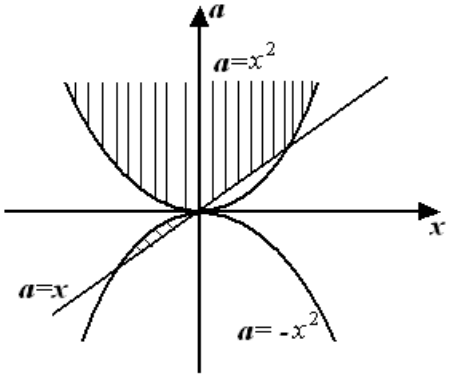
1. Найдите все значения *p*, при которых уравнение $\left|\sin x\right| = p^3$ не имеет корней. (**Ответ:** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.)
2. Найдите все значения *p*, при которых уравнение $e^{x^2 - 2x} = p$ имеет единственное решение. (**Ответ:** $p = e^{-1}$.)
3. Найдите все значения *p*, при которых уравнение $\sqrt{x} = \left|x + p\right|$ имеет единственное решение. (**Ответ:** $p = 0{,}25$.)

3. Иллюстрация решения задачи с параметром методом решения относительно параметра.

Задача. Найти все значения a, при каждом из которых среди решений неравенства $\sqrt{(a-x^2)(x^2+a)}+a>x$ есть ровно два различных целочисленных решения.

Решение: Согласно схеме решения иррациональных неравенств, данное неравенство равносильно совокупности двух систем:





$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-a\geq 0;\\(a-x^2)(x^2+a)>(x^2-2ax+a^2);\end{cases}\\\begin{cases}x-a<0;\\a^2-x^4\geq 0;\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\geq a;\\x\left(a-\dfrac{x^3+x}{2}\right)>0;\end{cases}\quad (*)\\\begin{cases}x<a;\\|a|\geq x^2.\end{cases}\quad (**)\end{array}\right.$$

Изобразим на координатной плоскости *Oxa* геометрические место точек, удовлетворяющих системе (*) на рис.1, системе (**) на рис.2 и их объединение на рис.3.

рис.1 рис.2

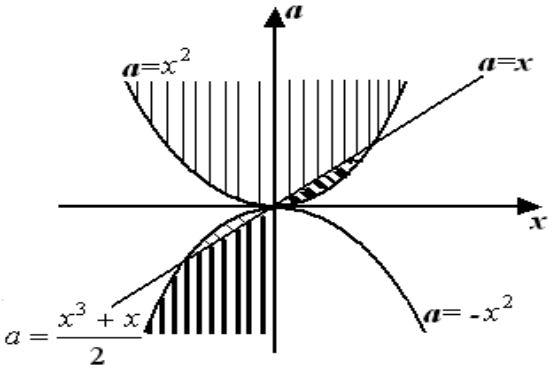


рис.3

Чтобы найти множество решений неравенства, соответствующее значению параметра a_0, нужно провести прямую $a=a_0$ и спроектировать на ось OX ту часть этой прямой, которая попала в заштрихованную область.

Теперь ясно, что

если $0 < a \le 1$, то x_0 – единственное целочисленное решение;

если $a=1$, то $x= -1$; $x=0$ – два целочисленных решения;

если $a>0$, то $x= -1$; $x=0$; $x=1$ – как минимум три целочисленных решения;

если $a=0$, то решений нет;

если $-1 \le a < 0$, то нет целочисленного решения;

если $\frac{(-2)^3 - 2}{2} = -5 \le a < -1$, то $x = -1$ – единственно целочисленное решение;

если $\frac{(-3)^3 - 3}{2} = -15 \le a < -5$, то $x = -2$ и $x = -1$ – два целочисленных решения;

если $a < -15$, то $x = -3$, $x = -2$, $x = -1$ – как минимум три целочисленных решения.

Ответ: $a \in \{1\} \cup [-15; -5)$.

Подобные задачи:

1. Найти все значения b, при каждом из которых среди решений неравенства $\sqrt{(b - x^2)(x^2 + b)} > x + b$ есть ровно два различных целочисленных решения. (**Ответ:** $b \in \{1\} \cup (5; 15]$.)

2. Найти все значения a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{3a + \sqrt{4a + 2x - x^2}} = 2x - x^2$, имеет решение. (**Ответ:** $a \in \left[-\frac{1}{12}; 0\right]$.)

3. Указать все значения a, для которых уравнение $\sqrt{a+\sqrt{a+\sin x}}=\sin x$, имеет решение. (**Ответ:** $a\in\left[-\frac{1}{4};0\right]$. **Указание:** выполнять замену $\sin x=t,\ t\in[-1;1]$.)

Сикорская Г. А., Жапалакова Д.У. РОЛЬ ОБЩЕНИЯ И АНАЛОГИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

(Оренбургский государственный университет)

Анализ результатов вступительных экзаменов в ВУЗ, указывает на то, что состояние знаний учащихся средней школы по математике в настоящее время не вполне удовлетворительно. Понятно, что проблема времени стоит особо остро, при том, что школьный стандарт - жесткая программа. В связи с этим творческое восприятие математики заменяется набором навыков и освоением определенного количества математических знаний и умений. Поэтому знания у подавляющего большинства учащихся остаются формальными.

Рассматривая вопрос обучения с обычной позиции, – выработки умения решать определенные виды задач, приходим к выводу о необходимости включать в учебную работу школьника деятельность, тождественную той, которая заключена в задаче; в задаче же заключена, прежде всего, деятельность по ее составлению, а не только деятельность по ее решению, являющаяся логически уже второй ступенью, следующей за деятельностью по составлению задачи.

Одним из путей улучшения процесса обучения школьников посредством составления задач является на наш взгляд развитие у них умения обобщать и умения проводить аналогию.

Об аналогии отзывался в поэтически восторженной форме знаменитый ученый Кеплер, первооткрыватель законов небесной механики: “Я больше всего дорожу Аналогиями, моими самыми верными учителями. Они знают все секреты Природы, и ими меньше всего следует пренебрегать”.

Умозаключения по аналогии являются непременной составной частью творческого мышления, так как этим путем мысль человека выходит за пределы известного, пролагая путь к неизвестному. Умозаключения по аналогии служат обычным и законным приемом установления новых закономерностей как в эмпирических науках, так и в обыденной жизни. Если, допустим, естествоиспытатель помнит, что все встречавшиеся ему до сих пор виды, обладавшие признаками А и В, обладали также и признаком С, и если он нашел новый вид, у которого обнаружены признаки А и В, то он, естественно, заключит, что этот новый вид обладает также и признаком С. Такое заключение по аналогии значительно выигрывает в убедительности, если к чисто эмпирическим данным присоединяются какие – либо теоретические соображения, заставляющие предполагать, что совместное наличие признаков А, В и С является не случайным, а обосновано теми или другими общими принципиальными соображениями.

На практике, в большинстве случаев, заключение по аналогии служит лишь эвристическим приемом, который сам по себе не имеет доказательной силы, что неизбежно приучает прошедшего серьезную школу человека и во всех других областях мышления относиться к такого рода заключениям с большой осторожностью, зная, что во всех таких случаях нельзя без основательной проверки считать полученное заключение твердо установленным.

Аналогия подразумевает выявление не только признаков *сходства* в рассматриваемых явлениях, объектах, задачах, но и их *различий*, существенных, возможно мало заметных. Но полноценное определение сходства и различия возможно только на основе обобщения.

По У. Сойеру, “обобщение – это, вероятно, самый легкий и самый очевидный путь расширения знаний”. Если натуралист, подметив наличие какого-либо свойства (признака) у ряда особей данного вида, с чистой научной совестью объявляет этот признак общим для всего рассматриваемого вида, то никто не упрекнет его за это: такого рода индуктивные заключения представляют собою один из основных методологических стержней естественных наук. Конечно, и в этих науках координирующая и осмысливающая теоретическая мысль возможна и необходима; но как исходным пунктом, так и решающей проверкой всякого заключения здесь всегда остаются наблюдение и опыт, осуществляемые над отдельными экземплярами. В точных науках дело обстоит принципиально иначе. Так, в математике, если мы обнаружили, что несколько десятков наудачу выбранных нами треугольников обладают каким-нибудь свойством, мы еще не вправе признать это свойство принадлежащим всем треугольникам. Такое заключение было бы не до конца обоснованным, а в математической науке все, что обосновано не до конца, расценивается как абсолютно необоснованное. Только исчерпывающее общее доказательство может дать уверенность в том, что данный признак действительно является общим свойством всех треугольников. Как утверждают психологи, способность к обобщению материала, конкретизации общего положения, является важнейшим фактором для успешного изучения любой науки.

Овладение приемами обобщения, значительно облегчает учащимся усвоение математики, и особенно тех ее разделов, для которых характерен высокий уровень абстракции.

И так, обобщение означает переход знания на более высокий уровень на основе установления для данных объектов общих свойств или общих отношений посредством применения аналогии.

Простое применение аналогии в математике предполагает составление подобного исходному (задачи, упражнения, доказательства). Составление же задачи обобщением, предполагает то, что новая задача оказывается в том или ином отношении сложнее исходной. Таким образом, процесс обобщения, основываясь на применении аналогии, расширяет границы познанного.

Применение обобщения связано с преобразованием мыслей, с умственным экспериментированием; является важным средством самостоятельного расширения и углубления имеющихся знаний.

Очевидно, что при обучении школьников математике для достижения глубокого усвоения нового понятия, способа решения нельзя обходиться задачами одного уровня трудности, лучше предложить учащимся возможность самим обобщить решенную задачу, чтобы затем решить составленную задачу, видоизменяя ее различными способами.

Опыт работы в школе показывает, что если готовую задачу решают все учащиеся класса (в основном одинаковой последовательностью рассуждений),

то процесс обобщения задачи доступен уже не всякому; результат обобщения зависит не столько от суммы знаний, сколько от умения комбинировать, связывать эти знания поновому, заглядывать за пределы обычного, то есть умение обобщения зависит от индивидуальных способностей человека - даже при выполнении простейших заданий проявляется резкая разница в силе воображения учащихся.

Всякая математическая задача поистине неисчерпаема в своих связях с другими задачами; после решения задачи почти всегда можно найти предмет размышлениям, найти несколько направлений, в которых удается развить и обобщить задачу, найти затем решения созданных таким образом новых проблем.

Примеры обобщения задач, могут быть взяты из самых различных областей математики. Так, после выведения формулы квадрата двучлена: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ можно предложить учащимся вычислить $(a+b+c)\times(a+b+c)$ и попытаться найти общее правило возведения в квадрат любого трехчлена: $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$

Старшие школьники освоят и "предельное обобщение" его со специальной символикой, что само по себе важно: $(\sum_{i=1}^{n} a_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 + 2 \cdot \sum_{i,j=1 (i>j)}^{n} a_i a_j.$

Или еще пример, применения приема обобщения на уроке. Учащиеся в классе доказали неравенство:

$a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$, где a,b,c - положительные числа.

Решение.

$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0,$

$a + b \geq 2\sqrt{ab}.$

Аналогично имеем:
$$b + c \geq 2\sqrt{bc},$$
$$c + a \geq 2\sqrt{ca}.$$

Сложив почленно, левые и правые части этих неравенств и разделив обе части на 2, получим доказываемое неравенство $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$.

Далее перед учащимися можно поставить проблему: обобщить доказанное неравенство на 4, 5,…n членов, рассуждая над вопросом построения неравенства аналогичного данному, но уже с четырьмя членами.

Записав левую часть обобщаемого неравенства, $a+b+c+d$, учащиеся пытаются - определить закономерность правой части неравенства. Замечают, что подкоренное выражение есть произведение двух рядом стоящих членов левой части, взятых последовательно, а также первого с последним. На этом основании делают вывод, что таково же должно быть строение обобщенного неравенства.

Отметим, что такое переосмысливание структуры выражения становится возможным лишь после предъявления задания составить новое выражение, *аналогичное* исходному.

Итак, предположим: $a + b + c + d \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{cd} + \sqrt{da}$.

Доказательство строится аналогично:

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$;

$b + c \geq 2\sqrt{bc}$;

$c + d \geq 2\sqrt{cd}$;

$d + a \geq 2\sqrt{da}$.

Сложив, левые и правые части отдельно, получим обобщенное неравенство. Для наиболее сильных учеников, возможно и обобщение неравенства на *n* членов:

$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \geq \sqrt{a_1 a_2} + \sqrt{a_2 a_3} + ... + \sqrt{a_n a_1}$.

В этом случае они могут применить для доказательства метод математической индукции.

Обширное применение умения обобщения на уроках геометрии. Посредством обобщения, например, можно предложить учащимся получить новые соотношения с последующим доказательством.

Например, от соотношения $\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} = \frac{1}{r}$, верного для треугольника, учащиеся могут перейти к соотношению $\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} + \frac{1}{h_4} = \frac{1}{r}$, верному для тетраэдра (h_1, h_2, h_3, h_4 - соответственно высоты треугольника и тетраэдра, r – радиус вписанной окружности, сферы).

Доказательство теоремы для тетраэдра, основанное на аналогии понятий (“треугольник - тетраэдр”, “площадь - объем”), доставляет истинное удовольствие школьником.

Безусловно, обширно применение аналогии и обобщения по анализу. Например, пусть требуется составить квадратный трехчлен, достигающий максимума, равного 6, в точке $x = 3$.

Для этого достаточно написать любое выражение вида $y - 6 = a(x - 3)^2$, где, $a < 0$, а затем, если нужно привести его к стандартному виду, раскрыв скобки.

Если бы речь шла о минимуме функции с теми же условиями, то в том же самом выражении следовало бы взять $a > 0$.

Задание можно обобщить и на аналогичную функцию двух (и больше) переменных.

Парабола	Параболоид
$y - 6 = -2(x - 3)^2$,	$z - 6 = -2(x - 3)^2 - 4(y + 2)^2$,
$y_{\max} = 6$,	$z_{\max} = 6$,
при $x = 3$	*при* $x = 3$, $y = -2$.

Соответственно для минимума функции:

$y - 6 = 2(x - 3)^2,$	$z - 6 = 2(x - 3)^2 + 4(y + 2)^2,$
$y_{\min} = 6,$	$z_{\min} = 6,$
при $x = 3.$	*при* $x = 3,\ y = -2.$

Дальнейшим обобщением данной задачи будет утверждение: “Функция - $y - c = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot (x_i - b_i)^{2p}$, *где* $a_i > 0$, p - целое положительное число, достигает минимума $y = c$ при $x_i = b_i$”

И так, применению аналогии и обобщения надо учить особо, на специальных упражнениях, так же как и иным логическим операциям: индукции и дедукции, анализу и синтезу.

Отметим также, что развитие умения обобщения и аналогии можно вести не только на положительных примерах. Напротив, в обучении важно показывать, что истинность и ложность суждений идут в мышлении рядом.

С этой целью полезно сравнивать верное соотношения с неверными, имеющими с первыми по форме внешнюю, неглубокую аналогию:

$5 \cdot 3 = 3 \cdot 5;$ *но* $5^3 \neq 3^5$

$a \cdot b = b \cdot a,$ *но* $\log(a \cdot b) \neq \log a \cdot \log b,$

$a \cdot b \cdot x = b \cdot a \cdot x,$ *но* $a \cdot \sin bx \neq b \cdot \sin ax.$

Повторения, для того чтобы использование аналогии не приводило к ошибкам, необходимо вывод, полученный по аналогии, завершать проверкой, доказательством, ведь аналогия, хотя и вводят иногда в заблуждение, все же остается лучшим средством, выводящим на путь истинный.

Усвоение математики осуществляется в процессе выполнения упражнений, а потому и развитие методики математики идет по пути внедрения новых форм и видов математических упражнений, вызывающих у школьников большую мыслительную активность.

Влацкая И.В., Сормов С.И. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОДСТВА В МАШИНО- И ПРИБОРОСТРОЕНИИ

(Оренбургский государственный университет)

Важную роль при составлении математических моделей в области машино- и приборостроении играет построение математических моделей объектов производств изделий, деталей, заготовок. Главным требованием, предъявляемым к математической модели любой детали, является адекватность отражения этой моделью реальных свойств объекта моделирования. Математическая модель объекта производства может выражаться математическими зависимостями, представляющими собой определенные соотношения между отдельными параметрами, описывающими данный объект, а также множеством ограничений, накладываемых на эти параметры и выражаемых в виде уравнений и неравенств.

Традиционный метод построения математической модели объекта производства заключается в разделении элементов по уровням с учетом ряда конструктивно-технологических признаков (геометрические и качественные характеристики элементов детали, топологические связи между элементами, последовательность их формирования в процессе изготовления). Математическая модель объекта производства определяется следующими соотношениями:

$$\left.\begin{array}{l} Д_0 = \{\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_\mu, \ldots, \beta_\sigma\} \\ S_\delta = \{Э_\gamma f, \gamma = (1,2\ldots, z)\}, \quad \{C_v, v = (1,2,\ldots, p)\} \end{array}\right\}, \qquad (1)$$

где $Д_0$ – обозначение общих сведений о детали; β_μ – параметр, описывающий утилитарные свойства детали (материал, размеры, твердость и т.п.); S_δ – обозначение структуры детали, представляющей граф $S_\delta \{Э, C\}$, в котором множеству вершин $Э$ соответствуют элементы деталей, находящиеся в определенном состоянии, а множеству дуг C связи между этими элементами; $Э_\gamma f$ – символьное обозначение элемента детали номера γ, находящегося в состоянии f, которое соответствует требованиям конструкторского чертежа детали; $\gamma = 1,2\ldots, z$ – номер элемента детали; f – индекс конечного состояния элемента детали, соответствующего требованиям конструкторского чертежа; C_v – обозначение связи между элементами; $v = 1,2,\ldots, p$ – номер отдельной связи между элементами.

Принадлежность элементов к различным иерархическим уровням, а так же отношения пересечения или объединения среди элементов одного уровня определяются либо на основании некоторых известных и формальных общепринятых положений, либо с учетом неформальных предпочтений, особенностей и правил, характерных для конкретной производственной системы.

Основными базовыми элементами детали являются элементы первого уровня. В качестве таких элементов выступают поверхности, либо образующиеся при получении заготовки или при непосредственной обработке заготовки на

технологическом оборудовании основных для рассматриваемого класса деталей групп. Математическая модель элементов первого уровня детали задается графом, структурная формула которого имеет вид:

$$ {}_1S_{\delta} = \left[\bigcap_{0}^{z1-m1} \left\{ \bigcup_{1}^{m1} {}_1Э_{\gamma 1} f, \gamma_1 = (1,2,...,z_1) \right\}, \left\{ {}_1C_{v1}, v_1 = (1,2,...,p_1) \right\} \right], \qquad (2) $$

где z_1 – общее количество элементов первого уровня; m_1 – количество элементов первого уровня, объединяющихся с другими элементами этого же уровня; ${}_1Э_{\gamma 1}f$ – обозначение элемента первого уровня, находящегося в состоянии f, соответствующем требованиям чертежа; γ_1 – номер элемента первого уровня; ${}_1C_{v1}$ – обозначение связей положения элементов первого уровня; v_1 – номер связи положения между элементами первого уровня; p_1 – число связей положения между элементами первого уровня.

К элементам высших уровней относятся поверхности, принадлежащие элементам первого уровня, например – канавки, фаски, отверстия, пазы и т.п. Эти элементы будут связаны отношением пересечения только с элементами первого уровня и т.д. Элементами высших уровней объектов производства являются поверхности, которые пересекаются с соответствующими элементами первого уровня. Математическая модель структуры детали любого n-го $(n > 1)$ уровня имеет вид:

$$ {}_nS_{\delta} = \left[\bigcup_{1}^{z_1} \left\{ \bigcap_{0}^{z_n} {}_1Э^{\gamma_1}_{\gamma_n f_n 1} \gamma_n = (0,1,2,...,z_n) \right\}, \left\{ {}_nC_{v_n}, v_n = (p_{n-1}+1, p_{n-1}+2,...,p_n) \right\} \right], \qquad (3) $$

где z_1 – число элементов $(n\text{-}1)$-го уровня; z_n – число элементов n-го уровня, пересекающихся с γ_1 элементом 1 уровня; ${}_nЭ^{\gamma_1}_{\gamma n}f_n$ – обозначение элемента n-го уровня, имеющего номер γ_n и пересекающегося с γ-м элементом первого уровня; $\gamma_n = 0,1,2\ldots, z_n$ – номер элемента n-го уровня, пересекающегося с γ_1 элементом первого уровня; f_n – индекс конечного состояния элемента n-го уровня, соответствующего требованиям конструкторского чертежа; p_n – число связей положения между элементами n-го уровня. Таким образом, объект производства в целом представляется как совокупность элементов детали 1-го уровня, пересекающихся с элементами 2-го, 3-го и т.д. уровней.

При абстрагировании от вида топологической связи между элементами ${}_1Э_{1f}$ первого уровня и отображения выражения (3) через бинарные отношения:

$$ \bigcap_{0}^{z1} {}_N Э^{\gamma_1}_{\gamma_n f_n}, \qquad (4) $$

математическая модель объекта производства принимает вид булевой матрицы:

$$\|S_\delta\| = [{}_i\Э_f^x \Э_f ({}_j\Э_f)]; \quad i = 1,2,...,z_1; \quad j = 1,2,...,\sum_1^n z_n , \tag{5}$$

где:

$$\|C\| = \begin{cases} 1, & \text{если } {}_n\Э^{\gamma m-1}_{\gamma_n f_n}, \gamma_n \text{ принаджлежит элементу } {}_i\Э_{if} ({}_n\Э^{\gamma m-1}_{\gamma_n f_n}, \gamma_n = (1,2,...,z_n)); \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Если матрица структурного описания объекта производства дополняется описанием ряда свойств его элементов: физическими, физико-химическими, технологическими, качественными и т.п., тогда множество этих свойств можно рассмотреть, как множество контуров *F(A)* объекта моделирования *A*, которые необходимо реализовать, чтобы получить требуемый объект. В этом случае описание моделируемой детали представляется в виде булевой матрицы *ML2*:

$$ML2 \rightarrow C_{i,j} = [{}_i\Э_f \, x \, F({}_i\Э_f)], \tag{6}$$

где $C_{i,j} = 1$, если бинарное отношение между ${}_n\Э_{if}$ и f_i существует, или

$$C_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ если элемент 1-го уровня } {}_i\Э_f \text{ обладает свойством } f_i ; \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

для качественных контуров;

$$C_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ если рассматриваемый параметр m элемента } {}_i\Э_f \text{ принадлежит} \\ \quad \text{множеству M, характеризующему контур } f_i \text{, то есть m C M;} \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

для количественных контуров.

Аналогичным образом формируются и булевы матрицы *ML1*, описывающие заготовку объекта производства. Но недостатком такого способа описания является, то, что элементам высших уровней в соответствие ставятся только элементы первого уровня, то есть при таком описании математической модели объекта производства требуется наличие дополнительного математического аппарата, который мог бы обеспечить исследование зависимости между элементами текущего и предшествующего уровней.

Таким образом, задача разработки математических моделей описания объектов производства, которые позволяют формировать и оценивать последовательность обработки в сочетании с универсальностью использования, а также возможностью эффективного учета особенностей конкретных производств и технологических систем, обеспечивать доступность и простоту реализации, является весьма актуальной при создании современных автоматизированных систем управления точностью технологических процессов.

Стенюшкина В.А. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ФЕРЗЯХ

(Оренбургский государственный университет)

Постановка задачи: расставить n ферзей на шахматной доске $n \times n$ так, чтобы они не угрожали друг другу. В /1/ дан алгоритм одной из расстановок для произвольного n. Этот алгоритм имеет сложность не выше линейной относительно n. Приведем его программный код на языке Pascal.

```
Program ferzNEW; USES CRT;Type douz=0..99;sorok=0..99;
Var i,N,N1,j,s,s1:sorok;a,b:douz;f:array[sorok] of sorok;
  m:array [sorok,sorok] of sorok;
Procedure St1; Begin for i:=1 to (n div 2) do f[i]:=2*i;        {10,12,16,18,...}
 for i:=((n div 2)+1) to n do f[i]:=2*(i-(n div 2))-1
End;
Procedure St2;  Begin for i:=1 to (n div 2) do f[i]:=2*i;    {11,13,17,19,...}
 for i:=((n+1) div 2) to n do f[i]:=2*i-n
End;
Procedure St1a; Begin for i:=1 to (n div 2) do f[i]:=2*i;        { 8,20,32,...}
 for i:=1 to (n div 4) do f[(n div 2)+2*i-1]:=4*i-1;
 for i:=1 to (n div 4) do f[(n div 2)+2*i]:=4*i-3
   End;
Procedure St1b; Begin for i:=1 to ((n div 2)-1) do f[i]:=2*i;    {14,26,38,...}
 for i:=(n div 2) to (n-1) do f[i]:=2*i-n+1;
 f[(n div 2)-2]:=n; f[0]:=n-4; for i:=n downto 1 do f[i]:=f[i-1]
End;
Procedure St2a; Begin for i:=1 to (n div 2) do f[i]:=2*i;    { 9,21,33,...}
 for i:=1 to(n div 4) do f[((n-3) div 2)+2*i]:=4*i-1;
 for i:=1 to(n div 4) do f[((n-1) div 2)+2*i]:=4*i-3;
 f[1]:=n; f[n]:=2
End;
Procedure St2b; Begin for i:= 1 to ((n-1) div 2) do f[i]:=2*i;   {15,27,39,...}
 for i:=1 to (n div 4) do f[((n-3) div 2)+2*i]:=4*i-1;
 for i:=1 to ((n+1) div 4) do f[((n-1) div 2)+2*i]:=4*i-3;
 f[n-1]:=0; for i:=1 to n do f[i]:=f[i]+1
End;
BEGIN     REPEAT Write('N=');Readln(N);a:=n mod 6;b:=n mod 12;
  if (a=4) or (a=0) then St1 else
   if (a=5) or (a=1) then St2 else
    if (b=8) then St1a else
     if (b=2) then St1b else
      if (b=9) then St2a else
       if (b=3) then St2b;
 for i:=1 to n do for j:=1 to n do if j=f[i] then m[i,j]:=1 else m[i,j]:=0;
 for i:=1 to n do
```

```
  begin for j:=1 to n do if m[i,j]=1 then write(m[i,j]:2) else write('  ');writeln
  end; if (n<>0) then
   begin Writeln('Solution: ');for i:=1 to n do Write(f[i],'_');Writeln
   end   UNTIL (n=0)
END.
```

На рисунке 1 дана возможная расстановка для n=21.

											Ψ									
																				Ψ
										Ψ										
	Ψ																			
													Ψ							
		Ψ																		
												Ψ								
			Ψ																	
															Ψ					
				Ψ																
					Ψ															
														Ψ						
					Ψ															
																	Ψ			
						Ψ														
							Ψ													
								Ψ												
																			Ψ	
								Ψ												
																		Ψ		
									Ψ											
Ψ																				

Рисунок 1

В целях получения множества решений подойдем к решению этой задачи со стороны оптимизации. Введем массив $x=(x_{ij})$, $i,j=1..n$, булевых переменных, причем

$$x_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} 1, \textit{ в клетке } (i.j) \textit{ есть ферзь}, \\ 0, \textit{ в клетке } (i.j) \textit{ нет ферзя}. \end{array} \right\} \quad (1)$$

Формулировка задачи содержит ограничения:

$$\Sigma_{i=1}^{n} x_{ij} <= 1, \ \Sigma_{j=1}^{n} x_{ij} <= 1, \quad (2)$$

$$\Sigma_{i=1}^{n-k+1} x_{i,i+k-1} <= 1, \ k=1..n, \quad \Sigma_{i=k}^{n} x_{i,i-k+1} <= 1, \ k=2..n, \quad (3)$$

$$\Sigma_{i=1}^{n-k+1} x_{i,n-i+1} <= 1, \ k=1..n, \quad \Sigma_{i=k}^{n} x_{i,n-i+1} <= 1, \ k=2..n. \quad (4)$$

Неравенства (2) означают, что в каждом столбце и каждой строке не более одного ферзя. Хотя заранее известно, что реализуются равенства, условия ослаблены для того, чтобы не вызвал затруднений поиск начального допустимого решения. Неравенства (3)-(4) ограничивают число ферзей на диагоналях. В качестве целевого возьмем условие:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \rightarrow \max. \quad (5)$$

(Здесь тоже заранее известно, что $f_{max}=n$). Таким образом, имеем задачу булева линейного программирования (1)-(4).

Если условие (5) заменить условием

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{2} \rightarrow \max, \quad (6)$$

то от переменных x_{ij}, $i,j=1..n$, достаточно потребовать неотрицательности:

$$x_{ij} \geq 0, \ i,j=1..n. \quad (7)$$

Тогда (2), (3), (4), (6), (7) – задача квадратичного программирования, которая решается методами линейного программирования. Все решения можно обойти, сочетая метод линейного программирования с поиском в глубину.

Обратимся теперь к своеобразной геометрической интерпретации задачи о ферзях. Строки искомой матрицы будем рассматривать как единичные базисные векторы n-мерного пространства. Тогда g_{max} будет длиной диагонали n-мерного куба, построенного на указанных векторах. Некоторые свойства n-мерных кубов приведены в /2/. На рисунке 2 даны два способа представления куба размерности 4. (Именно с этой размерности начинается возможная расстановка ферзей.) Кубы большей размерности строятся рекурсивно. Поиск требуемой расстановки ферзей можно интерпретировать как кратчайший переход по ре-

брам гиперкуба из точки (0, …, 0) в точку (1, …, 1) с выполнением условий, соответствующих ограничениям (3)-(4). Число таких переходов равно *n!*.

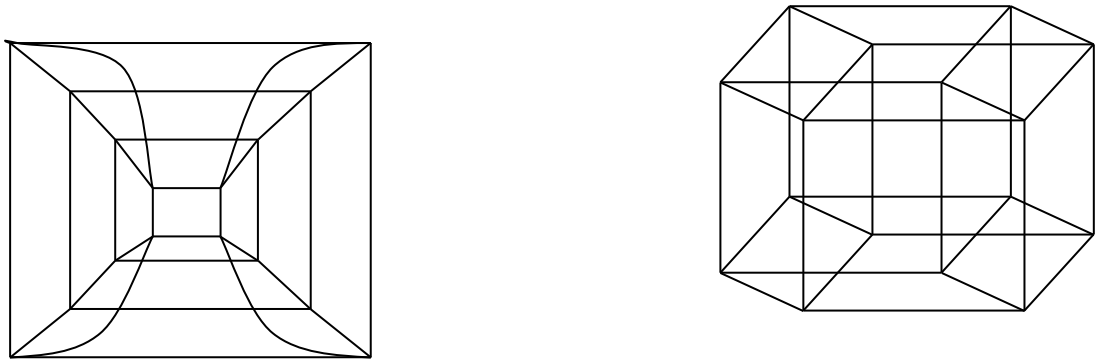


Рисунок 2

1 Стенюшкина В.А. К задаче о ферзях. Современные информационные технологии в науке, образовании, практике. Материалы региональной научно-практической конференции (с международным участием). - Оренбург, ГОУ ОГУ, 2003, с. 103 - 105.

2 Стенюшкина В.А. Свойства единичных кубов. Математические методы и инструментальные средства в информационных системах. Сборник научных трудов. - Оренбург, ОГУ, 2002, с. 118 -121.

Тарасова Т.А. ПРОМЕЖУТОЧНАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ, КАК ФОРМА КОНТРОЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

(Оренбургский государственный университет)

Очень большое значение в образовательном процессе высшей школы, вообще, и нашего университета, в частности, играет правильная организация самостоятельной работы студентов; потому что, именно от такой работы зависит получат ли студенты глубокие и всесторонние знания за годы обучения в университете.

В рамках проведения исследовательского проекта по анализу причин снижения качества современного высшего образования сотрудниками университета Гурьевой В.А. и Редько Л.П. среди прочих причин были выявлены следующие:

- в полную силу своих возможностей учатся только 20% опрошенных студентов;
- постоянно готовятся дома к практическим и семинарским занятиям всего 12% студентов.

Вспомним, что по учебным планам на самостоятельную работу по изучению любой дисциплины студенту отводится 50% учебного времени. Почему же, даже те студенты, которые сделали осознанный выбор будущей профессии и пришли в университет с намерением учиться хорошо, зачастую уже на первых занятиях по высшей математике сталкиваются с большими трудностями?

Эти трудности, в первую очередь, сопряжены с поверхностным изучением элементарной математики в классах с гуманитарным уклоном и в непрофильных классах; наметившимся в последнее время снижениям уровня преподавания элементарной математики вообще и как следствие, снижением контроля со стороны преподавателей за знаниями школьников. Поэтому, очень важно с самого начала обучения студента в университете правильно организовать его аудиторную и самостоятельную работу. Так, уже на первой лекции ведущий преподаватель должен:

- рассказать, какие разделы дисциплины будут изучаться в семестре;
- дать список литературы, которая рекомендуется для самостоятельной работы;
- перечислить контрольные работы, РГЗ, коллоквиумы, которые будут проводится в семестре, и как будут оцениваться знания студентов по этим работам.

Каждый студент уже на первом занятии должен иметь четкий график своей работы в семестре, а таким графиком является программа изучения дисциплины в семестре. Программа составляется очень подробно, с перечислением всех основных определений, формулировок, на-

званий теорем, что позволяет преподавателю по ней задавать теоретические вопросы для подготовки студентов к занятиям на протяжении всего семестра и использовать эту же программу при подготовке к экзамену.

Следует отметить, что как бы хорошо не был организован учебный процесс преподавателем, большинство студентов не начнут работать самостоятельно, если не будет организован постоянный контроль за этой работой со стороны преподавателя. Учебный процесс только тогда дает хороший результат, когда налажена непрерывная связь между знаниями, которые дает преподаватель и контролем за тем, как усваиваются эти знания студентом. Для того, чтобы объективно отразить работу студента в двух семестровых рейтингах, мало только тех контрольных мероприятий, которые предусматриваются рабочей программой дисциплины. Рейтинговая оценка должна учитывать оценки контрольных мероприятий, оценки работы студента на практических занятиях, оценки самостоятельной работы студента дома. Чтобы контролировать самостоятельную работу студента и просто и наглядно оценить её, на каждом практическом занятии каждый студент получает индивидуальное задание, состоящее из 5 вопросов. Выполняется задание в течении 12-15 минут. Полученная студентом оценка, соответствует количеству правильных ответов на поставленные в задании вопросы. Вопросы работы составлены так, чтобы студент не тратил на ответы много времени, но показал свои знания, как по теоретическим вопросам, которые он должен знать к этому занятию, так и по практическим задачам, которые должны решаться дома. Теоретические вопросы задаются из программы, о которой говорилось выше. Готовясь к занятиям по этой программе, студент готовится не только к конкретному практическому занятию, но и к будущему семестровому экзамену. Очень важна непрерывность проведения таких самостоятельных работ на занятиях; потому что каждый студент знает, что будет проверена его работа дома при подготовке к каждому занятию и что, не менее важно, будет дана оценка этой работы.

Использование непрерывной оценки самостоятельной работы студента ведет:

- к объективности его рейтинговой оценки;
- к стимулированию регулярной самостоятельной работы дома, т.к. при серьезном подходе к учебе студент получает хорошие оценки;
- к посещению студентом консультаций преподавателя, которые проводятся еженедельно;
- к непрерывной подготовке к сессии на протяжении всего семестра.

Татжибаева О.А., Пашкевич М.С. О МЕТОДИКАХ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПРИЕМАМ КОЛЛЕКТИВНОЙ РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ

(Оренбургский государственный университет)

Одним из основных направлений профессиональной деятельности студентов математических специальностей после окончания вуза является разработка программных продуктов. Большинство профессиональных программных проектов, ввиду сложности, требует коллективной разработки. С другой стороны, труд программиста исключительно индивидуален в силу специфики производства программ, отличного от других видов производства. Возникает противоречие между сугубо индивидуальным характером программирования и коллективным характером труда при создании больших программ.

Это значит, что существует проблема подбора коллектива, его организации, поддержки устойчивости в течение разработки. Важность и сложность этой проблемы такова, что многие исследователи напрямую связывают успех или провал проекта с качеством коллектива разработчиков.

Если посмотреть с этой точки зрения на методику обучения специальностям, связанным с разработкой программных проектов, мы увидим, что проблеме работы в коллективе практически нигде не уделяют внимания. Индивидуальная подготовка студента может быть очень хорошей, по окончании вуза он может владеть многими теоретическими знаниями и полезными навыками, но не обязательно он сможет быть участником серьезного проекта. В результате на производстве этого специалиста нужно еще долго обучать.

Если мы хотим готовить действительно полезных, способных сразу включиться в работу специалистов, необходимо использовать методики, позволяющие студенту почувствовать атмосферу реальной программной разработки. Для этого мы предлагаем использовать две методики коллективной работы над проектом. Это могут быть как курсовые работы, так и задачи, выполняемые в рамках лабораторных работ.

Одна из методик коллективной работы над проектом получила название «метода главного программиста». Цель этого метода состоит в том, чтобы создать такой коллектив программистов, который способен работать как единое целое. Производительность такого коллектива возрастает примерно в пять раз. Бригада создается из сотрудников примерно одинаковой квалификации.

Группа состоит из главного программиста, он же является руководителем разработки, заместителя главного программиста, библиотекаря, а также нескольких программистов-исполнителей.

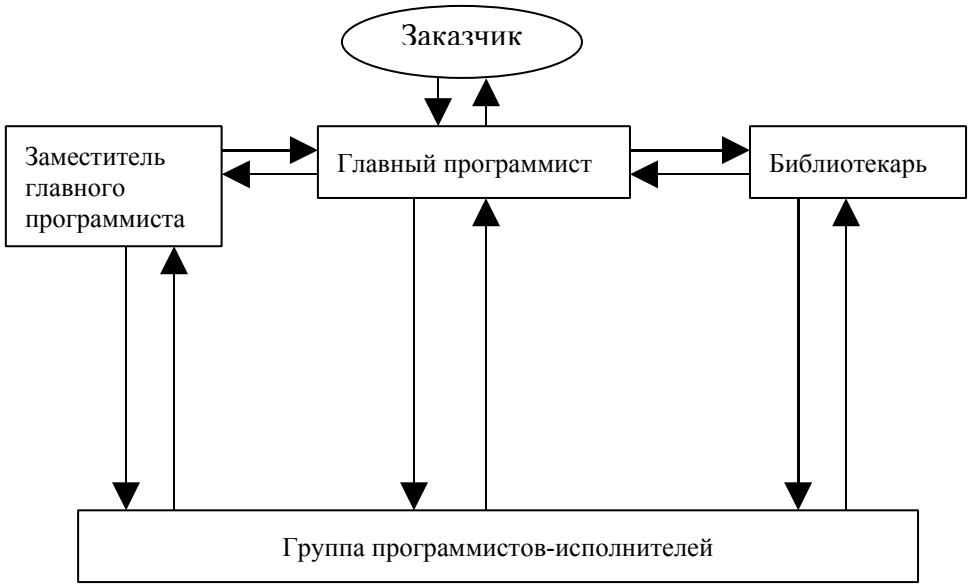
В обязанности главного программиста входит написание самых сложных программных модулей, определение специфик для остальных модулей, объединение результатов в единое целое, руководство персоналом, регулирование от-

ношений с заказчиком. То есть, главный программист отвечает за успех проекта в целом.

Заместитель главного программиста не уступает по мастерству руководителю, помогает ему в разработке программы, может осуществить руководство проектом в том случае, если это потребуется. В обязанности заместителя главного программиста входят разработка стратегий и тактик для конкретного программного изделия, обсуждение с главным программистом структуры проектирования задач, подготовка тестовых данных. Главный программист и его заместитель проверяют программы друг друга, но по Майлзу, в группе должен быть только один лидер.

Библиотекарь отвечает за ведение всей документации, как на бумажных носителях, так и на электронных. Он должен хранить записи по технической задаче, текущему состоянию программы, тестированию и т.д. Библиотекарь фиксирует все распоряжения главного программиста, участвует в тестировании всей системы, отвечает за все промежуточные варианты проектирования и тестирования системы. С помощью библиотекаря у главного программиста есть хорошая возможность посмотреть текущее состояние работы, использование функций библиотекаря повышает производительность труда.

Взаимодействие участников коллектива можно представить в виде следующей схемы:



В недавнее время разработана методология так называемого «парного программирования», в соответствии с которой общее задание для команды программистов разбивается на микромодули (трудоемкость их выполнения – не более нескольких недель работы квалифицированного специалиста), и над каждым таким микромодулем трудится бригада из двух программистов. Хотя рекомендуется объединять в единую бригаду высококвалифицированного и менее опытного программиста, тем не менее признается, что оба члена бригады несут одинаковую ответственность за конечный продукт работы. Они совместно обсуждают задание, структурируют задачу, определяют и делают наглядными

возможные связи своего микромодуля с другими микромодулями, а главное – сообща пишут программный код, корректируя и проверяя друг друга. Каждый микромодуль оперативно тестируется – создание таких тестов также ложится на плечи бригады программистов, и по результатам тестирования конкретный программный микромодуль модифицируется и совершенствуется, а при необходимости переписывается заново.

Если сравнивать методики «главного программиста» и «парного программирования», то можно найти ряд отличий. В первую очередь это распределение ролей. В методике «главного программиста» роль лидера принадлежит главному программисту, в то время как в методике «парного программирования» эта роль явным образом не обозначена – некоторое количество пар отдельно друг от друга разрабатывают микромодули, которые в последующем будут единым целым. С этой точки зрения методика «главного программиста» является более успешной.

Другое отличие состоит в квалификации программистов. Методика «парного программирования» предполагает наличие в паре одного опытного и другого менее опытного программиста, то есть количество опытных программистов зависит от количества пар, а в методике «главного программиста» необходимо только два опытных программиста – главный программист и его заместитель. В этом мы считаем недостаток метода «главного программиста». Для успешной же работы студентов было бы целесообразно попытаться объединить эти две методики.

В ходе коллективной разработки программы возникает дифференциация научно-социальных ролей, среди которых наиболее важными являются: «генератор идей», «эрудит» и «критик». Обусловливая социально-психологические процессы в научном коллективе, исследовательская программа, в свою очередь, испытывает влияние со стороны этих процессов, что сказывается на специфике ее развития и производстве нового знания.

На организацию коллективной работы существенно влияет специфика именно программной разработки. Исследования характера работ и особенностей программистов показывают, что у них, в отличие от других профессий, весьма низкая потребность в общении, значительная потребность роста и высокая эффективность стимулирования. Для них характерна высокая самооценка, нелюбовь к регламентированию рабочего времени. Все это порождает трудности в создании работоспособного коллектива. Тем не менее, группы можно сформировать, рабочая атмосфера в них хотя и разная, но нормальная, работа над проектами заканчивается, как правило, успешно.

В учебных условиях для реализации методики коллективного программирования предлагается ряд тем, каждая из которых достаточно сложна, чтобы для ее выполнения требовался коллектив студентов из 2-5 человек. Проекты подбираются так, чтобы трудоемкость выполнения каждого была примерно одинаковой. Студентам предлагается разбиться на группы и выбрать тему проекта. Группой руководит выбранный ее участниками руководитель проекта, который отвечает за успешность его выполнения. Работа над проектом разбивается на задачи, каждая из которых выполняется одним человеком. Преподава-

тель выступает в роли заказчика, эксперта в предметной области или пользователя. Студент должен представить проект в той степени проработки, чтобы удовлетворить запросы каждого из этих виртуальных участников. Степень законченности проекта определяется условиями задачи. Сдача работы проводится в условиях, близких к реальным, в результате проект либо принимается, либо отправляется на доработку.

Успешность использования таких методик состоит в следующем. Студент видит, как реально разрабатываются программные проекты, учится определять свою роль в коллективе, стремится продемонстрировать свои возможности. Пробелы в необходимых знаниях, которые в обычных условиях студента мало волнуют, становятся очевидными и быстро ликвидируются. В результате студенты от учебных проектов нередко переходят к реальным, выполняемым на заказ.

Недостаток методов – необходимость достаточно высокой квалификация преподавателя как разработчика программных проектов, необходимая для качественных консультаций студентов и для оказания помощи. К сожалению, чисто книжного образования бывает недостаточно, преподаватель должен иметь определенные практические навыки разработки достаточно крупных программных продуктов. Определенную сложность представляет и поддержание рабочей атмосферы. Вредно заставлять студентов сидеть тихо, когда им срочно нужно обсудить какую-то проблему. Но нельзя и допускать, чтобы группы мешали друг другу. В целом же, работа над проектом в условиях, «приближенных к боевым», полезна как студентам, так и преподавателям.

Возникает еще одна проблема при обучении студентов коллективному программированию. Она состоит в разработке достаточно сложных для одного студента заданий на проектирование. Кроме того, желательно, чтобы решаемые задачи имели научную и практическую значимость. Это важно для стимулирования интереса у студентов.

В наше время представление о том, что программирование чрезвычайно близко к математике и логике, является одним из самых распространенных в массовом сознании. В то же время ряд видных специалистов высказывает противоположное мнение. Цейтин полагает, что «тезис о математическом характере знаний, лежащих в основе программы, очевиден лишь для математических применений ЭВМ. В общем случае можно сомневаться в первичности математического знания по отношению к программам». Имеются данные, согласно которым обучение программированию и применению компьютеров способствует развитию математических знаний; при этом может иметь место также и обратное влияние. А.П.Ершов признает полезность математических знаний для программиста, однако вместе с тем считает необходимыми для данной профессии еще и инженерные способности и навыки.

Отсюда можно сделать вывод, что студентам математических специальностей для разработки программных продуктов нужно предлагать на ряду с задачами математического характера задачи общего содержания.

Темиргалиев Н.С., Мулдагалиев В.С. О КОНЕЧНЫХ НЕАБЕЛЕВЫХ p - ГРУППАХ С ДОПОЛНЯЕМЫМИ НЕАБЕЛЕВЫМИ НОРМАЛЬНЫМИ ДЕЛИТЕЛЯМИ

(Западно-Казахстанский государственный университет им. М. Утемисова)

Наличие в группе достаточно широкой системы дополняемых подгрупп позволяет, вообще говоря, описать ее строение. В частности, оказалось, что группы с дополняемыми абелевыми подгруппами вполне факторизуемы [1]. В связи с этим естественно изучать группы с дополняемыми неабелевыми подгруппами. Локально конечные группы с дополняемыми неабелевыми подгруппами описал П.П. Барышовец [2]; при этом он детально изучил конечные неабелевы p - группы с дополняемыми неабелевыми подгруппами. В связи с этим возник вопрос о строении конечных неабелевых p - групп, в которых условие дополняемости налагается не на все неабелевы подгруппы, а только на инвариантные неабелевы подгруппы.

В настоящей работе изучаются конечные неабелевые p - группы с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями, при условии, что централизатор коммутанта — неабелева максимальная подгруппа, а также получено полное описание конечных неабелевых 2-групп с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями. При этом используются следующие свойства произвольных групп с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями.

1. Если в произвольной неабелевой группе G дополняемы все ее неабелевы нормальные делители, то неабелева фактор-группа G/H, где H — нормальный делитель из G, также обладает этим свойством, а фактор-группа G/Q, где Q — неабелев нормальный делитель группы G, нормально факторизуема.

2. Если в произвольной неабелевой группе G дополняемы неабелевы нормальные делители, а F — абелева вполне факторизуема группа, то $G \times F$ — группа с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями.

Лемма 1. Пусть G — конечная неабелева прямо неразложимая p - группа, в которой централизатор коммутанта $C_G(G')$ неабелев и имеет индекс p. Если в группе G дополняемы неабелевы нормальные делители, то $G = A \lambda B$, где $B = \langle b_1 \rangle \times \langle b \rangle$ — элементарная абелева подгруппа порядка p^2, $C_G(G') = A \cdot \langle b_1 \rangle$, а A — такая абелева нормальная подгруппа, что $|A : G'| = p$, $C_G(A) = A$, $(A \langle b \rangle)' = G'$, $A \langle b \rangle$ — группа с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями, $|Z(G)| = |Z(A \langle b \rangle)| = p$.

Доказательство. Так как $G' \not\subset Z(G)$, то для некоторого элемента $a \in G$ нормальный делитель $G' \langle a \rangle$ неабелев и потому $G = G' \langle a \rangle \lambda L$, где L — некоторая элементарная абелева подгруппа из G. Поскольку группа G не содержит абелевых подгрупп индекса p, то вследствие леммы 2.2[3] $[G', L] \neq 1$.

Пусть d — такой элемент порядка p из L, что $[G', < d >] \neq 1$. Тогда $G = G' < d > \lambda B$, где B — некоторая элементарная абелева подгруппа, причем ввиду неабелевости максимальных подгрупп группы G выполняется соотношение $[G', B] \neq 1$.

Очевидно, что $G = C_G(G')B$. Пусть $B_1 = B \cap C_G(G')$. Поскольку $[C_G(G') : G' \times B_1] = [B : B_1] = [G : C_G(G')] = p$, $G \times B_1 \subseteq C_G(G')$, то $C_G(G') = (G' \times B_1) < g >$ для некоторого элемента g, причем $g^p \in G'$. Кроме того, $g \in C_G(G')$ и потому подгруппа $A = G' < g >$ абелева и $[A : G'] = p$. Так как $B_1 \subseteq C_G(G')$ и $[G : AB_1] = p$, то $C_G(G') = AB_1$. Легко убедиться, что $G' < g > \cap B = 1$.

Пусть $B_1 = < b_1 > \times < b_2 > \times ... \times < b_k >$ для некоторых элементов $b_1, b_2, ..., b_k$ порядка p и положительного целого числа k. Обозначим через H_i подгруппу $A < b_i >$ (здесь и в дальнейшем $i = 1,2,...,k$). Нетрудно показать, что $\left|H_i'\right| = p$, $H_i' \Delta G$ и подгруппу $H_1', H_2', ..., H_k'$ все разрешимые.

Предположим, что $(A < b >)' \neq G'$. Тогда в силу соотношении $(A < b >)' \Delta G$ и $[G, < b >] \subseteq (A < b >)'$ получим $(A < b >)' < b > \Delta G$. Понятно,что $G' = (A < b >)' \times (A < b_1 >)' \not\subset Z(G)$. Откуда следует, что $(A < b >)' \not\subset Z(G)$ и, значит, $(A < b >)' \times < b >$ — неабелев нормальный делитель группы G. Но тогда ввиду педложения 1.1[3], теоремы 7.9 [1] и теоремы 3.14 [4, гл.III] $(A < b >)' < b > \supseteq G'$ и потому $\left|(A < b >)'\right||b| = \left|(A < b >)' < b >\right| \geq |G'(b)| = |G||b|$. Отсюда следует, что $\left|(A < b >)'\right| \geq |G'|$ вопреки предположению. Поэтому $(A < b >)' = G'$.

Пусть Q — произвольный неабелев нормальный делитель и $A < b >$. Тогда подгруппа $(A < b >)' Q = G'Q$ дополняема в группе G, а, значит, и в подгруппе $A < b >$. Если D — какое-либо ее дополнение в $A < b >$, то ввиду следствия 10.3.3 [5]

$$A < b > = (A < b >)' Q \lambda D = Q \lambda D$$

и, таким образом, $A < b >$ — группа с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями.

Далее, так как $[G, < b >] \neq 1$, то $(A < b >)' = G' \not\subset Z(G)$, и потому $A < b >$ — группа одного из типов условия теоремы 4.1 [3]. Если при этом

подгруппа Фраттини $\Phi(A) \neq 1$, то $|Z(G)| = |Z(A < b >)| = p$. Предположим, что $\Phi(A) = 1$. Тогда $A = G' \times < a >$, $G' = < a_1 > \times .. \times < a_t >$ для некоторых элементов $a_1, a_2, ..., a_t$ порядка p и целого числа $t, t \geq 2$. Если $|Z(A < b >)| = p^{\alpha}$, где α — целое число, $1 \leq \alpha < t$ и $a_1, a_2, ..., a_{\alpha} \in Z(G)$, то $p^t = |G'| \leq p^{t-\alpha+1}$ и, значит, $\alpha = 1$.

Таким образом, $|Z(G)| = |Z(A < b >)| = p$. Учитывая, что $H_t' \subseteq (AB_1)' \subseteq Z(G)$, получаем $|H_1' H_2' \cdots H_k'| = p$. Теперь легко показать, что $|B_1| = p$. Лемма доказана.

Лемма 2. Если G — конечная неабелева прямо неразложимая 2-группа с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями, причем $G' \subseteq Z(G)$, то централизатор крммутанта $C_G(G')$ — абелева подгруппа индекса 2 группы G.

Доказательство. Нетрудно показать, что $G = G' < t > \lambda L$, где t — некоторый элемент порядка 2, L — элементарная абелева подгруппа из G. Как следует из доказательства леммы 2.5 [3], в группе G существует такая абелева нормальная подгруппа N индекса 4, что $[L : N \cap L] = 2$. Если через L_1 обозначим и пересечение $L \cap N$, то $L = L_1 \times < f >$ для некоторого элемента f порядка 2. Тогда ввиду соотношении $G' \subseteq N$, $G' = \Phi(G)$ (см. лемму 2.3 [3]), $L_1 \subseteq N$, получим $[G', L_1] = 1$, $[G', < f >] \neq 1$, и, значит,

$$G = G' < f > \lambda Q, \qquad (1)$$

где Q — некоторая элементарная абелева подгруппа G, причем $Q = < d > \times Q_1$, $|d| = 2$, $[Q_1, G'] = 1$.

Предположим, что $[G : C_G(G')] = 4$. Поскольку $L_1, Q_1 \subseteq C_G(G')$, то $G' \times L = G \times Q_1$. Вследствие (1) найдем

$$G' = (G' < f >)' [G' < f >, Q]$$
$$[G' < f >, Q] = [G' < f >, d][G' < f >, Q_1] \qquad (2)$$

Отсюда ввиду (2) следует, что $G' = (G' < f >< d >)'$.

Пусть $G_1 = G' < f >< d >$ и K — ее произвольный неабелев нормальный делитель. Тогда делитель $G_1 K = G' K$ дополняем в G, а следовательно, и в подгруппе G_1. Если F — какое-либо его дополнение в G, то в силу следствия 10.3.3. [5] $G_1 = G_1' K \lambda F = K \lambda F$. Таким образом, G_1 — группа с дополняемыми неабелевыми нормальными делителями. По теореме 11.9. [6, гл. III] группа G_1 содержит абелеву подгруппу индекса 2, что невозможно, значит, $[G : C_G(G')] = 2$ (см. следствие 2.1. [5]).

Предположим, что подгруппа $C_G(G')$ неабелева. Тогда в силу леммы 1 $G = A\lambda B = A\lambda(< b_1 > \times < b >)$, где A и B — подгруппы удовлетворяющие условию леммы 1. Поскольку $(A < b >)' \not\subset Z(G)$, то по теореме 4.1. [5] $A < b > = < a > \lambda < b >$, $a^{2n} = b^2 = 1$, $[a,b] = a^{-2}, n \geq 3$. Учитывая, что $[a,b_1] \in Z(G) = < a^{2^{n-1}} >$, получаем $[a,b_1] = a^{2^{n-1}}$. Непосредственно проверяется, что неабелев нормальный делитель $< a^2, b >$ недополняем в группе G. Но это противоречит условию леммы. Поэтому $C_G(G')$ — абелева подгруппа индекса 2 группы G. Лемма доказана.

Теорема 1. В конечной 2-группе H тогда и только тогда дополняемы неабелевы нормальные делители, когда

$$H = G \times F,$$

где F — элементарная абелева группа, а G — группа одного из следующих типов:

1) $G = D \cdot < y >$, D — нормальная элементарная абелева группа, $y^p \in Z(G)$;

2) G — прямое произведение с объединенным центром двух групп диэдра порядка 8;

3) G — группа Миллера-Морено;

4) $G = (< a_1 > \times < a_2 > \times < a_3 > \times < a >)\lambda < b > \lambda < c >$, $a_i^2 = a^2 = b^2 = c^2 = 1$, $[a,b] = a_1, [a,c] = a_2$, $[b,c] = a_3$, $[a_i, a] = [a_i, b] = [a_i, c] = 1$, $i = 1,2,3$.

5) $G = (< a > \times < b >)\lambda < c >$, $a^4 = b^2 = c^2 = 1$, $[b,c] = a^2$, $[a,c] = 1$;

6) $G = (< a > \times < b >)\lambda < c >$, $a^4 = b^4 = c^2 = 1$, $[a,c] = a^2$, $[b,c] = b^2$;

7) $G = (< a > \times < b > \times < c >)\lambda < d >$, $a^4 = b^2 = c^2 = d^2 = 1$, $[a,d] = a^2$, $[b,d] = c$, $[c,d] = 1$;

8) $G = < a > \lambda < b >$, $a^{2^n} = b^2 = 1$, $[a,b] = a^{-2}$, $n \geq 2$.

Доказательство теоремы легко получить с помощью предположении 1.3, 1.4, теорем 3.1, 4.1 из [5] и леммы 2.

Теорема 2. Пусть H — конечная нильпотентная группа, в которой централизатор коммутанта — неабелева максимальная подгруппа. В группе H тогда и только тогда дополняемы неабелевы нормальные делители, когда

$$H = Y \times Q,$$

где Q — неабелева вполне факторизуемая группа, а Y — p-группа $(p > 2)$ вида

$$Y = A\lambda B,$$

где A — абелева нормальная подгруппа, $B = < b_1 > \times < b >$ — элементарная абелева подгруппа порядка p^2,

$[A : Y'] = p$, $C_Y(Y') = A < b_1 >$, $Y' = \left(A < b >\right)'$, подгруппа $Y' < b >$ дополняема в $A < b >$.

Доказательство. Необходимость следует из предположения 1.4 [5] и лемм 1 и 2.

Достаточность проверяется непосредственно.

Из теоремы 2 и теоремы 4.1 [5] получаем

Следствие. Группа Y тогда и только тогда удовлетворяет условию теоремы 2, когда она p-группа $(p > 2)$ одного из следующих типов:

а) $Y = A\lambda\left(< b_1 > \times < b >\right)$, где A — элементарная абелева группа; $[A : Y'] = p$, $C_Y(Y') = A < b_1 >$, $|b_1| = |b| = p$;

б) $Y = \left(< a_1 > \times < a_2 > \times .. \times < a_{p-1} >\right)\lambda\left(< b_1 > \times < b >\right)$, где

$a_1^{p^m} = a_2^{p^m} = ... = a_{p-1}^{p^m} = b_1^p = b^p = 1$,

$[a_1, b] = a_1^{p_{m-1}} \cdots a_{p-2}^{p_{m_2}} \cdot a_{p-1}^{p_{m_1}}$, $[a_{p-1}, b] = a_{p-2}, ..., [a_2, b] = a_1$,

$[a_j, b] = 1$, $j = 1,2,..., p-2$, $[a_{p-1}, b_1] = a_1^{p^{m-1}}$, $pm_i + c_p^i \equiv 0 \left(\mathrm{mod}\, p^m\right)$,

$i = 1,2,..., p-1$, $m \geq 2, m, m_1, ..., m_{p-1}$ — целые числа;

в)

$Y = \left(< a_1 > \times < a_2 > \times .. \times < a_k > \times .. \times < a_{p-1} > .\right)\lambda\left(< b_1 > \times < b >\right)$, где

$a_1^{p^m} = a_2^{p^m} = ... = a_k^{p^{m-1}} = ... = a_{p-1}^{p^m - 1} = b_1^p = b^p = 1$,

$[a_1, b] = a_{p-1}, ..., [a_{k+2}, b] = a_{k+1}$,

$[a_{k+1}, b] = a_k^{p_{m_1}} \cdots a_2^{p_{m_{k-1}}} a_1^{p_{m_k}} a_{k+1}^{p_{m_{p-1}}}$, $[a_k, b] = a_{k-1}, ...,$

$[a_2, b] = a_1$, $pm_i + c_p^i \equiv 0 \left(\mathrm{mod}\, p^m\right)$, $k = 1,2,..., p-1$, $i = 1,2,..., k$,

$pm_l + c_p^l \equiv 0 \left(\mathrm{mod}\, p^{m-1}\right)$, $l = k+1,..., p-1$, $[a_k, b_1] = a_1^{p^{m-1}}$, $[a_j, b_1] = 1$,

$m \geq 2, m, m_1, ..., m_{p-1}$ целые числа, $j = 1,2,..., k-1, k+1,..., p-1$

Литература

1. Черников С.Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп. — М.: Наука, 1980. — 384 с.
2. Барышовец П.П. Неабелевы группы с дополняемыми неабелевыми подгруппами. — Украинский математический журнал. —1980, 32, №1. — с. 99-101.
3. Мулдагалиев В.С. О конечных нильпотентных группах с дополняемыми нормальными делителями. — Киев, 1984. — 52 с. — (Препринт / АН УССР, Институт математики; №84.67).
4. Huppert B. Eudliche Gruppen I — Berlin: Springer, 1967 — 793 s.
5. Холл М. Теория групп. — М.: Ш, 1962 — 468 с.

Теплякова Г.В. НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ К РЕШЕНИЮ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

(Оренбургский государственный университет)

Современная доктрина инженерного образования выделяет характерную особенность системы знаний для подготовки инженера – это прочный математический и мировоззренческий фундамент знаний, а также высокий уровень общепрофессиональных и специальных знаний, обеспечивающих деятельность в проблемных ситуациях и позволяющих решить задачу формирования высокого творческого потенциала студентов.

Характерной особенностью инженерного образования должен стать высокий уровень методов познания, творческого овладения методами. Формированию этих качеств способствует в учебном процессе вуза система подготовки студентов к решению технологических задач.

Данная подготовка включает в себя следующие компоненты.

1. Мотивационный:

- потребность успешно решать профессиональные задачи;
- интерес к процессу и результату их решения;
- стремление показать себя с лучшей стороны, добиться успеха, и т.д.

Показателями уровня развития мотивационного компонента являются: ценностное отношение к избранной профессиональной деятельности, установка на изучение специальных дисциплин; наличие интереса к специальной литературе; установка на научно-исследовательскую работу по выбранной специальности, интерес к средствам материально-технического обеспечения специальности и др.

2. Когнитивный:

- понимание профессиональных задач, оценка их значимости;
- знание способов решения;
- представление об условиях деятельности;
- изменение трудовой обстановки и т.д.

Показателями уровня развития когнитивного компонента являются полноценность и мобильность специальных знаний, полученных под руководством преподавателей; знаний социально-экономического, естественнонаучного циклов дисциплин, позволяющих ориентироваться в смежных профессиях и специальностях; получаемых в результате научно- исследовательской работы на практике.

3. Операционно-деятельностный:

- черты характера, способности, адекватные требованиям профессиональной деятельности;
- особенности восприятия, мышления, эмоциональных и волевых процессов;
- умения, навыки и т.д.

Показателями уровня развития этого компонента являются:

умения и навыки, полученные во время обучения в вузе, определяемые государственным образовательным стандартом соответствующей специальности, общие и специальные способности, развитость коммуникативной компетенции, самооценка, саморегуляция.

Как показывает анализ, сложившаяся система подготовки инженеров в вузе ориентирована преимущественно на информационное обеспечение студентов, слабо вооружая их опытом совмещения теории и практики.

Технология подготовки студентов к профессиональной деятельности предусматривает практико-ориентированный подход к профессиональной подготовке инженера, выделение практики, как системообразующего фактора.

Применение знаний на практике – это сложный аналитико-синтетичекий процесс, который развивает способность анализировать и синтезировать, конкретизировать общие, абстрактные положения, связывать в единую систему знания различной степени общности, переосмысливать один и тот же объект под углом зрения разных систем и знаний.

Накопление знаний и опыта поисковой деятельности происходит в процессе решения ряда технологических задач, без этого нельзя сформировать практическую готовность. Решая технологические задачи инженеру просто необходимо привлекать знания других наук: математики, физики, т.д. Именно технологические задачи применяются в целях осуществления теории и практики, теоретического и производственного обучения, развивая технологическое мышление учащихся.

Для процесса профессионального обучения специалистов наиболее характерными видами технологических задач являются: разработка технологии выполнения учебно-производственных работ; принятие решений в различных производственных ситуациях; расчеты технологических режимов обработки, наладки, регулировки и.т.д.

К формированию умений планировать технологический процесс нельзя подходить сугубо утилитарно. Учащиеся в процессе обучения имеют дело с большим количеством самых разнообразных работ с характерными для них технологическими процессами. Научить разрабатывать технологические процессы для всех этих работ практически невозможно.

Поэтому важной задачей преподавателей является формирование у учащихся обобщенных умений технологического планирования (подхода, основных принципов), используя которые учащийся сможет уверенно разрабатывать конкретные технологические процессы.

Умение разрабатывать технологические процессы представляют собой довольно высокую степень абстрактного мышления, поэтому формирование таких умений проводится в тесной связи с производственным обучением учащихся по определенной системе, а также включающий ознакомление учащихся с готовыми типовыми технологическими картами, разбор их, практическое примирение на своих рабочих местах, а затем самостоятельное выполнение заданий по разработке технологических карт в начале на простые, а затем на более сложные и разнообразные учебно-производственные работы.

По мере выполнения таких заданий внимание учащихся все больше обращается не столько на собственно технологию, сколько на общие вопросы, характерные для разработки технологических процессов, т.е. на выявление закономерностей, принципов построения технологических процессов вообще. Это способствует формированию у учащихся обобщенных подходов к построению технологических процессов.

Формированию соответствующих интеллектуальных умений, как мы уже говорили, способствует углубленное изучение математики.

Возможно применение следующей классификации профессиональных задач в куре математики:

- профессиональные аналоги классических задач и формул;
- учебные профессиональные задачи с элементами математического моделирования;
- учебно-исследовательские профессиональные задачи;
- научно-исследовательские профессиональные задачи.

Рассмотрение профессиональных задач приучает студентов видеть универсальность математических формул и классических задач, подводит к элементам математического моделирования профессиональных задач из различных областей народного хозяйства, реализует принципы непрерывности, целенаправленности, мотивации.

Список используемой литературы:

1. Гнеденко Б.В. Математическое образование в вузах. – М.: Высш. Школа, 1981. – 17с.
2. Розанова С.А.и др. Квалиметрия в образовании: методология и практика. – Москва 2002.
3. Энциклопедия профессионального образования под редакцией Батышева С.Я. – М. АПО Т.2 – 440с.
4. Балл Г.А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект. – М., 1990.
5. Психология решения учащимися производственно-технических задач/под ред. А.М.Матюшкина.- М;1965г.

Тырыгина Г.А. ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ НОРМАЛЬНОСТИ КЛАССИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА РИСКА

(Тольяттинский государственный университет)

Предельные теоремы находят широкое применение при решении многих практических задач в различных отраслях знаний, в частности, при изучении явлений, связанных с риском. Примером интеграции науки и практики является асимптотическая нормальность классического процесса риска.

Классический процесс риска определяется как случайный процесс вида

$$S(t) = ct - \sum_{j=1}^{N(t)} X_j , \quad t \geq 0,$$

где $c \geq 0$, $N(t)$ – однородный пуассоновский процесс с некоторой интенсивностью $\lambda > 0$.

Последовательность страховых требований $X_1, X_2, \ldots$ – независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения $F(x)$, такой, что

$$F(0) = 0,$$
$$MX_1 = a > 0, \quad DX_1 = \sigma^2 < \infty .$$

Пусть $X_1, X_2, \ldots$ независимы от процесса $N(t)$, $N(t)$ – количество страховых требований до некоторого момента времени t. Постоянная c – интенсивность страховых премий.

Без потери общности вместо процесса с непрерывным временем $S(t)$ можно рассмотреть процесс с дискретным временем $S_n = S(n)$.

Асимптотическая нормальность классического процесса риска, т.е.

$$\lim_{n \to \infty} P\left(\frac{S_n - n(c - a\lambda)}{\sqrt{n\lambda\,(a^2 + \sigma^2)}} < x \right) = \Phi(x) ,$$

может быть доказана различными способами.

Приведем доказательство [1], основанное на следующей лемме [1], суть которой в следующем.

Пусть $X_1, X_2, \ldots$ - независимые случайные величины.

Пусть $\{N_n\}_{n \geq 1}$ – целочисленные неотрицательные случайные величины, такие, что N_n и $X_1, X_2, \ldots$ независимы при $n \geq 1$.

Пусть $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$.

Пусть числовые последовательности $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ таковы, что $b_n \to \infty$, $d_n \to \infty$ $(n \to \infty)$.

Предположим, что существуют случайные величины Y, U, V такие, что

$$\frac{S_n - a_n}{b_n} \Rightarrow Y,$$

$$\left(\frac{b_{N_n}}{d_n}, \frac{a_{N_n} - c_n}{d_n} \right) \Rightarrow (U, V)$$

при $n \to \infty$.

Тогда

$$\frac{S_{N_n} - c_n}{d_n} \Rightarrow YU + V \quad (n \to \infty),$$

причем случайная величина Y и пара (U, V) независимы.

Нетрудно установить, что

$$M\sum_{j=1}^{N_n} X_j = an\lambda \ ,$$

$$D\sum_{j=1}^{N_n} X_j = n\lambda\,(a^2 + \sigma^2)\,.$$

Полагая

$$a_n = na,$$

$$c_n = na\lambda,$$

$$b_n = \sigma\sqrt{n}\,,$$

$$d_n = \sqrt{n\lambda\,(\sigma^2 + a^2)}$$

и используя свойство распределения Пуассона

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{N_n - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} < x\right) = \Phi(x)\,,\ x \in R,$$

получим

$$\frac{a_{N_n} - c_n}{d_n} = \frac{aN_n - na\lambda}{\sqrt{n\lambda\,(\sigma^2 + a^2)}} = \frac{a(N_n - n\lambda)}{\sqrt{n\lambda\,(a^2 + \sigma^2)}} = \frac{a}{\sqrt{\sigma^2 + a^2}}\frac{N_n - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \Rightarrow V \qquad (n \to \infty)$$

$$P(V < x) = \Phi\left(x\sqrt{\frac{a^2 + \sigma^2}{a^2}}\right), \quad x \in R.$$

Имеем

$$\frac{b_{N_n}}{d_n} = \frac{\sigma\sqrt{N_n}}{\sqrt{n\lambda\,(\sigma^2 + a^2)}} = \sqrt{\frac{N_n}{n\lambda}\frac{\sigma^2}{a^2 + \sigma^2}}\,.$$

Для произвольного $\varepsilon > 0$ получим

$$P\left(\left|\frac{N_n}{n\lambda} - 1\right| > \varepsilon\right) \le \frac{DN_n}{\varepsilon^2 n^2\lambda^2} = \frac{1}{\varepsilon^2 n\lambda} \to 0 \qquad (n \to \infty)$$

Следовательно,

$$\frac{b_{N_n}}{d_n} \Rightarrow \sqrt{\frac{\sigma^2}{a^2 + \sigma^2}} = U \qquad (n \to \infty)$$

Далее, по центральной предельной теореме, имеем

$$\frac{1}{b_n}\left(\sum_{j=1}^{n} x_j - a_n\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{n}}\left(\sum_{j=1}^{n} x_j - na\right) \Rightarrow Y \qquad (n \to \infty)$$

где $P(Y < x) = \Phi(x)$, $x \in R$.

Применяя приведенную выше лемму к случайным величинам

$$Z_n = \frac{\sum_{j=1}^{N_n} x_j - na\lambda}{\sqrt{n\lambda\,(a^2 + \sigma^2)}}$$

получим

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sum_{j=1}^{N_n} x_j - na\lambda}{\sqrt{n\lambda\,(a^2+\sigma^2)}} < x \right) = P(YU+V<x) = \Phi\left(x\sqrt{\frac{a^2+\sigma^2}{\sigma^2}} \right)\Phi\left(x\sqrt{\frac{a^2+\sigma^2}{a^2}} \right) = \Phi(x),\ x\in R.$$

Замечая, что случайная величина U вырождена, и тем самым независима от другой, можно вместо слабой сходимости рассматривать сходимость маргинальных распределений.

Далее, имея в виду, что

$$S_n - n(c-a\lambda) = cn - \sum_{j=1}^{N_n} x_j - nc + na\lambda = -\left(\sum_{j=1}^{N_n} x_j \right),$$

окончательно получим

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{S_n - n(c-a\lambda)}{\sqrt{n\lambda\,(a^2+\sigma^2)}} < x \right) = \lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sum_{j=1}^{N_n} x_j - na\lambda}{\sqrt{n\lambda\,(a^2+\sigma^2)}} < -x \right) = 1-\Phi(-x) = \Phi(x),\ x\in R.$$

Литература

1. В.Ю. Королев Вероятностные модели. М.: МГУ, 1997.
2. В.Ю.Королев Сходимость случайных последовательностей с независимыми случайными индексами I – Теория вероятностей и ее приложения, 1994, т. 39, в.2, с. 313-333.
3. В.Ю.Королев Сходимость случайных последовательностей с независимыми случайными индексами II – Теория вероятностей и ее приложения, 1995, т. 40, в.4, с. 907-910.
4. Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. ГИТТЛ, Москва – Ленинград, 1949.
5. В.М. Круглов, В.Ю.Королев Предельные теоремы для случайных сумм. М.: МГУ, 1990.

Тяпухин А. П., Тяпухина О. А. ОПТИМИЗАЦИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ ПО НАПРАВЛЕНИЮ 080507 – МЕНЕДЖМЕНТ

(Оренбургский государственный университет)

В настоящее время четко выражены тенденции подготовки специалистов с высшим и средним специальным образованием, особенностями которых являются:

- предстоящий переход учебных заведений на двухуровневую систему обучения (бакалавриат и магистратуру) в соответствии с решениями участников Болонского процесса;
- использование маркетинговых подходов к организации деятельности учебных заведений;
- продолжающиеся глобализация и интеграция процессов подготовки специалистов в свете общемировых особенностей рыночных отношений;
- четкая ориентация на развитие у обучаемых знаний, умений и навыков, позволяющих им в кратчайшие сроки адаптироваться к условиям деятельности конкретных предприятий и организаций;
- усиливающееся значение интеллектуальной деятельности с целью достижения конкурентных преимуществ в рыночных условиях и др.

Отмеченные выше особенности учитывались нами при обосновании направлений оптимизации учебного процесса подготовки специалистов по направлению 080507 – Менеджмент. При этом нами учитывались следующие аспекты исследования:

- необходимость преемственности учебного материала на различных ступенях обучения специалистов по данному направлению;
- различный характер использования знаний, умений и навыков менеджеров в процессе их деятельности на предприятиях и в организациях (в качестве их пользователя или в качестве исследователя процессов и явлений);
- целесообразность определения оптимального сочетания количественных и качественных методов управления хозяйственными процессами и ресурсами на предприятиях и в организациях;
- обеспечение взаимосвязи теоретической и практической частей подготовки специалистов и создание условий для их последующего самообразования;
- обязательное использование современных образовательных технологий и программного обеспечения управленческой деятельности на предприятиях и в организациях и др.

Очевидно, что специалист, обучающийся по направлению 080507 – Менеджмент, может получить подготовку по программам либо бакалавриата, либо магистратуры, при этом в дальнейшем он может использовать знания, умения и навыки в качестве пользователя или применяя и развивая их в качестве иссле-

дователя. Исходя из этого, можно выделить четыре основных уровня подготовки данных специалистов (рисунок 1).

Программа обучения	Направление использования знаний, умений и навыков: Пользователь	Исследователь
Бакалавриат	*Уровень 1.1* Специалист, выполняющий функции линейного руководителя на низшем уровне менеджмента в текущем периоде	*Уровень 1.2* Специалист, выполняющий функции штабного руководителя на низшем и среднем уровне менеджмента в текущем и оперативном периодах
Магистратура	*Уровень 2.1* Специалист, выполняющий функции линейного руководителя на среднем и высшем уровне менеджмента в оперативном и стратегическом периодах	*Уровень 2.2* Специалист, выполняющий функции штабного руководителя на высшем уровне менеджмента в стратегическом периоде

Рисунок 1 – Основные уровни подготовки специалистов по направлению 080507 - Менеджмент

Анализ данных, представленных на рисунке 1, позволяет сделать ряд значимых с точки зрения подготовки специалистов по направлению 080507 – Менеджмент выводов:

- возможно выделение четырех различных вариантов подготовки специалистов в области менеджмента высшими учебными заведениями;

- выбор того или иного варианта подготовки специалистов в области менеджмента должен осуществляться потребителями услуг сферы обучения в соответствии с характером выполняемой ими управленческой деятельности;

- на уровне пользователя теоретическая подготовка по объему должна быть меньше, нежели та, которая дается на уровне исследователя, при этом исследователь должен обладать более широким потенциалом для повышения уровня образования за счет самоподготовки;

- возможно несколько вариантов повышения квалификации специалиста, выполняющего функции линейного руководителя на низшем уровне менеджмента в текущем периоде: либо за счет дополнительного обучения в бакалавриате по программе исследователя, либо за счет обучения в магистратуре по программе пользователя, с перспективой перехода в разряд специалистов, выполняющих функции штабного руководителя на высшем уровне менеджмента в стратегическом периоде;

- уровень 1.1 подготовки специалистов по направлению 080507 - Менеджмент целесообразно осуществлять в колледжах, уровни 1.2 и 2.1 – в высших учебных заведениях (университетах, академиях, институтах), уровень 2.2, по нашему мнению, должен соответствовать программам MBA (мастер делового администрирования); кроме того, к специалистам данного уровня следует отнести лиц, защитивших, как минимум, кандидатские диссертации в области менеджмента.

Известно, что в практической деятельности менеджеров важное место отводится использованию количественных и качественных методов принятия управленческих решений. При этом постоянно возникает проблема рационального соотношения данных методов в процессе подготовки специалистов по направлению 080507 – Менеджмент. Напомним, что к количественным методам следует отнести методы, связанные с установлением достаточно четких (однозначных), в том числе вероятностных зависимостей между исследуемыми параметрами процессов и явлений. К ним можно отнести экономико-математические и (при наличии тесной корреляции) экономико-статистические методы. К качественным методам принятия управленческих решений относятся методы, описывающиеся на выявление логических взаимосвязей между процессами и явлениями окружающей действительности. Здесь приходится иметь дело с лингвистическими моделями, носящими описательный характер, например, с моделями теории нечетких множеств.

В связи с постоянным усложнением методов принятия управленческих решений возрастает потребность их автоматизации с целью снижения трудоемкости управленческого процесса. Представляется целесообразным классифицировать указанные выше методы по следующим признакам:

- уровень методического обеспечения (базисный и прикладной), как правило, для бакалавриата типично использование фундаментального уровня, а для магистратуры – прикладного уровня;

Уровень методического обеспечения (базисный и прикладной)	Тип метода принятия управленческих решений (количественный, качественный)	Способ использования методического обеспечения (ручной, автоматизированный)	Приоритетные уровни использования основных методов принятия управленческих решений
Базисный	количественный	ручной	Уровень 1.1
Базисный	количественный	автоматизированный	Уровень 1.2 Уровень 2.1
Базисный	качественный	ручной	Уровень 1.1
Базисный	качественный	автоматизированный	Уровень 1.2 Уровень 2.1
Прикладной	количественный	ручной	Уровень 2.1 Уровень 2.2
Прикладной	количественный	автоматизированный	Уровень 2.2
Прикладной	качественный	ручной	Уровень 2.1 Уровень 2.2
Прикладной	качественный	автоматизированный	Уровень 2.2

- тип метода принятия управленческих решений (количественный, качественный);

- способ использования методического обеспечения (ручной, автоматизированный).

Данные признаки позволяют выделить приоритетные уровни (рисунок 1) использования основных методов принятия управленческих решений в практической деятельности менеджера (таблица 1).

Таблица 1 – Основные методы принятия управленческих решений в практической деятельности менеджера

Анализ содержания таблицы 1 позволяет сделать следующие выводы:

- при подготовке специалистов уровня 1.1 целесообразно их ознакомление с базовыми методами принятия управленческих решений в ручном режиме для усвоения основных количественных и качественных подходов к воздей-

ствию на хозяйственные процессы и используемые ресурсы; в дальнейшем это позволит снять психологический барьер отказа от использования автоматизированных методов в связи с возрастающими проблемами их усвоения;

- уровень подготовки 2.2 в связи с повышенной неопределенностью внешней среды и необходимостью учета значительного количества факторов, влияющих на качество управленческих решений, предполагает не только использование автоматизированных методов менеджмента, но и их постоянной адаптации и развития применительно к конкретному хозяйствующему субъекту;

- для уровней 1.2 и 2.1 характерно применение как базисных, так и прикладных методов принятия управленческих решений, которые предполагается применять в основном на среднем уровне менеджмента, в связи с чем могут найти применение методы как ручные, так и автоматизированные методы;

- нетрудно видеть, что количественные и качественные методы принятия управленческих решений востребованы на всех уровнях подготовки специалистов по направлению 080507 – Менеджмент;

- данные таблицы 1 создают основу для формирования программ подготовки специалистов различного уровня в зависимости от выполняемых ими функций и места в организационной структуре управления; очевидно, что для этого необходима информация о характере хозяйственной деятельности руководителей по совокупности признаков;

- в настоящее время наблюдается определенный разрыв в теоретической подготовке специалистов по направлению 080507 – Менеджмент, поскольку количественные и качественные методы принятия управленческих решений излагаются разными кафедрами высших и средних специальных заведений. Например, известно, что количественные методы читаются кафедрами высшей математики, а качественные, как правило, выпускающими кафедрами. В связи с этим целесообразна консолидация усилий данных кафедр с целью устранения имеющихся перекосов в подготовке управленческих работников;

- очевидно, что эффективная подготовка специалистов по направлению 080507 – Менеджмент возможна при установлении долгосрочных связей выпускающих кафедр со службами управления персоналом предприятий и организаций, обеспечивающих, с одной стороны, согласование интересов лиц наемного труда (менеджеров), работодателей и учебных заведений, а с другой стороны – постоянную готовность к адаптации к рыночным условиям с целью обеспечения конкурентоспособности всех участников процесса подготовки специалистов.

В качестве практического примера, поясняющего положения данной статьи, рассмотрим особенности преподавания одного из качественных методов принятия управленческих решений – методов линейного программирования на различных уровнях подготовки специалистов по направлению 080507 – Менеджмент (таблица 2).

Таблица 2 – Последовательность преподавания методов линейного программирования на различных уровнях подготовки специалистов по направлению 080507 – Менеджмент

Уровни подготовки (рисунок 1)	Содержание материала
1.1	Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матрицами. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений.
1.2	Симплекс-метод. Задача планирования производственной линии. Задача о рюкзаке. Транспортная задача. Задача о раскрое материала. Метод назначения «К» работ на «К» единиц оборудования.
2.1	Динамические модели: модель народонаселения, модель мобилизации, модель «хищник-жертва», модель В. Леонтьева «затраты-выпуск»
2.2	Матрицы со специальными свойствами. Квадратичные и эрмитовы формы. Матричные обозначения для систем дифференциальных уравнений (динамических систем) и др.

Таким образом, изложенный в данной статье материал позволяет создать необходимые предпосылки для эффективной подготовки специалистов по направлению 080507 – Менеджмент за счет:

- рационального построения учебного процесса в системе многоуровневой подготовки специалистов;
- учета специфики деятельности линейных руководителей и штабных работников, взаимодействие которых является необходимым условием обеспечения конкурентоспособности предприятия или организации в рыночных условиях;
- эффективного усвоения основ количественных и качественных методов принятия управленческих решений с последующим их использованием с помощью программного обеспечения;
- индивидуального подхода к потребностям физических лиц, носителей знаний, умений и навыков в сфере менеджмента, и предприятий и организаций, заинтересованных в их услугах;
- поступательного развития и использования интеллектуального потенциала российской экономики, по многим позициям неконкурентоспособной на мировом рынке передовых технологий.

Список использованной литературы:

1.Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по специальности «Математика».

2. Справочник по математике для научных работников и инженеров /Г.Корн, Т.Корн. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 831 с.

Шухман А.Е., Шухман Е.В. ЭМПИРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ

(Оренбургский государственный университет)

Дискретные оптимизационные задачи находят широкое применение в различных областях, где используются математические методы для анализа происходящих процессов.

В современной дискретной математике существует много методов для решения задач дискретной оптимизации. При этом не ставится цель разработать такой алгоритм, который решает любую задачу с любой заранее заданной точностью: такая цель недостижима, что следует непосредственно из результатов, полученных в теории сложности алгоритмов. Среди методов есть универсальные – пригодные для широкого класса задач, но менее эффективные, и специальные, более эффективные, методы для решения конкретных задач.

Задача о назначениях – одна из наиболее известных дискретных оптимизационных задач [5]. Цель задачи — найти оптимальное (минимальной стоимости) распределение работников по заданным работам. Задача о назначении имеет широкое применение, например, при закреплении машин за маршрутами, распределении инструментов для обработки различных марок стали, рабочих или бригад и т.д. В каждом конкретном случае математическая модель задачи может иметь специфику. Например, в задаче распределения алгоритмов между вычислительными машинами число распределяемых алгоритмов, как правило, превышает число машин.

Задача о назначениях отличается широтой применяемых подходов к решению. С одной стороны, задача о назначениях является частным случаем транспортной задачи или, еще шире, общей задачи целочисленного линейного программирования. Следовательно, для ее решения можно использовать общие методы решения задач целочисленного линейного программирования. С другой стороны, задача о назначениях может быть сведена к сетевой оптимизационной задаче поиска максимального потока минимальной стоимости. И, наконец, специально для задачи о назначениях разработан эффективный алгоритм (венгерский метод), включающий поиск паросочетания в двудольном графе [3].

Задача о назначениях является исторически первой задачей дискретного программирования (была опубликована венгерским математиком Е. Эгервари в 1932 г.). До 1947 г. линейное программирование, в частности дискретное, почти не развивалось. Данциг это связывает с отсутствием или малым распространением компьютеров и с большими вычислительными сложностями при решении задач перебором вариантов [2]. Так, решение задачи о назначении полным перебором требует анализа $n!$ вариантов. В 1947 г. Данцигом был предложен первый алгоритм, не требующий перебора всех вариантов, названный симплекс-методом.

В 1955 г. Кун на основе работ венгерских математиков Кенига и Эгервари разработал алгоритм решения задачи о назначениях, названный венгерским методом [9]. В 1961 г. Басакер и Гоуэн предложили алгоритм нахождения макси-

мального потока минимальной стоимости. В 1967 г. Клейн предложил другой способ отыскания максимального потока минимальной стоимости, а в 1987 г. Голдберг и Тарьян усовершенствовали алгоритм Клейна [8].

Задача формализуется следующим образом: задана матрица C размера n x n, коэффициент c_{ij} равен стоимости назначения работника i на работу j (i,j=1,2, ..., n). Необходимо выбрать в матрице n чисел, так чтобы в каждой строке и каждом столбце было выбрано единственное число, и их сумма была минимальна [5].

Рассмотрим основные методы решения задачи о назначениях.

Венгерский метод Куна состоит из трех шагов:

Шаг 1. Редукция матрицы.

В исходной матрице стоимостей определим в каждой строке минимальную стоимость и отнимем ее от всех элементов строки. В полученной матрице найдем в каждом столбце минимальную стоимость и отнимем ее от всех элементов столбца. В результате, в каждой строке и в каждом столбце матрицы появятся нулевые элементы.

Шаг 2. Построение паросочетания.

Рассмотрим двудольный граф, вершины которого соответствуют строкам и столбцам матрицы, а ребра – нулевым элементам, стоящим на пересечении соответствующих строк и столбцов. Найдем наибольшее паросочетание в построенном графе. Если паросочетание окажется полным, то оно задает оптимальное решение задачи о назначениях, иначе выполняем шаг 3.

Шаг 3. Преобразование Эгервари.

В последней матрице проведем минимальное число горизонтальных и вертикальных прямых по строкам и столбцам так, чтобы вычеркнуть в матрице все нулевые элементы. Найдем наименьший невычеркнутый элемент, вычтем его из всех невычеркнутых элементов и прибавим к элементам, стоящим на пересечении проведенных прямых. В результате в матрице количество нулевых элементов увеличится. Далее возвращаемся к шагу 2.

Вычислительная сложность венгерского алгоритма – $O(n^4)$ [1].

Другой метод решения задачи о назначениях связан с поиском максимального потока минимальной стоимости в графе. Рассмотрим двудольный граф, ребра которого будут связывать каждого работника (множество I) с каждой работой (множество J). Стоимость ребер сделаем равной коэффициенту c_{ij} в матрице стоимостей. Введем в рассмотрение еще две вершины, которые назовем исток и сток. Исток соединим со всеми вершинами множества I, а сток соединим со всеми вершинами множества J. Все добавленные ребра имеют нулевую стоимость. Пропускная способность всех ребер равна 1. Максимальный поток минимальной стоимости в полученной сети определяет решение задачи о назначениях [4]. Рассмотрим некоторые алгоритмы для поиска максимального потока минимальной стоимости.

Алгоритм Басакера-Гоуэна. Пока в остаточной сети существует цепь из истока в сток минимальной стоимости, увеличивать поток вдоль этой цепи. Сложность алгоритма $O(n^4)$ [6].

Алгоритм Клейна (“вычеркивания” циклов). Найти максимальный поток. Уменьшить стоимость потока в произвольном цикле с отрицательной стоимостью в остаточной сети, продолжая эту процедуру до тех пор, пока не останется ни одного такого цикла. Сложность алгоритма $O(Mn^3)$, где M – суммарная стоимость ребер [7].

Алгоритм Голдберга-Тарьяна основан на алгоритме Клейна, однако вычеркиваются не произвольные циклы, а циклы с минимальной средней стоимостью. Теоретическая сложность алгоритма $O(n^8 \log n)$ [7,8].

Теоретический анализ сложности алгоритмов не позволяет сделать выводы о том, какой алгоритм является наилучшим. Так, алгоритмы Куна и Басакера-Гоуэна имеют одинаковую сложность значительно меньшую, чем у алгоритма Голдберга-Тарьяна. Однако, для последнего анализ производился в общем случае без учета единичных ограничений на пропускную способность ребер.

Нами было проведено эмпирическое исследование алгоритмов Куна, Басакера-Гоуэна и Голдберга-Тарьяна на тестовых целочисленных матрицах размеров 50x50, 70x70, 100x100, 150x150, 200x200. Матрицы были сгенерированы случайным образом. Для каждого размера были сгенерированы 10 тестовых матриц, время работы каждого алгоритма было усреднено. Алгоритмы были реализованы в виде программ в среде программирования Borland Delphi 7.0. Программы запускались на тестовом компьютере с процессором AMD Duron 700 Мгц, объемом ОЗУ 256 Мб, работающим под управлением ОС Windows XP. Время работы алгоритмов приведено в миллисекундах. Для алгоритма Голдберга-Тарьяна время работы на матрицах 200x200 превышало 1 час и не измерялось.

Эмпирические данные скорости работы алгоритмов. Таблица 1.

Алгоритм	50x50	70x70	100x100	150x150	200x200
Куна	4	9	23	41	93
Басакера-Гоуэна	33	86	275	925	2215
Голдберга-Тарьяна	1106	5418	61211	348673	>3,6 млн.

Для оценки роста скорости алгоритмов на основе полученных данных необходимо определить вид зависимости $T(n)$. Для полиномиальных алгоритмов наиболее естественно искать зависимость в виде $T(n)=an^k$.

После логарифмирования получаем линейную зависимость $\ln(T(n))=a+k \ln n$. С помощью метода наименьших квадратов вычислены коэффициенты a и k. Для алгоритма Куна эмпирическая сложность имеет вид $T(n)= cn^{2.2}$, для алгоритма Басакера-Гоуэна – $T(n)= cn^{3.05}$, для алгоритма Голдберга-Тарьяна – $T(n)= cn^{5.4}$.

Анализируя экспериментальные результаты, можно сделать следующие выводы. Наиболее быстрым алгоритмом для решения задачи о назначениях является венгерский метод. Несмотря на одинаковую теоретическую сложность этого метода и метода Басакера-Гоуэна, эмпирический анализ показывает, что на практике первый имеет рост, близкий к квадратичному, второй – близкий к

кубическому. Алгоритм Голдберга-Тарьяна имеет значительно более высокую сложность, чем остальные методы.

Литература

1. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 288 с.
2. Данциг Г.Б. Воспоминания о началах линейного программирования. www.webcenter.ru/~zwb/origins.htm (Оригинальный текст: Dantzig G.B. Reminiscences about the Origins of Linear Programming // Mathematical Programming: The State of the Art.– Berlin: Springer Verlag, 1983.– pp. 79-86.)
3. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии. – М.: Мир, 1998. – 653 с.
4. Седжвик Р. Фундаментальные алгоритмы на C++. Алгоритмы на графах. – СПб: 000 «ДиаСофтЮП», 2002. – 496 с.
5. Таха Х.А. Введение в исследование операций. – М. С-Пб. Киев.: Вильямс, 2001. – 912 с.
6. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях – М.: Мир, 1974. – 520 с.
7. Goemans M.X. Network Flows – Massachusetts: MIT, 1994. ftp://theory.lcs.mit.edu/pub/classes/18.415/notes-flow.ps
8. Goldberg A.V. Combinatorial Optimization: Lecture Notes for CS363/OR349. – Stanford: Stanford University, 1993. http://shade.msu.ru/~mab/lib/files/comb-opt-notes.rar
9. Kuhn H.W. On the Origin of the Hungarian Method //History of Mathematical Programming — CWI-North-Holland, 1991. – pp.77-81.

Щербинина Е.Н. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

(Оренбургский государственный университет)

Основным фактором, определяющим уровень образования народа, является уровень образования школьников, который, в свою очередь, прямо зависит от того, какие знания получают нынешние студенты вузов.

О том, что появление компьютера коренным образом изменило жизнь, говорится едва ли не в каждой научно-популярной литературе. Изменение условий жизни неизбежным образом повлекло изменение ее отражения в познавательной деятельности человечества - в науке. Об этом говорят меньше, но никто и не возражает. Компьютер стал мощным инструментом исследователя, его применяют для выполнения сложных расчетов, перебора вариантов, моделирования ситуаций и процессов, прогнозирования, обработки экспериментальных данных.

Во многих науках возникли и укрепились направления с определениями "математическая", "компьютерная", "вычислительная", в которых использование компьютера является обязательным "по определению". Однако более других наук изменилась сама математика и математическое мировоззрение в целом.

Для математиков, так же как и для ученых других специальностей, компьютер выполняет роль средства исследования. Однако, как ни странно это может показаться, математики оказались менее других готовы к расширению своих возможностей. Ученые-естественники всегда были экспериментаторами, в то время как запас технических средств, используемых математиками, долгое время исчерпывался вечным пером и логарифмической линейкой. В первую очередь ими ценились теоремы. Видимо, этим объясняется упорное желание некоторых математиков оставаться "чистыми", продолжая заниматься "вечными истинами". Примерно так же преподаватели математики предпочитают компьютеру мел и доску.

Еще более важно то, что с появлением компьютера математика изменилась по существу. Она стала более вычислительной, более конструктивной, можно сказать, что стала более алгоритмической, причем алгоритмы рассматриваются теперь не иначе как в связи с их сложностью, а вместе с тем и со сложностью задач, для решения которых они предназначены. Теория сложности проникла даже в сугубо теоретические разделы математики. Дискретный по своему устройству компьютер возродил интерес к дискретной математике.

Компьютер и вычислительные процессы - а вычислять сейчас можно почти все - стали не только средством, но и предметом исследований математиков. Появились и уже в достаточной степени оформились новые направления математики, связанные с изучением проблем, порожденных самими компьютерами. Это и задача изображения отрезка на растровом дисплее, и проблемы хранения больших объемов информации и очередности выполнения программ,

и многие-многие другие. В докомпьютерные времена подобные вопросы просто не возникали, и соответствующие направления не существовали. Сейчас они составляют часть математики. Конечно же, можно сказать, что это относится не к математике, а к информатике. Следует ли тогда задачу о разложении числа на простые множители, или полинома на неприводимые многочлены, и многие другие отнести к информатике или, напротив, считать эти и другие появившиеся "компьютерные" задачи задачами математики, поскольку они решаются математическими методами? Больше того, математика и информатика, если рассматривать последнюю действительно как науку, отбрасывая пользовательскую работу на ЭВМ и прочие прелести информатизации, по моему мнению, настолько глубоко проникли друг в друга, что их разделение становится все более условным.

Какие же изменения произошли в математическом образовании в вузах? Думаю, что в большинстве вузов ситуация примерно одинаковая. Математика по-прежнему делится на "чистую" и прикладную, причем изучается в основном "чистая", классическая математика. В общих курсах алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей алгоритмические вопросы затрагиваются примерно в той же мере, как 20 лет назад. Сложностные аспекты алгоритмов обычно вовсе игнорируются. Несколько лучше обстоит дело с методами вычислений, но лишь потому, что в этой дисциплине без алгоритмов просто не обойтись.

Области прикладной математики существуют как бы отдельно, в дополнение к основному курсу или вовсе отсутствуют в программе обучения. Математическое программирование сведено к симплекс-методу. Комбинаторика, математическое моделирование, компьютерная алгебра, теория графов, теория кодирования, вычислительная геометрия, нелинейная математика, фрактальная геометрия, если и преподаются, то только в рамках спецкурсов и факультативов.

Главная точка зрения, такова: в первую очередь необходимо обеспечить классическую математическую подготовку студентов, которая включает в себя следующие области: геометрию, алгебру, математический анализ с элементами теорий функций действительного и комплексного переменного, дифференциальные уравнения, математическую логику.

При изучении перечисленных курсов основное внимание традиционно уделяется теоретическим вопросам, что, безусловно, само по себе очень ценно. Но не менее важны в настоящее время проблемы, которые возникают, как только спросишь себя, как практически получить ответ на тот или иной вопрос: Как узнать, является ли число простым? Даже старинный метод решета Эратосфена оказывается не таким уж простым для реализации.

В последнее время ситуация с обучающими программами, похоже, изменилась. Можно найти хорошо задуманные, прекрасно оформленные, снабженные современным интерфейсом программы, которые все чаще имеют демонстрационный или тренинговый характер.

Мощные математические программные пакеты Derive, MathCAD, MathLab, Mathematica, Maple, используемые в научной работе, в образовании

применяются редко и ограниченно из-за того, что они не ориентированы на обучение, требуют освоения своего специфического языка и предъявляют достаточно высокие требования к технике. Большинству стареющих преподавателей трудно привыкнуть к применению компьютера вообще, а про MathCAD и подумать страшно.

В результате студенты так и изучают раздельно классическую математику, или науку о теоремах, дополненную разрозненными курсами прикладной математики, и информатику, науку о программах, не видя связей между ними. И не только связей, но так и не получив возможности познакомиться с новой математикой, которая сейчас неизмеримо расширилась и проникла едва ли не во все сферы человеческой деятельности. Как следствие, школьники по-прежнему учатся доказывать теорему Пифагора и сортировать массивы. Для них компьютер остается всего лишь усовершенствованным калькулятором. Оттого так скучно бывает на уроках информатики, ведь каждый школьник прекрасно знает, что компьютер - это и мозг космического корабля, и игровой автомат, и отмычка к сейфу, и музыкальный центр.

В любой науке изменения в образовании происходят с некоторым запаздыванием относительно темпов развития самой науки. Можно сколько угодно об этом говорить. Но как же все-таки соединить математику и компьютер?

В сегодняшней программе образования в области классической математики имеется множество вопросов, которые решаются с помощью компьютера. Однако компьютеризация их изучения не должна сводиться лишь к применению обучающих или контролирующих программ. Нужно изучать такие разделы, применяя компьютер постоянно. Хорошо бы процесс обучения организовать так, чтобы студенты сами или под руководством преподавателя составляли программы решения изучаемых задач или экспериментировали с готовыми программными средствами открытого типа.

Проблема снова упирается в то, что преподаватели математических курсов должны сами свободно владеть компьютером. Нужно готовить новых, компьютерно-образованных преподавателей и повышать квалификацию в области информатики тех, кто работает сейчас. В этом плане представляет определенный интерес даже такая крайняя мера, как введение своеобразного экзамена на "профпригодность" по владению компьютером. Ведь если ждать, пока вырастут новые поколения, многое окажется упущенным.

Другая задача - разобраться в том, какие из новых направлений современной математики необходимо знать преподавателю математики, чтобы он мог воспитать сегодняшнего студента грамотным, культурным человеком завтрашнего дня.

Безусловно, о проблеме содержания математического образования думают многие ученые и преподаватели.